الفصل الأول

مقدمة وتعاريف عامة
Introduction and General Definitions

(1 - 1) اهمية الاحصاء مع لمحة تاريخية لتطوره

اهمية الاحصاء :

يحتل علم الاحصاء مكانا مرموقا بين العلوم لما له من استعمالات واسعة كاداة اووسيلة للوصول الى قرارات صائبة لوصف او تفسير الظواهر المختلفة في جميع العلوم . وهو يستعمل من قبل الافراد والجماعات والدول على حد سواء وفي الحقيقة ان الانتصار العظيم في نزول الأنسان على القمر ماكان ليحدث لولا مساعدة علم الاحصاء .

اما اهم وظائف علم الاحصاء فهي :

أ . الوضوحية (Definiteness) : اي عرض الحقائق والبيانات بصورة واضحة ومحددة .

ب . التكثيف (Condensation) : اي تلخيص البيانات الكثيرة بقيم قليلة ذات معنى .

جـ . المقارنة (Comparison) : حيث يساعد علم الاحصاء على وضع الاسس السليمة لمقارنة العوامل العائدة لنفس الظاهرة .

د . صياغة واختبار الفرضيات (Formulating and Testing of Hypotheses) وذلك لأن الطرق الأحصائية ذات فائدة عظيمة في صياغة واختبار الفرضيات وتطوير نظريات جديدة .

هـ . التنبؤ والتكهن (Prediction) : حيث يساعد علم الاحصاء على التنبؤ او التكهن باتجاه وقيمة ظاهرة ما خلال فترة زمنية مستقبلية .

و . واخيرا يساعد علم الاحصاء على وضع الخطط واتخاذ القرارات المناسبة من قبل مؤسسات الدولة لوضع السياسة المناسبة لقطاعاتهم المختلفة وذلك لأنه يوفر البيانات اللازمة للتخطيط ويحدد اتجاه وحجم التغير فيها .

ويمكن تلخيص وظائف علم الاحصاء لتشمل على وضع التجربة اوالبحث وجمع وترتيب وتلخيص وعرض البيانات وتحليلها وتفسيرها احصائيا .

لمحة تاريخية عن تطور علم الاحصاء :

ان كلمة الاحصاء (Statiistics) مشتقة من عدة كلمات قديمة . فهي مشتقة من الكلمة اللاتينية (Status) والالمانية (Statistik) والايطالية (Stato) وكلها تعني سياسة الدولة او شؤون الدولة .

هذا وان كلمة Statistics استعملت لاول مرة في كتاب (Baran J. F. Von Bielfeld الموسوم (Elemenis of Universal Erudition) والذي ترجم بواسطة W. Hooper بثلاثة أجزاء سنة 1770 فقد ضم هذا الكتاب فصلاً كاملاً عنوانه Statistics وقد عرفه بأنه العلم الذي يدرس شؤون ونظم سياسة الدولة .

ان اصل علم الاحصاء وتطوره ينبع من مصدرين رئيسيين وهما :

أ . السجلات الحكومية (Governmental Records)

ب . علم الرياضيات (Mathematics)

أ . السجلات الحكومية :

تعود نشأة الاحصاء الى بداية الحضارة البشرية لان جميع الحضارات القديمة كان لها سجلات دونت من قبل موظفي الحكومة ولاغراض ادارية فالمصريون القدماء كانوا يسجلون رؤساء العوائل في سجلات خاصة . كما ان الرومان قد اكملوا اول تعداد للنفوس سنة 435 قبل الميلاد . اما الاشوريون والرومان والفراعنة فقد وضعوا احصائيات عن قوة

الجيش والضرائب والمواليد والوفيات وكميات الانتاج الزراعي وغيرها . وفي بداية القرن السادس عشر تم نشر عدة احصائيات على شكل كتيبات كاحصائيات عن الكوليرا في انكلترا وغيرها .

وقد اسهم كل من الكاتبتن جانكرانت (John Graunt (1620 - 1674) والعالم الاقتصادي بتي (W,. Petty (1623 - 1687) وهنري (Henry) في تطور الاحصاء في ذلك الوقت فقد اصدر بتي (Petty) كتابا عام 1691 عنوانه مقالات في الحساب السياسي " Essay on Political Arithmetick " وقد اطلق على الاحصاء اسم (الحساب السياسي) .

