المحاضرة الثانية

الطاقة والحرارة والشغل والقانون الأول للديناميكا الحرارية

مخرجات التعلم: التمييز بين الطاقة المخزونة وانتقال الطاقة؛ وحساب الشغل والقدرة؛ وصياغة موازنة طاقة بسيطة؛ وتحديد كفاءة المحرك واستهلاكه وفواقده.

محاضرة 2، فقرة 1: أشكال الطاقة

الطاقة خاصية يمتلكها النظام، ويمكن أن تتغير قيمتها عندما يتبادل الطاقة مع محيطه. نختار أولاً حدود النظام، ثم نميّز بين الطاقة الموجودة داخله والطاقة التي تعبر تلك الحدود. ففي مجموعة ضخ الري تدخل الطاقة الكهربائية إلى المحرك، ويخرج منه شغل عمود الدوران إلى المضخة، وتزداد الطاقة الميكانيكية للماء. وقد ترتفع درجة حرارة المحرك أثناء بدء التشغيل نتيجة تراكم جزء من الطاقة داخله.

الطاقة الداخلية (Internal energy)، U: هي مجموع صور الطاقة المجهرية المرتبطة بحركة الجزيئات وتركيب المادة وتفاعلاتها. تشمل الطاقة المحسوسة المرتبطة بدرجة الحرارة، والطاقة الكامنة المرتبطة بالطور، والطاقة الكيميائية المرتبطة بالروابط بين الذرات. تسخين هواء التجفيف، وتبخير الماء من الحبوب، واحتراق وقود الجرار أمثلة على تغير هذه المساهمات. وهي أجزاء من U؛ فلا تُضاف مرة أخرى إلى معادلة الطاقة الكلية.

طاقتا الحركة والوضع: تنشأ طاقة الحركة من الحركة الكلية للنظام بالنسبة إلى مرجع مختار؛ وتنشأ طاقة الوضع الجاذبية من ارتفاع مركز كتلته عن مستوى مرجعي. يظهر ذلك في حركة الماء وفي تخزينه بخزان مرتفع.

$$KE = \frac{mC^2}{2} \quad ; \quad PE = mgz$$

$$E = U + KE + PE = U + \frac{mC^2}{2} + mgz \tag{1}$$

$$e = \frac{E}{m} = u + \frac{C^2}{2} + gz \tag{2}$$

يرمز m إلى الكتلة، وC إلى السرعة، وg إلى تعجيل الجاذبية، وz إلى الارتفاع، وu إلى الطاقة الداخلية النوعية. استُخدم C بدلاً من رمز السرعة في المحاضرة لتجنّب الخلط مع الحجم. عند استخدام kg وm وs تعطي الحدود الميكانيكية J أو J/kg؛ ولجمعها مع U بوحدة kJ يجب قسمتها على 1000. وإذا لم تتغير السرعة والارتفاع، فإن تغير الطاقة الكلية يساوي تغير الطاقة الداخلية.

محاضرة 2، فقرة 2: انتقال الطاقة بالحرارة

الحرارة (Heat) هي طاقة تنتقل عبر حدود النظام بسبب فرق في درجة الحرارة. ويكون الانتقال الحراري الصافي تلقائياً من الجسم الأعلى حرارة إلى الجسم الأقل حرارة. وعند بلوغ الاتزان الحراري ينعدم هذا الانتقال الصافي بينهما. لذا فإن الجسم الساخن يمتلك طاقة داخلية، ويُسمّى انتقال هذه الطاقة حرارة فقط أثناء عبورها الحدّ الفاصل. يوضح الشكل 1 في الملحق هذه الفكرة باستخدام ثمرة بطاطا ساخنة.

