الفصل الثالث

العرض الجدولي والتمثيل البياني

(٣ : ١) مقدمة

عند جمع البيانات الاولية (Raw data) الخاصة بدراسة ظاهرة ما فإن
لايمكن الاستفادة منها وهي بهذه الصورة ، لذلك فغالبا ما توضع في ج
مبسطة او يعبر عنها في صورة اشكال ورسوم بيانية لكي يسهل دراستها وتحلي

(٣ : ١) العرض الجدولي : Tabular presentation

هناك نوعان رئيسيان من الجداول الاحصائية وهما :

(١) الجدول البسيط : وهو الجدول الذي توزع فيه البيانات حسب صفة وا
ويتألف عادة من عمودين : الاول يمثل تقسيمات الصفة او الظاهرة الى
او مجموعات والثاني يبين عدد المفردات التابعة لكل فئة او مجموع
جدول (٣ : ١) و (٣ : ٢) .

جدول (٣ : ١) . جدول توزيع عدد من طلبة جامعة ما حسب
(بالكيلوغرامات)

فئات الوزن (كغم)	عـدد الطلبـة
٦٠ – ٦٢	٥
٦٣ – ٦٥	١٥
٦٦ – ٦٨	٤٥
٦٩ – ٧١	٢٧
٧٢ – ٧٤	٨
المجمـوع	١٠٠

جدول (٣ : ٢) جدول توزيع اعضاء البعثات الموفدين الى الخارج حسب مواد الدراسة لسنة ١٩٧١/١٩٧٠

موضوع البعثة	عدد الطلبة
علوم اساسية	٢٥
علوم زراعية	٥٠
علوم بيطرية	٢٠
هلوم هندسية	٧٥
علوم طبية	٥٠
علوم اجتماعية	٣٠
المجموع	٢٥٠

(٢) الجدول المركب : وهو الجدول الدي توزع فيه البيانات حسب صفتين أو ظاهرتين أو أكثر في نفس الوقت .

فمثلاً الجدول المزدوج (لصفتين) يتألف من :

الصفوف : وتمثل فئات أو مجاميع احدى الصفتين ،

والاعمدة : وتمثل فئات أو مجاميع الصفة الاخرى .

اما المربعات التي تقابل الصفوف والاعمدة فتحتوي على عدد المفردات أو التكرارات المشتركة في فئات ومجاميع كلا الصفتين مثل جدول (٣ : ٣).

جدول (٣:٣) جدول توزيع عدد من طلبة كلية ما حسب صفتي الطول والوزن

الوزن (كغم) / الطول (سم)	٥١-٦٠	٦١-٧٠	٧١-٨٠	المجمـــوع
١٢١ - ١٤٠	٢٠	٦	٤	٣٠
١٤١ - ١٦٠	٢	٤٠	١٠	٥٢
١٦١ - ١٨٠	٢	٦	١٠	١٨
المجموع	٢٤	٥٢	٢٤	١٠٠

هذا وسنشرح الان بالتفصيل كيفية انشاء او تكوين جدول من الجداول البسيطة كثير الاستعمال يدعى بجدول التوزيع التكراري Frequence Table. :.

(٢:٣) جدول التوزيع التكراري

Frequency Distribution or Frequency Table

تعريف (١:٣)

جدول التوزيع التكراري : هو جدول بسيط يتكون من عمودين :

الاول : وتقسم فيه قيم المتغير الى اقسام او مجموعات تدعى بالفئات (Classes)

والثاني : يبين مفردات كل فئة ويسمى بالتكرار Frequency

كما في جدول (٣:٤)

جدول (٣ : ٤) جدول توزيع تكراري لاطوال ٨٠ نباتا من القطن (بالسنتمترات)

فئات الطول	التكرار (عدد النباتات)
٣١ – ٤٠	١
٤١ – ٥٠	٢
٥١ – ٦٠	٥
٦١ – ٧٠	١٥
٧١ – ٨٠	٢٥
٨١ – ٩٠	٢٠
٩١ – ١٠٠	١٢
المجموع	٨٠

(١) بعض التعاريف المهمة :

البيانات غير المبوبة : Ungrouped data

وهي البيانات الاولية او الاصلية (Raw data) التي جمعت ولم تبوب .

