المحاضرة الخامسة

تحليل الكتلة والطاقة في الأنظمة المفتوحة

مخرجات التعلم: تطبيق حفظ الكتلة عند الجريان المستقر؛ وتفسير دور الإنثالبي في نقل الطاقة؛ وتبسيط موازنة الطاقة للمضخات والضواغط وبعض الأجهزة الشائعة، مع حساب قدرة عمود مضخة ري.

المحاضرة 5، الفقرة 1

حجم السيطرة والجريان المستقر ومعدلات التدفق

نتتبع في النظام المفتوح حركة المائع عبر جهاز، مثل مرور ماء الري في مضخة أو الهواء في ضاغط. نختار حيزاً للتحليل يسمى حجم السيطرة، وتسمى حدوده سطح السيطرة. تسمح أجزاء من هذه الحدود بدخول الكتلة وخروجها، وقد تعبرها الحرارة أو القدرة أيضاً. يختلف هذا الاختيار عن تتبع كتلة ثابتة في نظام مغلق؛ فالماء الموجود داخل المضخة يتجدد باستمرار أثناء التشغيل.

اختيار الحدود: يُرسم سطح السيطرة حول المضخة، ويقطع أنبوبي السحب والطرد عند مقطعين معلومين. يفضّل أن يكون كل مقطع عمودياً على اتجاه الجريان، وتحدد عنده مساحة المقطع والضغط ودرجة الحرارة والسرعة والارتفاع بحسب الحاجة. إذا كان المحرك خارج حجم السيطرة فإن القدرة الداخلة تعبر الحدود بواسطة العمود؛ وإذا شمل الاختيار المحرك أيضاً فقد تكون القدرة العابرة كهربائية.

معنى الاستقرار: يكون الجريان مستقراً عندما تبقى الخواص عند كل موضع ثابت دون تغير مع الزمن، وتبقى معدلات التدفق والحرارة والقدرة ثابتة. لا يعني ذلك تساوي الضغط أو الحرارة بين المدخل والمخرج؛ فقد ترفع المضخة الضغط مع استمرارها في حالة مستقرة. كما لا يعني أن المائع ساكن، بل إن وصف الجريان عند موضع معين لا يتغير بمرور الزمن.

يمكن تقريب التشغيل المنتظم بعد اكتمال بدء تشغيل المضخة بجريان مستقر. أما ملء خزان أو تفريغه، أو تغير سرعة الضاغط بسرعة، فيحتاج إلى فحص حدود التراكم قبل حذفها. في هذه المحاضرة نستخدم حجم سيطرة ثابتاً، ونمثل خواص كل مقطع بقيم متوسطة مناسبة؛ ولا نفترض أن جميع النقاط داخل الجهاز متشابهة.

معدل التدفق الحجمي: هو الحجم الذي يعبر مقطعاً في وحدة الزمن. إذا كانت السرعة المتوسطة العمودية على المقطع هي C ومساحته A، فإن المعدل يساوي حاصل ضربهما. نستخدم C للسرعة حتى لا تختلط مع رمز الحجم V. النقطة فوق الرمز تعني معدل التغير مع الزمن.

$$\dot{V} = AC \quad ; \quad A = \frac{\pi D^2}{4}$$

معدل التدفق الكتلي: هو الكتلة التي تعبر المقطع في وحدة الزمن. عند تمثيل الكثافة بقيمة موحدة أو متوسطة مناسبة على المقطع، نحصل على العلاقة الآتية، حيث ρ الكثافة و v الحجم النوعي:

$$\dot{m} = \rho AC = \rho\dot{V} = \frac{\dot{V}}{v}$$

وحدة المعدل الحجمي m^3/s، ووحدة المعدل الكتلي kg/s، ووحدة السرعة m/s. لا تخلط بين حجم الخزان ومعدل تدفق المضخة، ولا بين كتلة الماء ومعدل تدفقه. وعند إعطاء القطر بالمليمتر يحوّل إلى المتر قبل حساب المساحة، لأن تربيع قطر غير محوّل يضاعف خطأ الوحدات.

$$1\ L/s = 0.001\ m^3/s \quad ; \quad 1\ m^3/h = \frac{1}{3600}\ m^3/s$$

المحاضرة 5، الفقرة 2

قانون حفظ الكتلة وتطبيقه على المداخل والمخارج

لا تنشأ الكتلة ولا تختفي في العمليات الهندسية المعتادة التي ندرسها. لذلك فإن الفرق بين الكتلة الداخلة والخارجة من حجم السيطرة يساوي تغير الكتلة الموجودة داخله. نبدأ بهذه المحاسبة قبل افتراض الاستقرار، لأن وجود تدفق مستمر وحده لا يثبت انعدام التراكم. فقد يدخل الماء إلى خزان باستمرار بينما يرتفع منسوبه وتزداد كتلته.

$$m_{\text{in}} - m_{\text{out}} = \Delta m_{\text{CV}}$$

تمثل المقادير السابقة كتلًا خلال فترة محددة. أما عند التعامل مع معدلات التدفق فنكتب الصورة الزمنية التالية. تجمع إشارة المجموع جميع المداخل أو جميع المخارج، ويرمز CV إلى حجم السيطرة:

$$\frac{dm_{\text{CV}}}{dt} = \sum_{\text{in}} \dot{m} - \sum_{\text{out}} \dot{m}$$