الكمية والمعدل: يمثّل Q كمية الطاقة المنتقلة بالحرارة، وتُقاس عادةً بـ kJ. وتمثّل النقطة فوق الرمز معدل الانتقال مع الزمن؛ فالمعدل الحراري يُقاس بـ kW عندما تكون الطاقة بـ kJ والزمن بـ s. أما q فهو مقدار الحرارة المنتقلة لكل وحدة كتلة. وعند ثبات معدل انتقال الحرارة:

$$q = \frac{Q}{m} \quad ; \quad Q = \dot{Q}\,\Delta t$$

التوصيل (Conduction): ينتقل فيه مقدار من الطاقة بين أجزاء المادة نتيجة التفاعلات المجهرية، من دون اشتراط حركة المائع ككل. انتقال الحرارة عبر جدار مخزن تبريد أو خلال معدن جسم المحرك مثالان على التوصيل. تعبّر الموصلية الحرارية k عن قابلية المادة لتوصيل الحرارة؛ وتقلل مواد العزل ذات الموصلية المنخفضة تسرب الحرارة. يعرض الجدول 1 في الملحق قيماً مختارة من المحاضرة.

الحمل (Convection): انتقال الحرارة بين سطح ومائع مجاور متحرك، ويجمع بين التوصيل وحركة المائع. فتبريد جسم المحرك بهواء تدفعه مروحة مثال على الحمل القسري. أما الحمل الطبيعي فينشأ عندما تؤدي فروق الكثافة الناتجة عن فروق درجات الحرارة إلى حركة المائع. زيادة حركة الهواء قد تحسّن تبريد المحرك، لكنها لا تغيّر تعريف الحرارة أو الكفاءة.

الإشعاع (Radiation): انتقال الطاقة بواسطة الموجات الكهرومغناطيسية، ولا يحتاج إلى وسط مادي، لذلك يمكن أن يحدث عبر الفراغ. ومن أمثلته وصول الإشعاع الشمسي إلى مجفف شمسي. ويتوقف التبادل الإشعاعي الصافي على درجات حرارة الأجسام وخواص أسطحها وترتيبها. وقد تحدث الآليات الثلاث معاً في المعدّة الزراعية نفسها.

الحدود الأديباتية أو الكظومة: العملية الأديباتية لا تتضمن انتقال حرارة، أي $Q = 0$. قد يكون هذا تقريباً مناسباً عند وجود عزل جيد أو خلال فترة قصيرة، لكنه لا يعني ثبات درجة الحرارة ولا انعدام انتقال الشغل. يمكن رفع درجة حرارة غاز معزول حرارياً بانضغاطه أو تحريكه ميكانيكياً. ويجب بيان هذا الافتراض عند الحل، بدلاً من اعتبار كل جهاز ذي عازل نظاماً معزولاً تماماً.

تمييز مهم: الحرارة والشغل مرتبطان بالعملية ومسارها، ولا يُعدّان خواص مخزونة للحالة؛ أما U فهي خاصية حالة. لذلك لا نكتب «حرارة النظام عند الحالة الأولى»، بل نكتب «طاقته الداخلية عند الحالة الأولى» و«الحرارة المنتقلة أثناء العملية».

محاضرة 2، فقرة 3: انتقال الطاقة بالشغل

الشغل (Work) انتقال للطاقة عبر حدود النظام بآلية غير ناتجة عن فرق درجة الحرارة. ومن أمثلته انتقال الطاقة عبر عمود دوران أو موصلات كهربائية، أو بفعل قوة تحرك جسماً. ويتحدد وصف الانتقال عند الحدود المختارة: فالطاقة الداخلة إلى مسخّن كهربائي عبر الأسلاك شغل كهربائي، أما انتقالها من سطحه الساخن إلى هواء المجفف بسبب فرق درجة الحرارة فهو انتقال بالحرارة.