ب . علم الرياضيات : Mathematics

ان علم الاحصاء الحديث وخاصة الاحصاء الاستنتاجي اوالاستدلالي (Statistical Inference) يعتمد على نظرية الاحتمال التي تطورت في القرن السابع عشر على ايدي علماء الرياضيات في اوربا نتيجة لانتشار لعب القمار فيها بين نبلاء فرنسا وانكلترا . وقد جلب المقامرون انتباه اشهر الرياضيين للحصول منهم على اجوبة لاسئلتهم المتعلقة بفرص الربح والخسارة ومن اشهر هولاء العلماء جيمس برنولي (James Bernoulli) فرمت (Fermet) . كاليلو (Galileo) ودانيال برنولي (Daniel Bernonlli) دي موفرية (De Moivre) كص (Gauss) لابلاس (Laplace)

فقد اكتشف هؤلاء العلماء كثيرا من التوزيعات الاحتمالية مثل التوزيع الطبيعي وتوزيع برنولي وتوزيع ذي الحدين وغيرها .

اما علم الاحصاء في القرن الحالي فقد تطور تطورا هائلا على ايدي العلماء المذكورين ادناه الذين لازال قسم منهم على قيد الحياة :

- فرانسيس كالتون Francis Galton (1822 - 1911) الذي اشتهر بتطبيق علم الاحصاء في علوم الوراثة والتصور
- كارل بيرسن Karl Pearson (1857 - 1936) الفيزيائي الرياضي الذي عمل مع Galton وتاثر به وقد بذل نصف قرن في الابحاث الاحصائية وقد اسس مجلة Biometrika التي لازالت تصدر لحد الان .
- وليم كوست (Williams S. Gosset) وهو احد تلاميذ Pearson وقد اشتق توزيع (t) للعينات الصغيرة .

- فيشر (R.A. Fisher 1890 – 1963) وهو من اشهر علماء القرن العشرين على الاطلاق وقد اضاف الى الاحصاء وتطبيقاته هو وتلاميذه اضافات مهمة جدا .
- نيمن و بيرسون (J. Neyman و E.S. Pearson) وهما اللذان وضعا نظرية اختبار الفرضيات في سنة 1936 و 1938

وهناك علماء اخرون من امثال والد (A. Wald) وسميروف (Smirrov) وكولموكوروف (Kolmogorov) وتوهيبيجيف (Tchebycheff) ويتس (Yates) وفيلر (Filler) ومهالانوبي (Mahalanobi) وكينـــدل (Kendall) وكاكرن (Cochran) وهندرسن (Henderson) وكمبورن (Kempthorne) وسنيدكور (Snedecor) . وغيرهم . وقد ساهم بعض الاحصائيين العرب في تطوير بعض جوانب علم الاحصاء وكان عبد المنعم الشافعي وحسن حسين من القطر المصري من بين الرواد الاوائل الذين ساعدوافي نشرعلم الاحصاء في المنطقة .

ان التطور السريع لعلم الاحصاء في هذا القرن يعود الى سببين مهمين : اولهما هو ازدياد الطلب على استعمال الاحصاء في جميع العلوم . وثانيهما هو تناقص كلفة استعماله بسبب تطور الالات الحاسبة الالكترونية في سرعة الانجاز وزيادة طاقاتها الاستيعابية من البيانات . وقد حقق التطور السريع هذا توازنا بين الكلفة والدقة والكفاءة .

(1 – 2) دور الاحصاء في طريقة البحث العلمي :

هناك خطوات عامة محددة لاجراء البحث العلمي في اي مجال علمي بما في ذلك المجالات الزراعية المختلفة . وتشمل بعض هذه الخطوات على وضع الافتراضات وطرق جمع البيانات الاحصائية وتحليلها واتخاذ القرارات الاحصائية المناسبة . اما هذه الخطوات فهي مدرجة ادناه بشكل مختصر يهدف الى تشخيص دور علم الاحصاء في طريقة البحث العلمي (Scientific Method) :

اولا : وضع الاسئلة المراد اجابتها والفرضيات المراد اختبارها :