البيانات المبوبة : Grouped date

وهي البيانات التي بوبت ونظمت في جدول توزيع تكراري .

الفئات : Classes

وهي المجاميع التي قسمت اليها قيم المتغير . وكل فئة تأخذ مدى معين من قيم المتغير . فجدول (٣ : ٤) يحوي على سبع فئات .

حدود الفئات : Class limits

لكل فئة حدان . حد أدنى Lower class limit وحد أعلى Upper class limit

الحدود الحقيقية للفئات : Class boundaries or True class limits

لكل فئة حدان حقيقيان حد أدنى حقيقي Lower class boundary وحد أعلى حقيقي

طول الفئة : Class length or class width

وهو مقدار المدى بين حدي الفئة هذا ويستحسن ان تكون اطوال الفئات متساوية

لتسهيل العمليات الحسابية . وسنرمز لطول الفئة بالرمز (c)

مركز الفئة : Class mark or class mid-point

لكل فئة مركز وسنرمز له بـ y_i وهو عبارة عن منتصف المدى بين حدي الفئة .

تكرار الفئة : Class frequency

وهي عدد المفردات أو القيم التي تقع في مدى تلك الفئة وسنرمز لها بـ f_i

هذا ومجموع التكرارات يجب ان يكون دائما مساويا للعدد الكلي لقيم الظاهرة .

هذا وجدول (٣ : ٥) يوضح ما سبق شرحه بالتفصيل :

جدول (٣:٥) جدول توزيع تكراري لأطوال نباتات القطن مبينا فيه الحدود الحقيقية ومراكز الفئات .

تسلسل الفئات	الفئات Classes	الحدود الحقيقية للفئات Class boundaries	مركز الفئة yi Class mark	التكرار fi Frequency
١	٤٠-٣١	٤٠,٥-٣٠,٥	٣٥,٥	١
٢	٥٠-٤١	٥٠,٥-٤٠,٥	٤٥,٥	٢
٣	٦٠-٥١	٦٠,٥-٥٠,٥	٥٥,٥	٥
٤	٧٠-٦١	٧٠,٥-٦٠,٥	٦٥,٥	١٥
٥	٨٠-٧١	٨٠,٥-٧٠,٥	٧٥,٥	٢٥
٦	٩٠-٨١	٩٠,٥-٨٠,٥	٨٥,٥	٢٠
٧	١٠٠-٩١	١٠٠,٥-٩٠,٥	٩٥,٥	١٢
	المجموع			٨٠

خذ مثلا الفئة الرابعة = (٦١-٧٠) :

فالحد الأنى للفئة الرابعة = ٦١

والحد الأعلى للفئة الرابعة = ٧٠

وطول الفئة الرابعة : يمكن حساب طول الفئة من جدول التوزيع التكراري باحدى الطرق التاليـة :

الطريقة الاولى(عندما تكون حدود الفئات اعدادا صحيحة فقط)

طول الفئة = الحد الأعلى-الحد الأدنى + ١

= ٧٠ - ٦١ + ١ = ١٠

الطريقة الثانية

طول الفئة = الحد الحقيقي الأعلى - الحد الحقيقي الأدنى لتلك الفئة

= ٧٠,٥ - ٦٠,٥ = ١٠

الطريقة الثالثة :

طول الفئة = الفرق بين الحدين الأدنى (أو الحدين الاعلى) لفئتين متتاليتين

الفرق بين الحدين الادنى = ٧١-٦١ = ١٠

الفرق بين الحدين الاعلى = ٨٠-٧٠ = ١٠

الطريقة الرابعة:

طول الفئة = الفرق بين الحدين الحقيقيين الأدنى (أو الاعلى) لفئتين متتاليتين .