الشغل الميكانيكي: عندما تؤثر قوة ثابتة F في اتجاه إزاحة مقدارها s، يكون الشغل حاصل ضربهما. وإذا تغيرت القوة مع الإزاحة، نستخدم التكامل. وجود قوة من دون إزاحة لا ينتج شغلاً انتقالياً من هذه القوة.

$$W = Fs \quad ; \quad W = \int_1^2 F\, ds$$

الشغل والقدرة: الشغل كمية طاقة، أما القدرة (Power) فهي معدل إنجاز الشغل. إذا ثبتت القدرة خلال زمن التشغيل، نضربها بالزمن للحصول على الشغل. لذلك تختلف قدرة المحرك بوحدة kW عن استهلاك الطاقة بوحدة kWh.

$$W = \dot{W}\,\Delta t \quad ; \quad 1\,kW = 1\,kJ/s$$
$$1\,kWh = 3600\,kJ = 3.6\,MJ$$

شغل عمود الدوران: يولّد تأثير قوة على ذراع عزم عزماً دورانياً. إذا كان العزم τ ثابتاً ودار العمود n دورة، فإن الإزاحة الزاوية تساوي $n\pi 2$، ويكون شغل العمود حاصل ضرب العزم بالإزاحة الزاوية. استُخدم τ للعزم بدلاً من T المستخدم في المحاضرة لتجنّب الخلط مع درجة الحرارة.

$$W_{\text{sh}} = 2\pi n\tau \quad ; \quad \dot{W}_{\text{sh}} = 2\pi \dot{n}\tau$$
$$\dot{n} = \frac{N}{60} \quad ; \quad \dot{W}_{\text{sh}} = \frac{2\pi N\tau}{60}$$

في العلاقة الأخيرة، N عدد الدورات في الدقيقة (rpm)، وτ بوحدة m•N، فتكون القدرة الناتجة بوحدة W؛ وتُقسم على 1000 لتحويلها إلى kW. أما n فهو عدد الدورات الكلي، والنقطة فوقه تعني عدد الدورات في الثانية. لا يجوز تعويض سرعة بوحدة rpm مباشرةً مكان معدل الدوران بالثانية.

الشغل الكهربائي: للتيار المستمر تكون القدرة الكهربائية حاصل ضرب فرق الجهد V بالتيار I. وعند ثباتهما تُحسب الطاقة الكهربائية بضرب القدرة في الزمن:

$$\dot{W}_{\text{e}} = VI \quad ; \quad W_{\text{e}} = VI\,\Delta t$$

الفولت مضروباً بالأمبير يعطي الواط، ثم الضرب بالثانية يعطي الجول. أما في محرك التيار المتناوب، فلا يكفي ضرب الجهد بالتيار وحدهما لتحديد القدرة الفعلية؛ إذ يؤثر معامل القدرة وترتيب الأطوار. سنستخدم في المثال القدرة الفعلية المحسوبة من خرج العمود وكفاءة المحرك.

محاضرة 2، فقرة 4: حفظ الطاقة والقانون الأول للديناميكا الحرارية

ينص القانون الأول على أن الطاقة لا تُخلق ولا تفنى، وإنما تتحول بين صور مختلفة أو تنتقل بين النظام ومحيطه. وعليه، فإن الفرق بين مجموع الطاقة الداخلة ومجموع الطاقة الخارجة يساوي التغير في الطاقة المخزونة داخل النظام. نسمّي هذا التغير تراكم الطاقة، وقد يكون موجباً أو سالباً أو صفراً.

$$E_{\text{in}} - E_{\text{out}} = \Delta E_{\text{system}} \quad (3)$$

$$\dot{E}_{\text{in}} - \dot{E}_{\text{out}} = \frac{dE_{\text{system}}}{dt} \quad (4)$$

الصيغة الأولى تخص كمية طاقة خلال فترة، ووحدتها مثلاً kJ؛ والثانية تخص معدلات، ووحدتها مثلاً kW. وتمثّل Δ القيمة النهائية ناقص القيمة الابتدائية. ويشمل تغير الطاقة المخزونة تغير الطاقة الداخلية والحركية وطاقة الوضع:

$$\Delta E = \Delta U + \Delta KE + \Delta PE \quad (5)$$

حدود النظام وآليات الانتقال: يمكن للطاقة أن تعبر حدود النظام بالحرارة والشغل، وفي النظام المفتوح تحمل الكتلة المتدفقة طاقة أيضاً. لا تعبر الكتلة حدود النظام المغلق؛ ولذلك تُحذف حدود انتقال الطاقة مع الكتلة من موازنته. أما المضخة عند اختيار الماء المتدفق نظاماً للتحليل، فتحتاج إلى موازنة نظام مفتوح؛ وسيُفصَّل ذلك في محاضرة أحجام السيطرة.