لايخفى ان البحث العلمي لابد من ان يجري للاجابة على سؤال او اسئلة محددة . وهذا يعني ان صياغة السؤال اوالاسئلة المراد اجابتها بشكل واضح ومحدد يساعد الباحث على الوصول الى قرارات أكثر دقة وصواباً لفرضياته . ويطلق على الاستمارة التي تشمل جميع اسئلة البحث باستمارة الاستبيان (Questionnaire) وتعتمد هذه الاستمارة على اسس وقواعد عديدة لامجال لذكرها بالتفصيل ومن بينها وضوح الاسئلة أو حسن صياغتها ومجاراتها للهدف من الاستبيان وامكانية اجابتها وتسهيل تهيئة وتحليل البيانات التي تتضمنها بالطرق الحديثة كالحاسبات الالكترونية .

ثانيا : استعراض المراجـــع :

ان طريقة البحث العلمي السليمة تدعو الباحث الى مراجعة ماكتب حول بعض جوانب البحث الذي يروم القيام به بهدف منع تكرار اجراء نفس البحوث اضافة الى امكانيـــة التعرف على اساليب حديثة في البحث واستلهام افكارجديدة وتجنب الاخطاء التي وقع فيها بعض الباحثين السابقين .

ثالثا : اختيار اسلوب البحث

رغم ان اسلوب البحث يعتمد على مجال ذلك البحث ، الا ان الاسلوب التجريبي المتبع مع الكثير من هذه المجالات يشمل جميع او بعض الاعتبارات التالية :

1 . اختيار المعاملات (اصناف ، مستويات تسميد ، مواعيد زراعة ، اعلاف ، مضادات حيوية ، كميات بذار ... الخ) المراد شمولها في التجربة .

2 . اختيار الصفات (غلة ، ارتفاع ، نسبة البروتين ، نسبة الدهن ، ... الخ) المراد قياسها

3 . أختيار وحدة المشاهدة (نبات ، حيوان ، حوض أولوح ، ... الخ) وعدد المكررات (عدد النباتات ، الحيوانات ، الألواح المستخدمة مع كل معاملة) والتصميـــم التجريبي (لاحظ الفصل الثاني عشر) .

4 . السيطرة على تأثير وحدات المشاهدة المتجاورة على بعضها البعض كما يحصل عند وجود أصناف متفاوتة في الأطوال .

5 . وضع الخطوط العريضة لجداول الخلاصة والنتائج المحتملة .

6 . وضع الخطوط العريضة للتحاليل الاحصائية التي ستجري على البيانات .

7 . تقديرات كلفة المواد والـكوادر الفنية والمعدات ... الخ .

رابعاً : اختيار الات القياس المناسبة والسيطرة على التحيز الشخصي وهذا يعني ان عـــلى الباحث ان يتأكد من ان الصفات التي يرغب دراستها يمكن ان تقاس بدقة بواسطـــة الات قياس مناسبة وعليه ان يتجنب التحيز الشخصي المقصود او غير المقصـــــــود .

خامسا : تحليل البيانات تحليلا كاملا وتفسير النتائج في ضوء ظروف البحث والفرضيات المختبرة.

سادسا : اعداد تقرير كامل وصحيح وواضح حول التجربة

ويلاحظ مما سبق بان الاحصاء يلعب دورا بارزا وهاما في طريقة البحث العلمـــي وخاصةمن خلال الخطوة الخامسة والفقرات 3 و 6 من الخطوة الثالثة وبعض جوانب الخطوة الرابعة .

(1 - 3) بعض المصطلحات الاحصائية

1 - المشاهدة (Observation) : تعتبر المشاهدات بمثابة المواد الاولية التي يتعامل معها الباحث . فاذا اراد معرفة عدد تفرعات نباتات صنف ما من محصـــول معين فانه يختار عدة نباتات ويشاهد عدد التفرعات لكل نبات منها . فلوكان عـــدد التفرعات لنبات معين هو 6 . فأن هذا العدد يمثل مشاهدة واحدة . وعليه . فأن المشاهدة ماهي الا سجل رقمي لحادثة (Event) من مجموع عدة حوادث يمكن وضعها قيد الدرس لمفرد من المفردات المراد دراستها بالنسبة لظاهرة او صفة معينة . ولايخفى ان المشاهدات تختلف من مفرد الى مفرد اخر . الامر الذي يدعو عادة لجمع عدد معين من المشاهدات للوقوف على مدى الاختلاف بينها وفي هذه الحالة . فأن المشاهدات هـذه تكون البيانات (Data)