= ٧٠,٥-٦٠,٥ = ١٠

= ٨٠,٥-٧٠,٥ = ١٠

الطريقة الخامسة :

طول الفئة = الفرق بين مركزي فئتين متتاليتين

= ٧٥,٥-٦٥,٥ = ١٠

الحدود الحقيقية : يمكن حساب الحدود الحقيقية لأي فئة باحدى الطرق التالية :

الطريقة الاولى :

الحد الأدنى الحقيقي لأي فئة = مركز تلك الفئة - $\frac{١}{٢}$ (طول تلك الفئة)

فالحد الادنى الحقيقي للفئة الرابعة = مركز الفئة الرابعة - $\frac{١}{٢}$ (طول الفئة الرابعة)

= ٦٥,٥ - $\frac{١}{٢}$ (١٠)

= ٦٠,٥

أما الحد الأعلى الحقيقي = مركز الفئة + $\frac{1}{2}$ (طول الفئة)

فالحد الحقيقي للفئة الرابعة = ٦٥,٥ + $\frac{1}{2}$ (١٠)

= ٧٠,٥

الطريقة الثانية :

الحد الادنى الحقيقي لأي فئة = $\frac{\text{الحد الادنى لتلك الفئة + الحد الأعلى للفئة السابقة}}{2}$

فالحد الأدنى الحقيقي للفئة الرابعة = $\frac{٦١ + ٦٠}{2}$ = ٦٠,٥

الحد الاعلى الحقيقي لأي فئة = $\frac{\text{الحد الأعلى لتلك الفئة + الحد الأدنى للفئة التي تليها}}{2}$

فالحد الأعلى الحقيقي للفئة الرابعة = $\frac{٧١ + ٧٠}{2}$ = ٧٠,٥

ملاحظة : اذا كانت حدود الفئات اعداد صحيحة فان :

الحد الأدنى الحقيقي لأي فئة = الحد الأدنى لتلك الفئة – ٠,٥

والحد،الحقيقي لأي فئة = الحد الأعلى لتلك الفئة + ٠,٥

مركز الفئة : وتحسب باحدى الطريقتين التاليتين :

الطريقة الاولى:

مركز الفئة = $\frac{\text{الحد الأدنى + الحد الأعلى}}{2}$

فمركز الفئة الرابعة = $\frac{٦١ + ٧٠}{2}$ = ٦٥,٥

الطريقة الثانية :

مركز الفئة = $\frac{\text{الحد الأدنى الحقيقي + الحد الأعلى الحقيقي}}{2}$

مركز الفئة الرابعة = $\frac{٧٠,٥ + ٦٠,٥}{٢}$ = ٦٥,٥

تكرار الفئة الرابعة = ١٥ أي أن هناك ١٥ قيمة من قيم المتغير واقعة في المدى (٦١–٧٠) .

(٢) الخطوات العامة في انشاء جداول التوزيع التكرارية

General Rules for Constructing Frequency Table

لتكوين إنشاء جدول توزيع تكراري يجب اتباع الخطوات التالية :

(أ) استخراج مدى المتغير Range

(ب) اختيار وتحديد عدد الفئات Number of classes

(ج) إيجاد طول مدى الفئة Class length or width

(د) كتابة حدود الفئات Class limits

(هـ) استخراج عدد التكرارات لكل فئة Class frequency

والمثال التالي يوضح كيفية انشاء جدول التوزيع التكراري لنباتات القطن .

مثال (١) القيم التاليـة تمثل اطوال ٨٠ نباتا من نباتات القطن (مقربة الى أقرب سنتمتر) والمطلوب انشاء جدول توزيع تكراري لاطوال هذه النباتات.