اتفاقية الإشارات الاتجاهية: نكتب المقادير الداخلة والخارجة موجبة، ونحدد اتجاهها بالرمزين in وout. للنظام المغلق تصبح الموازنة:

$$(Q_{\text{in}} - Q_{\text{out}}) + (W_{\text{in}} - W_{\text{out}}) = \Delta E$$

يمكن بدلاً من ذلك اعتماد Q موجباً إلى داخل النظام، وW موجباً عندما ينجز النظام شغلاً على محيطه، فتكتب الموازنة $Q - W = \Delta E$. وفق هذه الاتفاقية تكون الحرارة المفقودة سالبة، ويكون الشغل المبذول على النظام سالباً. يجب عدم خلط الاتفاقيتين؛ فالإشارات تتبع التعريف المختار، ولا تتبع كون العملية مفيدة أو غير مفيدة.

التراكم والتشغيل المستقر: إذا زادت الطاقة الداخلة على الخارجة ارتفعت الطاقة المخزونة، وإذا قلت عنها انخفضت. عند تشغيل محرك بارد تتراكم طاقة داخله فترتفع حرارته، وقد تتغير طاقة حركة أجزائه الدوارة. وعند استقرار الحرارة والسرعة يصبح معدل التراكم صفراً؛ فتتساوى معدلات الدخول والخروج، مع استمرار انتقال الطاقة. التشغيل المستقر لا يعني انعدام الحرارة أو الشغل.

طريقة بناء الموازنة: حدّد النظام والفترة الزمنية، ثم احصر المدخلات والمخرجات. اكتب القانون العام قبل حذف أي حد، واذكر سبب الحذف: عزل حراري، أو ثبات السرعة والارتفاع، أو عدم عبور كتلة. بعد ذلك رتّب المعادلة للمجهول، ووحّد الوحدات، ثم عوّض بالأرقام وتحقّق من الإشارة والمعنى الفيزيائي.

محاضرة 2، فقرة 5: كفاءة تحويل الطاقة

تعبّر كفاءة التحويل (Efficiency) عن نسبة المخرج المفيد إلى المدخل المطلوب. ويجب تعريف المخرج المفيد وحدود الجهاز قبل الحساب؛ ففي المحرك الكهربائي نريد شغل العمود، وفي السخان نريد طاقة حرارية تصل إلى المادة المراد تسخينها. وقد تكون طاقة غير مرغوبة في جهاز مخرجاً مفيداً في جهاز آخر.

$$\eta = \frac{\text{Useful output}}{\text{Required input}} \tag{6}$$

كفاءة المحرك الكهربائي: تحوّل الآلة جزءاً من القدرة الكهربائية الداخلة إلى قدرة ميكانيكية على العمود، ويظهر الباقي أساساً كفواقد حرارية. لذلك نُعرِّف كفاءة المحرك بنسبة قدرة العمود الخارجة إلى القدرة الكهربائية الفعلية الداخلة:

$$\eta_{\text{motor}} = \frac{\dot{W}_{\text{shaft,out}}}{\dot{W}_{\text{elect,in}}} \tag{7}$$

$$\dot{W}_{\text{shaft,out}} = \eta_{\text{motor}} \dot{W}_{\text{elect,in}} \quad ; \quad \dot{W}_{\text{elect,in}} = \frac{\dot{W}_{\text{shaft,out}}}{\eta_{\text{motor}}}$$

الكفاءة كمية بلا وحدات. تُستخدم في المعادلة على صورة كسر عشري؛ فمثلاً 89% تساوي 0.89. ويجب أن يكون البسط والمقام بوحدات متجانسة. إذا كانت قدرة اللوحة الاسمية قدرة خرج العمود عند الحمل الكامل، فلا تُعامل على أنها القدرة الكهربائية المسحوبة من الشبكة. عند الكفاءة الأقل من الواحد تكون القدرة الداخلة أكبر من الخرج المفيد.