2 - المتغير (Variable) لودرسنا صفة ارتفاع الشجرة لمجموعة معينة من الاشجار عن طريق قياس طول كل شجرة فسنجد اختلافات في الارتفاعات المختلفـة . وفي هذه الحالة يطلق على صفة ارتفاع الشجرة بمصطلح متغير . اي ان المتغير يرمز الـــى الصفة التي تتغير قيمتها من فرد الى فرد . وعليه فأن غلة الواح ذات حجم معين ونسبـــة الدهن في حليب انواع مختلفة من الابقار وعدد البيض الذي وضعته الدجاجة خـــلال فترة زمنية محددة تعتبر متغيرات . وعادة مايرمز للمتغيرات بحروف انجليزية كبيرة كان يمثل الحرف (X) متغير الغلة و (Y) متغير نسبة الدهن و (W) متغير عدد البيض وهكذا

ويمكن ان تصنف المشاهدات والمتغيرات الي نوعين :

أ. وصفية اونوعية (Qualitative) وذلك في الحالات التي ينتمي فيها كل فرد من افراد المجموعة قيد الدرس الى فئة معينة من بين عدة فئات مستقلة ومتميزة عن بعضها البعض وهي غيررقمية في العادة . ومن امثلة ذلك لون الزهرة (اخضر . احمر . ابيض) . الجنس (ذكر . انثي) مدى الاصابة (خفيفة . متوسطة . كبيرة) حيث انها صفات لايمكن قياسها مباشرة بارقام عددية لان الاختلاف بين فرد واخر هو في النوع وليس في الكم .

وفي بعض الحالات يوصف طعم الصمون اوشكله اونسجته مثلا بعلامات رمزية (Scores) كأن تكون 0 1 2 3 4 – حيث تمثل (0) طعما اوشكلا اونسجه غير مقبولة وتمثل (4) على درجات التفضيل بينما تمثل (1) (2) (3) درجات قبول متفاوتة . وتعتبر هذه المتغيرات وصفية اونوعية وذلك لان العبرة في الاختلافات بين العلامات الرمزية ليست في احجامها العددية بل في مستوياتها النسبية . اي ان العلامة الرمزية (2) تدل على قبول افضل مما تشيراليه العلامة الرمزية (1) بدلا من انها افضل منها مرتين .

ب. كمية (Quantitative) وذلك في الحالات التي يمكن معها قياس الصفة مباشرة وبارقام عددية كما هي الحال بالنسبة للطول والوزن وعدد التفرعات وماشابهها .

كما ان المشاهدات والمتغيرات يمكن ان تصنف كما يلي :

أ. مستمرة اومتصلة (Continuous) كما في الحالات التي يمكن للمتغيران يأخذ جميع القيم داخل مدى معين . ويعتبر الطول والوزن امثلة لهذه الحالة وذلك لان . بالامكان مثلا قياس الطول لاقرب $\frac{1}{2}$ سنتمتر بسبب كون اله القياس المتوفرة لاتشمل على تقسيمات اقل من $\frac{1}{2}$ سم . وهذا بالطبع لايعني ان الطول لايقاس الا بانصاف السنتيمترات . ولوتوفرت لدينا الات قياس ادق لتوصلنا الى قيم مختلفة لطول نفس الفرد الذي قسناه بالالة الاولى ولكن ضمن حدودقياسية معقولة وعليه فان طول ذلك الفرد يأخذ جميع القيم الممكنة داخل مدى محدد .

ب . **متقطعة أوغير مستمرة** (Discrete) كما في الحالات التي لايأخذ الفرد فيها قيمة وسطية أومتصلة بل انه ينتقل (تزايداً أوتناقصاً) بمقدار وحدات صحيحة فقط . ومن أمثلة ذلك عدد البذور في قرنة نباتية . عدد الحشرات المصطادة . عدد المواليد . عدد الوريقات التويجية لزهرة نبات معين . وهكذا .