جدول (٣ : ٥) اطوال ٨٠ نباتا من نباتات القطن مقدرة بالسنتمترات

٨٠	٧٩	٤٨	٧٤	٨١	٩٨	٨٧	٨٠
٨٤	٨٠	٩٠	٧٠	٩١	٩٣	٨٢	٧٨
٧١	٧٠	٩٢	٦٥	٥٦	٨١	٧٤	٧٣
٧٢	٦٨	٨٥	٥١	٦٥	٩٣	٨٣	٨٦
٣٥	٩٠	٨٣	٧٣	٧٤	٤٣	٨٦	٦٨
٩٣	٩٢	٧٦	٧١	٩٠	٧٢	٦٧	٧٥
٩١	٨٠	٦١	٧٢	٩٧	٩١	٨٨	٨١
٧٤	٧٠	٩٩	٩٥	٨٠	٥٩	٧١	٧٧
٦٠	٦٣	٨٣	٨٢	٦٠	٦٧	٨٩	٦٣
٦٣	٧٦	٨٨	٧٠	٦٦	٨٨	٧٩	٧٥

الحل : نتبع الخطوات التالية :

(أ) استخراج المدى (او مدى المتغير) The Range

المدى = (أعلى قيمة – أقل قيمة)

فأطول نبات = ٩٩ سم بينما أقصر نبات = ٣٥ سم .

لذا فالمدى = ٩٩ – ٣٥ = ٦٤ سم

(ب) اختيار وتحديد عدد الفئات Number of classes .

هناك عدة طرق حسابية تقريبية لإيجاد عدد الفئات أهمها :

طريقة سترجس Sturges

عدد الفئات = ١ + (٣,٣ × لوغارتم عدد المفردات)

وطريقة يول Yule

عد الفئات = ٢,٥ × $\sqrt[4]{\text{عدد المفردات}}$

ولكل من الطريقتين ميزات وعيوب ولن نستعمل أيا منها هنا بل إننا سنختار عدد الفئات اختيارا على ان لا تقل عن خمسة ولاتزيد عن خمسة عشر فئة وذلك تبعا لطبيعة البيانات وعدد مفرداتها ومدى التغير فيها .

ولنفرض إننا اخترنا ٧ فئات .

(ج) إيجاد طول الفئة : Class length

يجب أن لا يقل طول الفئة عن : $\frac{\text{مدى التغير}}{\text{عدد الفئات}}$ مقربة الى اقرب عدد صحيح اكبر

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{مدى التغير}}{\text{عدد الفئات}} = \frac{٦٤}{٧} = ٩\frac{١}{٧}$$

لذا يستحسن ان يكون طول الفئة = ١٠

وكما ذكرنا يستحسن ان تكون أطوال الفئات متساوية

(د) كتابة حدود الفئات Class limits

يجب كتابة حدود الفئات بحيث ان جميع قيم المتغير تقع بين الحد الأدنى للفئة الاولى والحد الأعلى للفئة الأخيرة .

ويستحسن أن نبدأ بكتابة الحد الأدنى للفئة الأولى بقيمة أصغر مفردة أو أقل من ذلك بقليل وتنتهي بالحد الأعلى للفئة الأخيرة بقيمة أكبر مفردة أو أكثر من ذلك بقليل .

فمثلاً اصغر قيمة من قيم أطوال نباتات القطن هي ٣٥ لذا فمن الممكن أن يكون الرقم ٣١ يمثل الحد الأدنى للفئة الأولى . وبما أن طول الفئة هو ١٠ لذا فإن حدي الفئة الأولى هما ٣١–٤٠ والفئة الثانية تبدأ من ٤١–٥٠ بينما الفئة السابعة (الأخيرة) هي ٩١–١٠٠ . لاحظ بأن الحد الأدنى للفئة الأولى (٣١) والحد الأعلى للفئة الأخيرة (١٠٠) تحوي على كافة قيم المتغير .

(هـ) استخراج عدد التكرارات لكل فئة Class frequency

ويتم ذلك بتسجيل القيم الأصلية واحدة بعد الأخرى في الفئة الخاصة به على شكل اشارات أو علامات أولاً ثم ترجمتها الى أرقام كما مبين في جدول (٣:٦) أدناه :

جدول (٣:٦) جدول توزيع تكراري لاطوال نباتات القطن

الفئآت	التكرار (بالعلامات)	التكرار رقما
٣١–٤٠	|	١
٤١–٥٠	||	٢
٥١–٦٠	𝍸	٥
٦١–٧٠	𝍸 𝍸 𝍸	١٥
٧١–٨٠	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸	٢٥
٨١–٩٠	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸	٢٠
٩١–١٠٠	𝍸 𝍸 ||	١٢
المجموع		٨٠

هذا ويجب التأكد بأن المجموع الكلي للتكرارات يجب أن تساوي للعدد الكلي لقيم المتغير

لاحظ انه في المثال السابق كانت اطوال الفئات متساوية وأرقام صحيحة . والان سنأخذ مثالاً آخراً فيه اطوال الفئات متساوية ولكنها ارقام ذات كسور .