تفسير الفواقد: في محرك يعمل عند حرارة وسرعة مستقرتين، مع إهمال مسارات أخرى للطاقة، تساوي القدرة غير المحوّلة إلى شغل مفيد معدل الحرارة المطروحة إلى المحيط:

$$\dot{W}_{\text{loss}} = \dot{W}_{\text{elect,in}} - \dot{W}_{\text{shaft,out}} = \dot{Q}_{\text{out}}$$

تنتج الفواقد من مقاومة الملفات والتأثيرات المغناطيسية والاحتكاك. هذه الطاقة لم تُفقد من ميزان الطاقة، بل تحولت إلى صورة لا تحقق الغرض الميكانيكي المطلوب. أثناء الإحماء لا يجوز مساواة فرق القدرتين بالحرارة الخارجة وحدها؛ إذ يذهب جزء منه إلى زيادة الطاقة المخزونة في المحرك.

المحرك والمضخة مرحلتان مختلفتان: قدرة العمود الخارجة من المحرك تدخل إلى المضخة، ثم يتحول جزء منها إلى زيادة مفيدة في الطاقة الميكانيكية للماء. إذا أهملنا فواقد الوصلة بينهما، تكون كفاءة المجموعة حاصل ضرب كفاءة المحرك بكفاءة المضخة؛ لذلك لا تساوي كفاءة المحرك وحدها كفاءة منظومة الري بأكملها.

$$\eta_{\text{pump–motor}} = \eta_{\text{pump}} \eta_{\text{motor}} \tag{2–49}$$

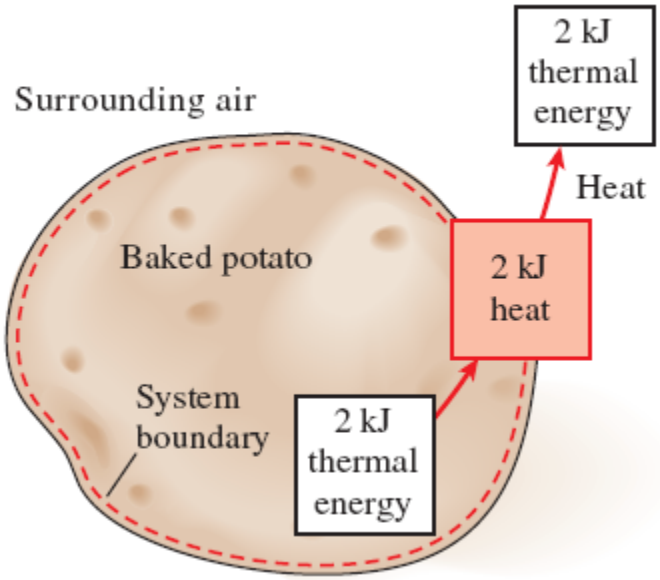
استهلاك الطاقة والمقارنة: عند ثبات الحمل، يُحسب الاستهلاك الكهربائي بضرب قدرة الدخل بـ kW في ساعات التشغيل، فتكون النتيجة بـ kWh. قارن محركين عند خرج مفيد وزمن تشغيل متماثلين؛ فالمحرك الأعلى كفاءة يحتاج إلى قدرة كهربائية أقل لتقديم الخدمة نفسها. أما خفض الحمل أو ساعات التشغيل فيغيّر أساس المقارنة.

مواد مساندة: انتقال الحرارة والموصلية الحرارية

الجدول 1. الموصلية الحرارية لبعض المواد عند ظروف الغرفة.