حالة الجريان المستقر: لا تتغير الكتلة المختزنة داخل حجم السيطرة بمرور الزمن، فيصبح الطرف الخاص بالتراكم صفراً. لهذا يساوي مجموع معدلات الكتلة الداخلة مجموع معدلات الكتلة الخارجة. لا يشترط أن يساوي كل مدخل مخرجاً منفرداً عندما تتعدد الفروع؛ الذي يتساوى هو المجموع الكلي.

$$\sum_{\text{in}} \dot{m} = \sum_{\text{out}} \dot{m}$$

مدخل واحد ومخرج واحد: في مضخة أو ضاغط بلا تسرب، وعند الاستقرار، يكون معدل الكتلة واحداً عند المدخل والمخرج. بالتعويض من علاقة التدفق نحصل على معادلة الاستمرارية. يشير المؤشر الأول إلى المدخل والثاني إلى المخرج:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m} \quad ; \quad \rho_1 A_1 C_1 = \rho_2 A_2 C_2$$

لا يؤدي تساوي معدل الكتلة بالضرورة إلى تساوي السرعتين. فقد تختلف مساحتا المقطعين، أو تتغير الكثافة كما يحدث في ضغط الهواء. لذلك لا نستنتج سرعة الطرد من سرعة السحب وحدها قبل معرفة المساحة والكثافة عند كل موضع. كذلك فإن ارتفاع الضغط لا يعني زيادة الكتلة المتدفقة بين طرفي الجهاز المستقر.

سائل ذو كثافة ثابتة تقريباً: عندما تكون الكثافة نفسها عند المدخل والمخرج، كما في كثير من مسائل ضخ الماء، يمكن اختصارها من الاستمرارية. يصبح المعدل الحجمي متساوياً، وتتناسب السرعة عكسياً مع مساحة المقطع؛ أما في الغازات فلا نختصر الكثافتين دون مسوغ.

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 \quad ; \quad A_1 C_1 = A_2 C_2$$

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2$$

يوضح ذلك زيادة سرعة الماء في نهاية خرطوم الري عند تصغير فتحة الخروج، بشرط مقارنة الحالة نفسها عند معدل تدفق معلوم. لا تعني العلاقة أن تضييق الفتحة يحافظ دائماً على تصريف منظومة المضخة؛ فقد يتغير التصريف التشغيلي نفسه. هنا نستخدم الاستمرارية لحساب سرعات تيار معلوم، ولا نحسب منحنى أداء المضخة.

عند تعدد الفروع أو وجود تسرب: يضاف كل فرع خروج إلى الموازنة. وإذا كان التصريف المقاس بعد المضخة أقل من الداخل، فابحث عن تسرب أو فرع آخر أو تغير في المخزون أو خطأ قياس، بدلاً من قبول فقد الكتلة. لا يجوز افتراض الحالة المستقرة لمجرد الحصول على معادلة سهلة.

المحاضرة 5، الفقرة 3

شغل الجريان والإنثالبي والطاقة المحمولة مع الكتلة

دخول المائع إلى حجم السيطرة يحتاج إلى دفعه عبر المدخل، كما يحتاج خروجه إلى إزاحة المائع الموجود أمامه. الطاقة المرتبطة بهذا الدفع تسمى شغل الجريان. وهي تختلف عن قدرة العمود التي تنتقل إلى المضخة من المحرك؛ فشغل الجريان ينشأ بفعل الضغط على المائع عند المقاطع التي تعبرها الكتلة.

اشتقاق شغل الجريان: نتصور عنصراً من المائع يندفع مسافة L تحت ضغط منتظم P عبر مساحة A. القوة الضاغطة تساوي حاصل ضرب الضغط بالمساحة. والشغل يساوي القوة مضروبة في الإزاحة، بينما حجم العنصر يساوي حاصل ضرب المساحة بالمسافة. لذلك:

$$F = PA \quad ; \quad W_{\text{flow}} = FL = PAL = PV$$

$$w_{\text{flow}} = \frac{W_{\text{flow}}}{m} = Pv$$

الرمز الكبير يمثل الشغل الكلي لكتلة معينة، والصغير يمثل الشغل لكل وحدة كتلة. إذا استُعمل الضغط بوحدة kPa والحجم النوعي بوحدة m^3/kg كان شغل الجريان النوعي بوحدة kJ/kg. الضغط في هذه العلاقة ضغط مطلق؛ فاختيار ضغط قياسي بدلاً منه يغير تمثيل الطاقة عند المقطع.

لماذا يظهر الإنثالبي؟ يحمل المائع طاقة داخلية نوعية u، ويصاحب عبوره شغل جريان نوعي Pv. نجمعهما في خاصية واحدة هي الإنثالبي النوعي h. يبسّط هذا الجمع حساب الطاقة التي تدخل أو تخرج مع الكتلة، لأن أثر الدفع عند المداخل والمخارج يصبح مشمولاً تلقائياً.

$$h = u + Pv$$

الإنثالبي خاصية للمائع، وليس اسماً آخر للحرارة المنتقلة. قد يتغير الإنثالبي في ضاغط معزول حرارياً بسبب قدرة العمود الداخلة. وعند استخدام الإنثالبي في موازنة الجهاز لا نضيف شغل الجريان مرة ثانية ضمن الشغل؛ فهذا يكرر الحد نفسه ويعطي قدرة خاطئة.