مثـال (٢) : القيم التالية تمثل كمية المحصول (طن / هكتار) لحنطة المكسيك في أربعين مزرعة مقدرة بالاطنان ومقربة الى أقرب رقم عشري واحد .

جدول (٣ : ٧) كمية المحصول (طن / هكتار) لعينة المكسيك في أربعين مزرعة

٢,٦	٢,٢	٤,١	٣,٥	٢,٠	٣,٢	٣,٧	٣,٠
٣,٧	٣,٤	١,٦	٣,١	٣,٣	٣,٨	٣,١	٢,٤
٣,١	٢,٥	٤,٣	٣,٤	٣,٦	٢,٩	٣,٣	٣,٩
٣,٤	٣,٣	٣,١	٣,٧	٤,٤	٣,٢	٤,١	١,٩
٣,٥	٢,٣	٣,٨	٣,٢	٢,٦	٣,٩	٣,٠	٤,٢

(أ) استخرج المدى :

المدى = أعلى قيمة – أقل قيمة

= ٤,٤ – ١,٦ = ٢,٨ طن

(ب) اختيار وتحديد عدد الفئات :

سنختار عدد الفئات هنا ٦ فئات

(جـ) ايجاد طول الفئة :

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$$

$$\text{طول الفئة} = \frac{٢,٨}{٦}$$

= ٠,٤٦٧

لذا يستحسن ان تكون طول الفئة ٠,٥

(د) كتابة حدود الفئات :

بما أن أقل قيمة للمتغير = ١,٦ لذا فسنبدأ بكتابة الحد الأدنى للفئة الأولى ١,٥ . وبما أن طول الفئة ٠,٥ لذا فالفئة الأولى ستكون (١,٥ – ١,٩) والثانية (٢,٠ – ٢,٤) وهكذا الى أن تصل الفئة الأخيرة وهي (٤,٠ – ٤,٤) .

(هـ) استخراج عدد التكرارات لكل فئة : نسجل عدد المشاهدات أو المفردات التابعة لكل فئة .

ويجب التأكد بأن مجموع التكرارات الكلي مساوية للعدد الكلي لقيم المتغير وجدول

(٨:٣) يبين التوزيع التكراري لكمية المحصول لمحطة المكسيك اضافة الى الحدود الحقيقية ومراكز الفئات .

جدول (٨:٣) جدول التوزيع التكراري لكمية المحصول لمحطة المكسيك

تسلسل الفئات	حدود الفئات	الحدود الحقيقية للفئات	مركز الفئة	التكرار
١	١,٥–١,٩	١,٤٥–١,٩٥	١,٧	٢
٢	٢,٠–٢,٤	١,٩٥–٢,٤٥	٢,٢	٤
٣	٢,٥–٢,٩	٢,٤٥–٢,٩٥	٢,٧	٤
٤	٣,٠–٣,٤	٢,٩٥–٣,٤٥	٣,٢	١٥
٥	٣,٥–٣,٩	٣,٤٥–٣,٩٥	٣,٧	١٠
٦	٤,٠–٤,٤	٣,٩٥–٤,٤٥	٤,٢	٥
	المجموع			٤٠

ملاحظة : اذا كانت أعداد قيم المتغير قليلة (أي اذا كان حجم العينة صغير) فليس من الضروري عمل جدول توزيع تكراري لها .

وبالرغم من أن حجم العينة في كلا المثالين صغيراً فالغاية من عمل جدول توزيع تكراري هنا هو فقط لتوضيح وتبسيط كيفية أنشاء جدول التوزيع التكراري بأستخدام أرقام بسيطة وقليلة .