المادة	الموصلية الحرارية W/m•K()
النحاس	401
الألمنيوم	237
الحديد	80.2
الزجاج	1.4
الطابوق	0.72
الماء السائل	0.613
خشب البلوط	0.17
الألياف الزجاجية	0.043
الهواء الغازي	0.026

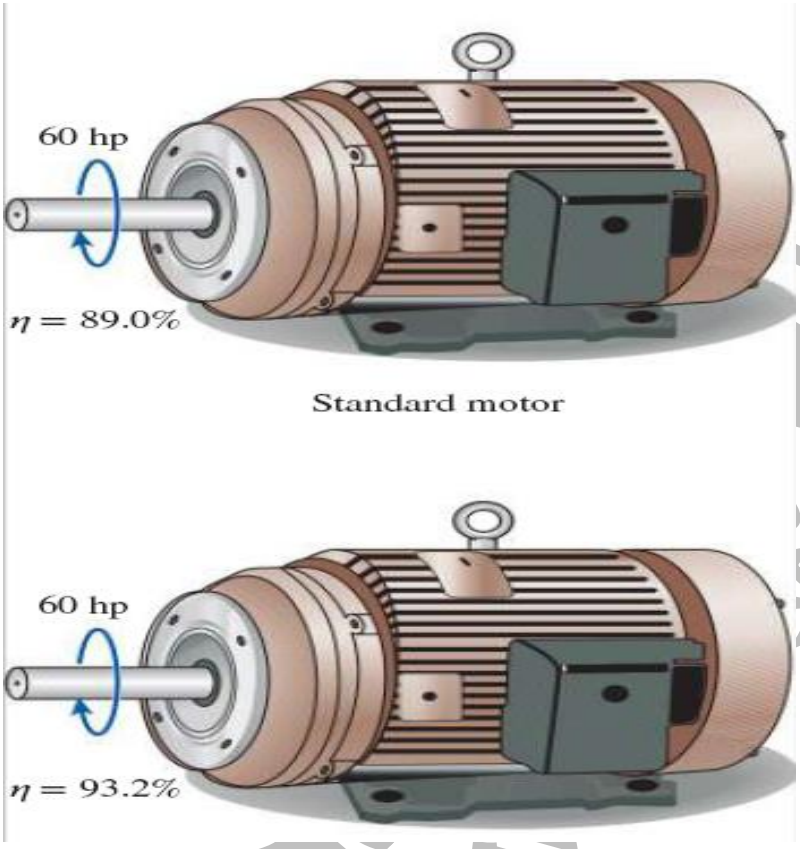
تفسير زراعي: تساعد الموصلية المنخفضة للألياف الزجاجية على تقليل انتقال الحرارة عبر جدران مخازن التبريد. وتعتمد كمية الحرارة المنتقلة أيضاً على سمك الجدار ومساحته وفرق درجات الحرارة، لذلك لا تكفي قيمة الموصلية وحدها للحكم على أداء الجدار.



الشكل 1. لا تُعدّ الطاقة انتقالاً بالحرارة إلا أثناء عبورها حدود النظام.

قراءة الشكل: تكون الطاقة داخل البطاطا جزءاً من طاقتها الداخلية؛ وتسمّى حرارة أثناء عبورها سطحها إلى الهواء. وبعد وصولها إلى الهواء تصبح جزءاً من طاقته الداخلية. ينطبق المفهوم نفسه على تبريد المنتجات الزراعية بعد التسخين.

مواد مساندة: المحرك ومسارات انتقال الطاقة



الشكل 2. رسم تخطيطي للمثال الحسابي.

يبين الشكل محركاً اعتيادياً ومحركاً أعلى كفاءة، ولهما قدرة خرج اسمية متساوية مقدارها 60 hp. سنطبق هذه البيانات على تشغيل مضخة ري. صورة المحاضرة لا تتضمن سهماً مستقلاً لكل مدخل ومخرج؛ لذلك نُبيِّن المسارات الخاصة بالتطبيق الزراعي في الجدول التالي.

جدول تعليمي مُعدّ للمحاضرة: مسارات الطاقة عند اختيار المحرك وحده نظاماً للتحليل.