الطاقة الكلية المحمولة مع التيار: إضافةً إلى الإنثالبي، قد ينقل المائع طاقة حركة بسبب سرعته الكلية وطاقة وضع بسبب ارتفاعه. نرمز إلى مجموعها لكل وحدة كتلة بالرمز θ، وإلى تعجيل الجاذبية بالرمز g، وارتفاع المقطع عن مرجع معلوم بالرمز z. في الصيغة التالية جميع الحدود بوحدة J/kg، بما فيها الإنثالبي:

$$\theta = h + \frac{C^2}{2} + gz$$

إذا كان الإنثالبي معطى بوحدة kJ/kg، وهو الشائع في جداول الخواص، نقسم الحدين الميكانيكيين المحسوبين بالمتر والثانية على ألف. الضرب في معدل التدفق الكتلي يحول الطاقة النوعية المحمولة إلى معدل نقل للطاقة:

$$\theta = h + \frac{C^2}{2000} + \frac{gz}{1000} \quad [\text{kJ/kg}]$$

$$\dot{E}_{\text{mass}} = \dot{m}\,\theta \quad [\text{kW}]$$

عند مقارنة المخرج بالمدخل نستخدم فروق الخواص. القيمة المطلقة للإنثالبي تعتمد على المرجع المختار للجداول، أما الفرق المحسوب من المرجع نفسه فيعبر عن التغير المطلوب. لا يُخلط بين قيم من جداول ذات مراجع مختلفة، ولا يستنتج من قيمة إنثالبي منفردة مقدار الحرارة التي اكتسبها المائع.

ربط بالخواص السابقة: للغاز المثالي يمكن تقدير فرق الإنثالبي باستعمال الحرارة النوعية عند ثبوت الضغط وفرق درجة الحرارة، ضمن افتراضات الحرارة النوعية المناسبة. وللسائل شبه غير القابل للانضغاط يعتمد الفرق على تغير الطاقة الداخلية وحد الضغط؛ ولذلك لا تكفي زيادة الضغط وحدها لتحديد كل الطاقة الداخلة إلى مضخة حقيقية.

المحاضرة 5، الفقرة 4
معادلة الطاقة للجريان المستقر

يجمع القانون الأول جميع طرق انتقال الطاقة: الحرارة والشغل والطاقة التي تحملها الكتلة. في الحالة العامة يساوي معدل الطاقة الداخلة ناقص الخارجة معدل تغير الطاقة المختزنة. وعند الاستقرار يبقى مخزون الطاقة في حجم السيطرة ثابتاً، لكن انتقال الطاقة عبره قد يكون كبيراً؛ لذلك لا يعني انعدام التراكم انعدام الحرارة أو الشغل.

$$\dot{E}_{\text{in}} - \dot{E}_{\text{out}} = \frac{dE_{\text{CV}}}{dt} = 0$$

الإشارات المعتمدة: نعد معدل الحرارة موجباً إلى حجم السيطرة، والقدرة موجبة عندما ينتجها الجهاز إلى المحيط. ولذلك تكون قدرة المضخة أو الضاغط سالبة في رمز القدرة الصافية الخارجة. ويمكن التعبير عنها بمقدار موجب يسمى قدرة العمود الداخلة؛ عندئذ تتغير طريقة ترتيب الموازنة، لا الفيزياء التي تصفها.

$$\dot{Q} - \dot{W} = \sum_{\text{out}} \dot{m}\,\theta - \sum_{\text{in}} \dot{m}\,\theta$$

بعد تطبيق حفظ الكتلة على جهاز له مدخل واحد ومخرج واحد، يخرج معدل التدفق الكتلي المشترك عاملاً من فرق الطاقات النوعية. تكتب المعادلة التالية بوحدات متسقة: الإنثالبي J/kg والسرعة m/s والارتفاع m، فتكون معدلات انتقال الحرارة والشغل بوحدة W.

$$\dot{Q} - \dot{W} = \dot{m}\,[h_2 - h_1 + \frac{{C_2}^2 - {C_1}^2}{2} + g(z_2 - z_1)]$$

للحسابات التي تستخدم الإنثالبي بوحدة kJ/kg والقدرة بوحدة kW نستخدم الصيغة التالية مباشرة. لا يوضع عامل الألف أمام فرق الإنثالبي، لأنه بوحدة الكيلوجول أصلاً:

$$\dot{Q} - \dot{W} = \dot{m}\,[\Delta h + \frac{{C_2}^2 - {C_1}^2}{2000} + \frac{g(z_2 - z_1)}{1000}]$$

ما المقصود بالشغل هنا؟ شغل دفع المائع محسوب ضمن الإنثالبي، لذلك تمثل القدرة في هذه المعادلة الأشكال الأخرى التي تعبر سطح السيطرة، مثل قدرة العمود أو القدرة الكهربائية. في حجم سيطرة ثابت لا يوجد شغل تمدد لحدوده الخارجية؛ لكن ذلك لا يمنع وجود عمود دوار ينقل القدرة إلى المائع أو منه.