المسار	نوع الانتقال	اتجاهه بالنسبة للمحرك
الأسلاك الكهربائية	شغل كهربائي	إلى الداخل
عمود الدوران المتصل بالمضخة	شغل ميكانيكي مفيد	إلى الخارج
جسم المحرك إلى الهواء المحيط	حرارة	إلى الخارج عند سخونة المحرك

في هذا النموذج لا يمر ماء الري داخل حدود المحرك، بل يمر داخل المضخة الخارجية. نختار محركاً ذا غلاف مغلق وتبريد خارجي؛ فلا نعبر بالحدّ الفاصل خلال مجرى هواء داخلي. بهذه الحدود يمكن تمثيل التبادل الكهربائي والميكانيكي والحراري مباشرةً، مع إهمال الصوت والاهتزازات.

قانون الموازنة الخاص بالمحرك

$$\dot{W}_{\text{elect,in}} - \dot{W}_{\text{shaft,out}} - \dot{Q}_{\text{out}} = \frac{dE_{\text{motor}}}{dt}$$

عند استقرار التشغيل يكون الطرف الأيمن صفراً. وعند الإحماء يبقى الطرف الأيمن في المعادلة، فلا تُستخدم موازنة الاستقرار قبل تحقق فرضياتها.

للمناقشة: لماذا نقسم قدرة العمود على الكفاءة؟ لماذا لا يساوي فرق القدرتين الحرارة الخارجة أثناء الإحماء؟ وما الذي يتغير في الطاقة السنوية إذا انخفض عدد ساعات التشغيل إلى النصف مع ثبات الحمل؟

مثال زراعي محلول: محرك كهربائي لتشغيل مضخة ري

نص المسألة: تعمل مضخة ري بمحرك كهربائي اعتيادي يعطي عند الحمل الكامل قدرة عمود مقدارها 60 hp وكفاءته 89.0%. يعمل المحرك 3500 ساعة سنوياً، ويُفترض أن سرعة عموده ثابتة وتساوي 1500 rpm. نريد مقارنته بمحرك آخر كفاءته 93.2%، مع بقاء قدرة العمود وزمن التشغيل متماثلين.

المطلوب: قدرة العمود المفيدة، وقدرة الدخل الكهربائي، وقدرة الفواقد، واستهلاك الطاقة السنوي، وطاقة الفواقد السنوية، وعزم العمود؛ ثم مقدار التوفير الكهربائي السنوي عند استبدال المحرك.

النظام والفرضيات: المحرك وحده هو النظام. التشغيل عند حمل كامل وحرارة وسرعة مستقرتين؛ لا تراكم للطاقة ولا تدفق كتلة خلال الحدّ المختار. الخرج المفيد هو شغل العمود؛ ويخرج فرق القدرة أساساً كحرارة. لا تُفترض كفاءة للمضخة، لأن المسألة تحلل المحرك فقط.

أولاً: القوانين النظرية قبل الحساب

$$\eta_{\text{motor}} = \frac{\dot{W}_{\text{shaft,out}}}{\dot{W}_{\text{elect,in}}} \quad \Rightarrow \quad \dot{W}_{\text{elect,in}} = \frac{\dot{W}_{\text{shaft,out}}}{\eta_{\text{motor}}}$$

$$\dot{W}_{\text{elect,in}} - \dot{W}_{\text{shaft,out}} - \dot{Q}_{\text{out}} = 0$$

$$E_{\text{elect,in}} = \dot{W}_{\text{elect,in}}\,\Delta t \quad ; \quad E_{\text{loss}} = \dot{W}_{\text{loss}}\,\Delta t$$

$$\dot{W}_{\text{shaft,out}} = 2\pi \dot{n} \tau \quad \Rightarrow \quad \tau = \frac{\dot{W}_{\text{shaft,out}}}{2\pi \dot{n}}$$

ثانياً: توحيد الوحدات وحساب الخرج المفيد

تعني 60 hp في المسألة قدرة العمود الخارجة، وليست قدرة الدخل الكهربائي. نستخدم التحويل التقريبي للحصان الميكانيكي: 1 hp = 0.7457 kW. كما نحول الكفاءة إلى كسر عشري.