إهمال طاقتي الحركة والوضع: نقدر فرق كل منهما ثم نقارنه بحدود الموازنة المهمة في المسألة. إذا تقاربت سرعتا المدخل والمخرج صغر فرق طاقة الحركة، حتى إن لم تكن كل سرعة صفراً. ويصغر فرق طاقة الوضع إذا تقارب الارتفاعان. أما ضخ الماء إلى منسوب مرتفع فيستلزم إبقاء حد الارتفاع عند اختيار حدود تشمل هذا الرفع.

$$\dot{Q} - \dot{W} \approx \dot{m}\,(h_2 - h_1)$$

في مسائل المضخات منخفضة الرفع قد تكون فروق الطاقة الميكانيكية صغيرة عددياً لكنها تمثل الجزء الأساسي من المطلوب، فلا تحذف لمجرد مقارنتها بقيمة الإنثالبي المطلقة. يعتمد القرار على فروق الطاقة وحجم الخطأ المقبول، وليس على قاعدة أن جميع المضخات أو جميع الضواغط لها الحدود المهملة نفسها.

العزل والاستقرار: إذا كان انتقال الحرارة مهملاً نضع معدله صفراً. لا نستنتج من العزل ثبات درجة الحرارة، ولا نستنتج من الاستقرار تساوي إنثالبي المدخل والمخرج. في جهاز معزول قد تتحول قدرة العمود الداخلة إلى زيادة في إنثالبي المائع، بينما يبقى مخزون الطاقة داخل الجهاز ثابتاً مع الزمن.

المحاضرة 5، الفقرة 5

تطبيقات المضخات والضواغط

المضخة والضاغط: ترفع المضخة طاقة السائل، ويستخدم الضاغط لرفع ضغط الغاز. يحتاج كلاهما عادةً إلى قدرة داخلة. عند الاستقرار ومع إهمال فروق الحركة والوضع، نرتب الموازنة باستعمال مقدار موجب لقدرة العمود الداخلة. إذا حدث تبريد للضاغط، يكون معدل الحرارة الصافي إلى الجهاز سالباً.

$$\dot{W}_{\text{shaft,in}} = \dot{m}\,\Delta h - \dot{Q}$$

في ضاغط هواء يُعامل الغاز مثالياً، يمكن تقريب فرق الإنثالبي من الحرارة النوعية المتوسطة وفرق درجة الحرارة. لا تكفي معرفة الضغطين وحدهما لحساب هذا الفرق دون وصف إضافي للحالة أو العملية. وعند وجود فقد حراري يجب أن تغطي القدرة الداخلة زيادة إنثالبي الهواء والحرارة المفقودة معاً.

$$\Delta h \approx c_{\text{p}}\,(T_2 - T_1)$$

القدرة الهيدروليكية المفيدة لمضخة: نقصد بها معدل زيادة الطاقة الميكانيكية التي يكتسبها الماء بين مقطعي السحب والطرد. للماء ذي الكثافة الثابتة تكتب العلاقة الآتية بالواط عندما يكون الضغط بالباسكال، والمعدل الحجمي بالمتر المكعب في الثانية، وبقية المقادير بوحدات SI، وحدات SI هي اختصار لـ النظام الدولي للوحدات (بالفرنسية: Système international d'unités)، وهو النظام الأكثر استخداماً في العالم للقياسات العلمية والتجارية. تم اعتماد هذا النظام رسمياً لتوحيد المقاييس بين الدول، ويستند إلى سبع وحدات قياس أساسية تغطي مختلف الظواهر الفيزيائية، وتشمل: (المتر (m - م): لقياس الطول أو المسافة; الكيلوغرام (kg - كغ): لقياس الكتلة. الثانية (s - ث): لقياس الزمن; الأمبير (A - أمبير): لقياس التيار الكهربائي; الكلفن (K - كلفن): لقياس درجة الحرارة المطلقة; المول (mol - مول): لقياس كمية المادة; الشمعة أو الـ (Candela - cd): لقياس شدة الإضاءة):

$$\dot{W}_{\text{hyd}} = \dot{V}\,[\Delta P + \frac{\rho({C_2}^2 - {C_1}^2)}{2} + \rho g \Delta z]$$

إذا تقاربت السرعتان والارتفاعان تصبح القدرة المفيدة حاصل ضرب المعدل الحجمي بزيادة الضغط. عند استعمال kPa ينتج هذا الحاصل بوحدة kW. نعرّف كفاءة المضخة هنا بأنها القدرة الهيدروليكية المفيدة مقسومة على قدرة العمود الداخلة؛ وهي كفاءة كلية للمضخة وفق هذا التعريف، وليست كفاءة المحرك الكهربائي ولا كفاءة انضغاط إيزنتروبية.

$$\dot{W}_{\text{hyd}} \approx \dot{V}\,\Delta P \quad ; \quad \eta_{\text{pump}} = \frac{\dot{W}_{\text{hyd}}}{\dot{W}_{\text{shaft,in}}}$$

$$\dot{W}_{\text{shaft,in}} = \frac{\dot{W}_{\text{hyd}}}{\eta_{\text{pump}}}$$

يمثل الفرق بين القدرتين فواقد تحويل ميكانيكية، ولا يعني اختفاء الطاقة. قد تزيد هذه الفواقد الطاقة الداخلية للماء أو تنتقل حرارة إلى المحيط. لذلك لا نساوي زيادة الإنثالبي الفعلية بحد الضغط وحده ثم نعاملها في الوقت نفسه على أنها تشمل فواقد المضخة. المثال المحلول يميز القدرة المفيدة عن إجمالي القدرة الداخلة.

التوربين: ينتج قدرة من المائع. إذا كان معزولاً تقريباً وكانت فروق الحركة والوضع مهملة، تساوي قدرته الخارجة معدل الكتلة مضروباً في انخفاض الإنثالبي. الاتجاه هنا معاكس لاتجاه القدرة في الضاغط.

$$\dot{W}_{\text{out}} \approx \dot{m}\,(h_1 - h_2)$$

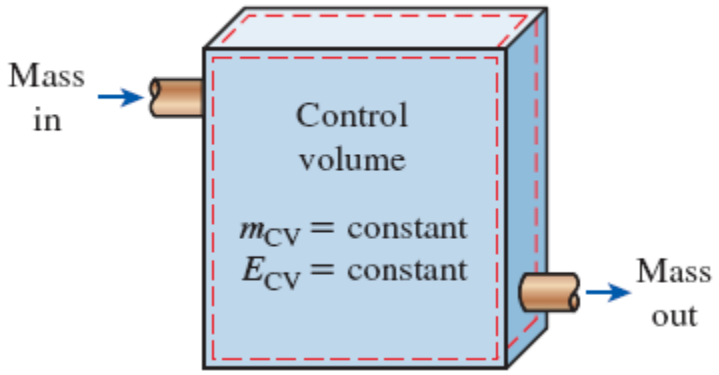
المبادل الحراري: عند اختيار المبادل كله، مع إهمال الفقد إلى المحيط والشغل وفروق الحركة والوضع، يساوي انخفاض إنثالبي التيار الساخن زيادة إنثالبي التيار البارد بعد وزن كل منهما بمعدل كتلته. لا تختلط الكتلتان في المبادل غير المباشر. انعدام الحرارة عبر الحد الخارجي لا يعني انعدام انتقالها بين التيارين.

$$\dot{m}_{\text{hot}}\,(h_{\text{hot,in}} - h_{\text{hot,out}}) = \dot{m}_{\text{cold}}\,(h_{\text{cold,out}} - h_{\text{cold,in}})$$

صمام الخنق: يخفض الضغط دون إنتاج قدرة عمود. مع إهمال انتقال الحرارة وفروق الحركة والوضع، يتساوى إنثالبي المدخل والمخرج تقريباً. لا يعني ذلك ثبات درجة الحرارة لكل الموائع؛ فقد يتغير الطور، كما في تطبيقات التبريد.

$$h_1 \approx h_2$$

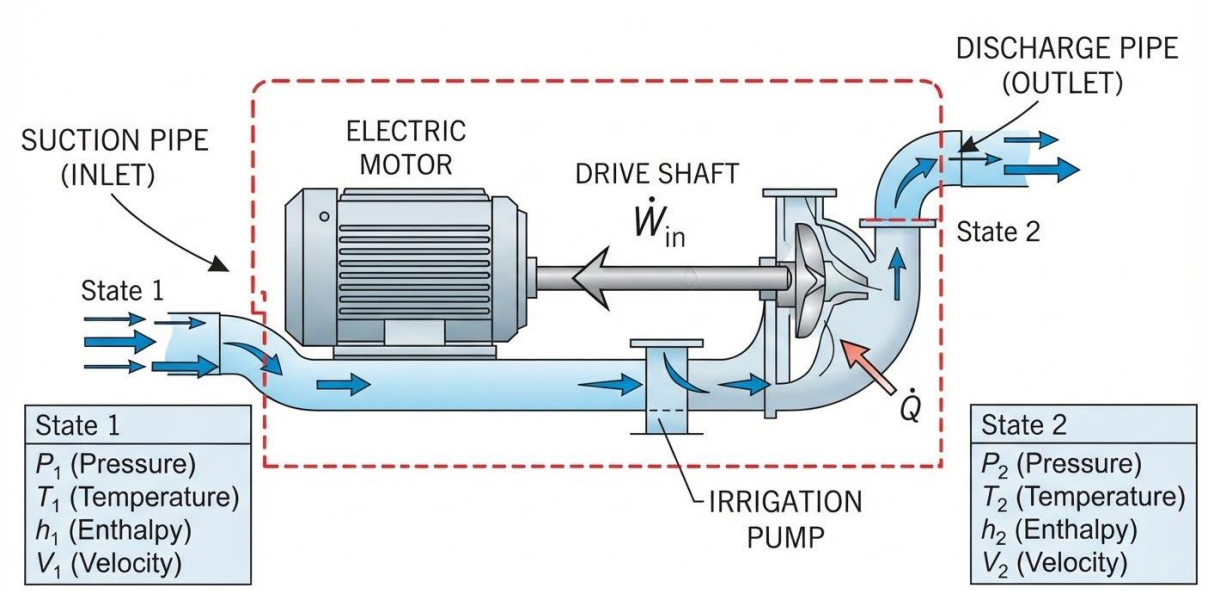
الأشكال المساندة وتعليقاتها



الشكل 1. في ظروف الجريان المستقر تبقى الكتلة والطاقة الموجودتان داخل حجم السيطرة ثابتتين.

دليل القراءة: ثبات المخزون لا يمنع مرور الكتلة والطاقة. حدد المدخل والمخرج، ثم ميّز مخزون الماء داخل الجهاز من معدل الماء الذي يعبره.

موضع المخطط التطبيقي لمضخة الري



الشكل 2. حجم سيطرة ثابت يحيط بمضخة ري، مع مدخل عند أنبوب السحب ومخرج عند أنبوب الطرد، وقدرة عمود داخلة من المحرك. يتجه جريان الماء من الحالة الأولى إلى الثانية.