$$\dot{W}_{\text{shaft,out}} = (60\ hp)(0.7457\ kW/hp) = 44.742\ kW$$

$$\eta_{\text{motor}} = \frac{89.0}{100} = 0.890$$

ثالثاً: حساب القدرة الكهربائية الداخلة

نقسم الخرج المفيد على الكفاءة؛ لأن قدرة الدخل يجب أن تكون أكبر من الخرج عند وجود فواقد.

$$\dot{W}_{\text{elect,in}} = \frac{44.742\ kW}{0.890} = 50.271910\ kW$$

متابعة حل المثال: الفواقد والاستهلاك والمقارنة

رابعاً: قدرة الفواقد الحرارية عند الاستقرار

$$\dot{W}_{\text{loss}} = \dot{W}_{\text{elect,in}} - \dot{W}_{\text{shaft,out}}$$

$$\dot{W}_{\text{loss}} = 50.271910 - 44.742 = 5.529910\ kW$$

إذن يطرح المحرك نحو 5.530 kJ من الطاقة كل ثانية كحرارة ضمن الفرضيات المذكورة؛ ولا يعني ذلك أن هذه الطاقة قد فنيت.

خامساً: الطاقة المستهلكة وطاقة الفواقد سنوياً

$$E_{\text{elect,in}} = (50.271910\ kW)(3500\ h) \approx 175{,}952\ kWh$$

$$E_{\text{shaft,out}} = (44.742\ kW)(3500\ h) = 156{,}597\ kWh$$

$$E_{\text{loss}} = (5.529910\ kW)(3500\ h) \approx 19{,}355\ kWh$$

هذه كميات طاقة خلال سنة تشغيل. عند ضرب kW في h نحصل على kWh؛ وإذا طُلبت النتيجة بـ kJ نضرب قيمة kWh في 3600. لا نضرب في 3600 عندما يكون المطلوب بوحدة kWh.

سادساً: عزم العمود من القدرة وسرعة الدوران

$$\dot{n} = \frac{1500}{60} = 25\ rev/s \quad ; \quad \dot{W}_{\text{shaft,out}} = 44{,}742\ W$$

$$\tau = \frac{44{,}742}{2\pi \times 25} = 284.836\ N \cdot m$$

التحقق البُعدي: الواط يساوي J/s، والقسمة على s^{-1} تعطي J المكافئ بُعدياً لـ N•m؛ وتُكتب وحدة العزم N•m. تُستخدم قدرة العمود بوحدة W هنا، وليس قيمتها العددية بوحدة kW.

سابعاً: المحرك الأعلى كفاءة عند الخرج نفسه

$$\dot{W}_{\text{elect,in,2}} = \frac{44.742}{0.932} = 48.006438\ kW$$

$$\dot{W}_{\text{loss,2}} = 48.006438 - 44.742 = 3.264438\ kW$$

$$E_{\text{saving}} = (50.271910\ kW - 48.006438\ kW)(3500\ h)$$

$$E_{\text{saving}} \approx 7929\ kWh\ /\ \text{year}$$

ملخص النتائج المحسوبة: طاقات سنوية؛ تقريب القدرة إلى ثلاث منازل والطاقة إلى أقرب kWh.

الكمية	المحرك الاعتيادي	المحرك الأعلى كفاءة
قدرة العمود (kW)	44.742	44.742
الدخل الكهربائي (kW)	50.272	48.006
قدرة الفواقد (kW)	5.530	3.264
الاستهلاك السنوي (kWh)	175,952	168,023
الفواقد السنوية (kWh)	19,355	11,426

فحص الحل: 50.271910 kW = 5.529910 + 44.742، ونسبة الخرج إلى الدخل تساوي 0.890. يقل الاستهلاك عند استخدام المحرك الأعلى كفاءة، بينما يبقى شغل العمود المطلوب لتشغيل المضخة ثابتاً.