البيانات التي تُظهر على المخطط: ضغطي السحب والطرد، ومعدل تدفق الماء، واتجاه قدرة العمود الداخلة. يقع المحرك خارج حجم السيطرة في المثال؛ ويتساوى ارتفاع المقطعين ومساحتاهما وفق معطياته.

مثال زراعي محلول لحساب قدرة عمود مضخة ري

تضخ مضخة ري ماءً بمعدل حجمي 20 L/s. الضغط المطلق عند المدخل 100 kPa وعند المخرج 400 kPa. للمقطعين المساحة نفسها والارتفاع نفسه. كثافة الماء 1000 kg/m³، وكفاءة المضخة، المعرفة بنسبة القدرة الهيدروليكية المفيدة إلى قدرة العمود الداخلة، تساوي 75%. احسب معدل التدفق الكتلي وزيادة الضغط والقدرة الهيدروليكية وقدرة العمود الداخلة ومعدل الفواقد.

حجم السيطرة: نحيط المضخة وحدها، ونقطع أنبوبَي السحب والطرد. المحرك خارج الحدود، لذلك المطلوب قدرة العمود التي تصل إلى المضخة، وليس القدرة الكهربائية التي يسحبها المحرك من الشبكة.

الافتراضات: الجريان مستقر؛ وللمضخة مدخل ومخرج دون تسرب؛ والماء سائل ذو كثافة ثابتة تقريباً. تساوي المساحتين مع حفظ التدفق يجعل السرعتين متساويتين. وتساوي الارتفاعين يلغي فرق طاقة الوضع بين المقطعين. لا نفترض أن السرعة أو الارتفاع يساوي صفراً كلٌّ على حدة.

المعطى	القيمة	الوحدة
معدل التدفق الحجمي	20	L/s
ضغط المدخل المطلق	100	kPa
ضغط المخرج المطلق	400	kPa
كثافة الماء	1000	kg/m³
كفاءة المضخة	0.75	بلا وحدة

الخطوة الأولى تحديد القوانين قبل التعويض

$$\dot{m} = \rho \dot{V} \quad ; \quad \Delta P = P_2 - P_1$$

$$\dot{W}_{\text{hyd}} = \dot{V}\,\Delta P$$

$$\eta_{\text{pump}} = \frac{\dot{W}_{\text{hyd}}}{\dot{W}_{\text{shaft,in}}} \quad \Longrightarrow \quad \dot{W}_{\text{shaft,in}} = \frac{\dot{W}_{\text{hyd}}}{\eta_{\text{pump}}}$$

$$\dot{W}_{\text{loss}} = \dot{W}_{\text{shaft,in}} - \dot{W}_{\text{hyd}}$$

اختُصرت علاقة القدرة الهيدروليكية بعد إثبات انعدام فروق الحركة والوضع. والكفاءة كسر عشري موجب يقل عن الواحد؛ لذلك تكون قدرة العمود المطلوبة أكبر من القدرة المفيدة. نستخدم الضغطين المطلقين هنا، مع أن فرق الضغط نفسه لا يتغير لو استُعمل ضغطان قياسيان مرجعهما الجوي واحد.

الخطوة الثانية تحويل الوحدات وتجهيز المعطيات

$$\dot{V} = 20 \times 0.001 = 0.020\ m^3/s$$

$$\eta_{\text{pump}} = \frac{75}{100} = 0.75$$

اختيار kPa مع m³/s يعطي kW مباشرة، لأن الكيلوباسكال مضروباً في المتر المكعب يساوي كيلوجولاً. أما استخدام Pa فيعطي W، ويتطلب القسمة على ألف للوصول إلى kW.

متابعة مثال المضخة والحسابات والتحقق

الخطوة الثالثة حساب التدفق الكتلي وزيادة الضغط

$$\dot{m} = (1000\ kg/m^3)(0.020\ m^3/s) = 20.0\ kg/s$$

$$\Delta P = 400 - 100 = 300\ kPa$$

الوحدة الحجمية تختصر في معادلة التدفق، فيبقى kg/s. وتعني زيادة الضغط الموجبة أن المضخة ترفع ضغط الماء من السحب إلى الطرد؛ وهي ليست قيمة ضغط الطرد وحده.

الخطوة الرابعة حساب القدرة المفيدة وقدرة العمود

$$\dot{W}_{\text{hyd}} = (0.020\ m^3/s)(300\ kPa) = 6.00\ kW$$

$$\dot{W}_{\text{shaft,in}} = \frac{6.00\ kW}{0.75} = 8.00\ kW$$

$$\dot{W}_{\text{loss}} = 8.00 - 6.00 = 2.00\ kW$$

تحتاج المضخة إلى قدرة عمود داخلة مقدارها 8.00 kW لتحقيق زيادة مفيدة في طاقة ضغط الماء بمعدل 6.00 kW. الفرق 2.00 kW فواقد تحويل ضمن تعريف الكفاءة المعطى. أما القدرة الكهربائية للمحرك فتحتاج إلى كفاءته الخاصة، وهي غير معطاة ولا تدخل في المطلوب.

الخطوة الخامسة التحقق بطريقة الطاقة لكل وحدة كتلة

$$e_{\text{hyd}} = \frac{\Delta P}{\rho} = \frac{300000\ Pa}{1000\ kg/m^3} = 300\ J/kg = 0.300\ kJ/kg$$

$$\dot{W}_{\text{hyd}} = (20.0\ kg/s)(0.300\ kJ/kg) = 6.00\ kW$$

$$\eta_{\text{pump}} = \frac{6.00}{8.00} = 0.75 \quad ; \quad 8.00 = 6.00 + 2.00$$

تطابقت طريقة معدل الحجم مع طريقة معدل الكتلة، وتحققت نسبة الكفاءة. إذا ضربنا القدرة المفيدة بالكفاءة بدلاً من القسمة عليها نحصل على قدرة عمود أقل من القدرة المفيدة، وهذا يخالف تعريف الكفاءة في المسألة.

الخطوة السادسة ربط النتيجة بالقانون الأول

لتفسير الفواقد، نضيف الآن افتراضاً توضيحياً بأن انتقال الحرارة عبر الغلاف مهمل. تصبح القدرة الداخلة مساوية لزيادة إنثالبي الماء المنقول في وحدة الزمن. هذا الافتراض الإضافي مطلوب لتحديد فرق الإنثالبي الفعلي، ولم يكن مطلوباً لاستخراج قدرة العمود من الكفاءة المعطاة.

$$\Delta h = \frac{\dot{W}_{\text{shaft,in}}}{\dot{m}} = \frac{8.00}{20.0} = 0.400\ kJ/kg$$

$$\Delta h = \Delta u + v\Delta P \quad \Longrightarrow \quad \Delta u = 0.400 - 0.300 = 0.100\ kJ/kg$$

بذلك يقابل ارتفاع الضغط جزءاً من الإنثالبي، وتظهر الفواقد داخل النموذج الأديباتي زيادةً في الطاقة الداخلية للماء. إذا وُجد تبادل حراري مع المحيط تتغير هذه القسمة، لكن الطاقة تبقى محفوظة. لا يصح القول إن القدرة المفقودة قد اختفت.

قراءة تطبيقية: الارتفاع هنا فرق بين مقطعي المضخة فقط. إذا كان المطلوب ضخ الماء إلى خزان مرتفع، تختار حدوداً تشمل الخزان وخط الأنابيب أو تحسب الرفع وفواقد الخط المناسبة؛ فلا تُعامل نتيجة هذا المثال على أنها قدرة أي شبكة ري مهما كان ارتفاعها وطولها.

مثال إضافي للاستمرارية في أنبوب ري

يمر الماء مستقراً في أنبوب ري بمعدل 36 m³/h. القطر الداخلي عند مقطع أول 100 mm، وعند مقطع ثانٍ 50 mm. كثافة الماء 1000 kg/m³، ولا يوجد تسرب أو فرع بين المقطعين. احسب معدل التدفق الكتلي والسرعة المتوسطة عند كل مقطع، ثم قدر فرق طاقة الحركة النوعية.

الافتراضات: كثافة الماء ثابتة، والمقاطع دائرية، والسرعات المستخدمة متوسطات عمودية على المقاطع. نمثل الطاقة الحركية بهذه السرعات دون معامل تصحيح لتوزيع السرعة، كما في النموذج التمهيدي المستخدم في المحاضرة.

الخطوة الأولى القوانين النظرية وترتيبها

$$\dot{V} = AC \quad \Longrightarrow \quad C = \frac{\dot{V}}{A} \quad ; \quad A = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$\dot{m} = \rho \dot{V} \quad ; \quad \Delta ke = \frac{{C_2}^2 - {C_1}^2}{2000} \quad \text{[kJ/kg]}$$

الخطوة الثانية تحويل الوحدات وحساب المساحات

$$\dot{V} = \frac{36}{3600} = 0.0100\, m^3/s$$

$$D_1 = 0.100\, m \quad ; \quad D_2 = 0.050\, m$$

$$A_1 = \frac{\pi (0.100)^2}{4} = 0.007854\, m^2$$

$$A_2 = \frac{\pi (0.050)^2}{4} = 0.0019635\, m^2$$

الخطوة الثالثة حساب الكتلة والسرعتين

$$\dot{m} = 1000 \times 0.0100 = 10.0\, kg/s$$

$$C_1 = \frac{0.0100}{0.007854} \approx 1.273\, m/s$$

$$C_2 = \frac{0.0100}{0.0019635} \approx 5.093\, m/s$$

$$\Delta ke \approx \frac{5.093^2 - 1.273^2}{2000} \approx 0.01216\, kJ/kg$$

الخطوة الرابعة التحقق والتفسير

$$\frac{C_2}{C_1} \approx 4 \quad ; \quad \left(\frac{0.100}{0.050}\right)^2 = 4$$

تنصيف القطر يخفض المساحة إلى ربعها، فتزيد السرعة إلى أربعة أمثالها عند معدل التدفق المفروض. ويبلغ معدل زيادة الطاقة الحركية نحو 0.1216 kW بعد الضرب في معدل الكتلة. لا نحكم بإهماله دون مقارنته بحدود الطاقة الأخرى؛ كما لا تحدد الاستمرارية وحدها فرق الضغط أو فواقد الاحتكاك.

مثال إضافي لضاغط هواء في منظومة زراعية

يغذي ضاغط هواء منظومة تشغيل هوائية لمعدات زراعية بمعدل كتلي 0.020 kg/s. يدخل الهواء عند 300 K ويخرج عند 420 K، ويفقد الضاغط حرارة إلى المحيط بمعدل 0.300 kW. احسب قدرة العمود الداخلة إذا عومل الهواء غازاً مثالياً بحرارة نوعية ثابتة عند ثبوت الضغط مقدارها 1.005 kJ/(kg·K).

حجم السيطرة والافتراضات: نختار الضاغط في تشغيل مستقر بمدخل ومخرج واحدين. تُهمل فروق طاقتي الحركة والوضع. الحرارة النوعية معطاة كقيمة ثابتة تقريبية لغرض الحل، وليست تقريراً بأنها ثابتة بدقة في كامل المجال الحراري. المحرك خارج الحدود.

الخطوة الأولى القانون الأول قبل التعويض

$$\dot{Q} - \dot{W} = \dot{m}\,\Delta h$$

$$\dot{W} = -\dot{W}_{\text{shaft,in}} \quad \Longrightarrow \quad \dot{W}_{\text{shaft,in}} = \dot{m}\,\Delta h - \dot{Q}$$

$$\Delta h \approx c_{\text{p}}\,(T_2 - T_1)$$

الفقد إلى المحيط يجعل معدل الحرارة إلى حجم السيطرة سالباً. نكتب مقدار قدرة العمود الداخلة موجباً، ولذلك يظهر جمعها مع الحرارة في الموازنة قبل إعادة ترتيب المعادلة.

الخطوة الثانية حساب تغير الإنثالبي والقدرة

$$\Delta T = 420 - 300 = 120\ K$$

$$\Delta h \approx (1.005\ kJ/(kg \cdot K))(120\ K) = 120.6\ kJ/kg$$

$$\dot{m}\,\Delta h = (0.020\ kg/s)(120.6\ kJ/kg) = 2.412\ kW$$

$$\dot{Q} = -0.300\ kW$$

$$\dot{W}_{\text{shaft,in}} = 2.412 - (-0.300) = 2.712\ kW$$

الخطوة الثالثة التحقق من توازن الطاقة

$$2.712 = 2.412 + 0.300 \quad [\text{kW}]$$

تغطي قدرة العمود زيادة إنثالبي الهواء والحرارة الخارجة إلى المحيط معاً. في اصطلاح القدرة الصافية الخارجة تكون النتيجة سالبة، بينما مقدار القدرة الداخلة موجب. لا يوجد تعارض بين فقد الضاغط حرارة وارتفاع حرارة الهواء؛ لأن قدرة العمود الداخلة أكبر من الفقد.

سؤال للمقارنة: إذا أهمل الفقد الحراري مع تثبيت معدل الكتلة ودرجتي الحرارة المعطاتين، فما القدرة التي تنتج من الموازنة؟ تكون 2.412 kW. هذه مقارنة حسابية بشروط محددة، ولا تعني أن عزل ضاغط حقيقي يترك جميع درجات الحرارة وظروف التشغيل دون تغير.

دليل المراجعة وأسئلة للمناقشة

تربط هذه المحاضرة حفظ الكتلة بالقانون الأول. قبل اختيار أي معادلة مختصرة، حدد حجم السيطرة وتأكد من الاستقرار، ثم وضح ما يعبر الحدود من كتلة وحرارة وقدرة. اختيار حدود مختلفة للجهاز نفسه قد يغير شكل المعادلة، لكنه يجب أن يقود إلى نتائج متوافقة عند إدراج جميع التفاعلات.

أسئلة تثبيت الفهم

لماذا يكون معدل الكتلة عند مدخل الضاغط مساوياً لمعدله عند المخرج، بينما قد يختلف المعدل الحجمي؟

هل يقتضي الجريان المستقر ثبات الضغط بين المدخل والمخرج؟ ميّز التغير مع الموضع من التغير مع الزمن.

لماذا نستخدم الإنثالبي في طاقة التيار؟ وما الخطأ الناتج عن إضافة شغل الجريان مرة أخرى إلى قدرة العمود؟

في مضخة الري، ما الفرق بين القدرة الهيدروليكية وقدرة العمود والقدرة الكهربائية؟ وما البيانات اللازمة للانتقال من واحدة إلى الأخرى؟

متى يجب إبقاء فرق الارتفاع في موازنة ضخ الماء؟ وكيف يؤثر اختيار حدود المضخة وحدها أو شبكة الضخ كلها في ذلك؟

كيف يكون انتقال الحرارة عبر الحد الخارجي لمبادل معزول صفراً، بينما تنتقل حرارة بين المائعين داخله؟

هل يعني تساوي الإنثالبي عبر صمام خنق تساوي الضغط أو درجة الحرارة؟ اذكر الافتراضات التي تسمح باستعمال هذا النموذج.

تمرين مستقل مع نتيجة للتحقق

تضخ مضخة ماءً بمعدل 15 L/s وتحقق زيادة ضغط 200 kPa. إذا تساوت السرعتان والارتفاعان عند مقطعيها وكانت كفاءتها الكلية 80%، احسب القدرة الهيدروليكية وقدرة العمود. استخدم تعريف الكفاءة نفسه في المثال الرئيس، ولا تفترض كفاءة للمحرك.

$$\dot{W}_{\text{hyd}} = 3.00\,kW \quad ; \quad \dot{W}_{\text{shaft,in}} = 3.75\,kW$$

هذه نتائج للتحقق بعد إكمال الحل: ينبغي أن تظهر في إجابتك علاقة القدرة ووحداتها، وتحويل الكفاءة إلى كسر عشري، وتفسير سبب تجاوز قدرة العمود للقدرة الهيدروليكية.