3 · القيمـــة الأحصائيـــة (Variate) : —

ويقصد بها القيمة الخاصة بمفرد ما بالنسبة لصفة معينة . فلوقسنا طول أشجار معينة ورمزنا لمتغير الطول بالحرف (X) فأن طول الشجرة رقم (5) يعتبرقيمة احصائية ويرمز له بالرمز (X_5) حيث ان الرقم (5) هورمز دليلي للتمييزبين القيم المختلفة للمفردات المشمولة بالدراسة . فلوكان طول الشجرة رقم (5) يساوي 10 متراً . فأن بالأمكان التعبيرعن القيمة الأحصائية هذه رياضياً على النحو التالي : $X_5 = 10$

4 · المجتمـع : — Population

المجتمع من الناحية الأحصائية . يمثل جميع الأفراد (أوالعناصر) التي تشترك في صفة متغيرة واحدة أو أكثر تميزة تمييزاً تاماً عن بقية المجتمعات . ويتعلق مفهوم المجتمع بالهدف المحدد للبحث الأحصائي . فقد تشكل جميع الحقول الزراعية في محافظة بغداد مجتمعاً احصائياً فيما لوكان الهدف الأساس من البحث يتطلب شمولها جميعاً ودون أستثناء . وقد تشكل جميع الحقول الزراعية في منطقة أبي غريب (التي هي جزء من محافظة بغداد) مجتمعاً احصائياً في حالة تركيز الأهتمام عليها وحدها دون غيرها لسبب أو لآخر . كما ان حقول التجارب التابعة لكلية الزراعة في منطقة أبي غريب تعتبرمجتمعاً احصائياً اذا كان البحث يركزعليها دون سواها ولاتعمم نتائجه على غيرها من الحقول .

واذا حددنا قيمة (أو قيم) متغير واحد (أو عدة متغيرات) لكل فرد من أفراد المجتمع فأن جميع القيم الخاصة لكل متغير تعتبر هي الأخرى مجتمعاً احصائياً من البيانات . ولو عرفت جميع قيم المجتمع الأحصائي يمكن عندها وصف ذلك المجتمع وصفاً كاملاً ودقيقاً ومباشراً لأن كل شيء معروف عنه فيما يتعلق بالمتغير أو المتغيرات قيد الدرس .

وتختلف المجتمعات في احجامها (عدد مفرداتها) . فبعضها صغير الحجم وبعضها كبيرة والبعض الاخر غير معروف الحجم . فاذا كان عدد أفراد المجتمع محدوداً اطلق على ذلك المجتمع مجتمعاً محدود الحجم (Finite population) كما هي الحال بالنسبة لعدد الأشجار في بستان ما وعدد الحيازات لزرعيه في منطقة ادارية معينة . وقد يكون المجتمع غير محدود أو لانهائي (Infinite population) اذا كان حجمه كبيراً جداً كما هي الحال مثلاً بالنسبة لعدد الحشرات في حقول القطن في شمال العراق او الأسماك في البحار أو عدد الطيور البرية من نوع معين .

5· العينـــة : Sample

العينة هي جزء من المجتمع مأخوذ بطريقة معينة في حالة عدم امكانية الحصول على قيم جميع افراده لأسباب مادية أو فنية . وعادة مايكون الهدف من اختيار العينة هو قياس أفرادها بالنسبة لمتغير أو أكثر كي تعمم النتائج المستخلصة من تلك العينة على المجتمع الذي اختيرت منه . وفي هذه الحالة يتوجب ان يتم الأختيار بأسلوب يضمن الحصول على عينة ممثلة للمجتمع المراد دراسة بعض صفاته المتغيرة . وعليه ، فأن قيم أطوال عدد من النباتات المختارة عشوائياً من حقل معين تشكل عينة من ذلك المجتمع (أي من جميع القيم الممكن الحصول عليها منه) . وتجدر الأشارة الى أن الفصل الثاني يتناول هذا الموضوع بتفصيل أكثر .

6 · الثوابـت (أو المعالم) والأحصـاءات : (Parameters and Statistics)

يطلق على المقاييس التي تحسب من المجتمع نفسه (اي من جميع القيم) مصطلح الثوابت أو المعالم أما المقاييس المناظرة المحسوبة من العينة فتسمى بالأحصاءات (أو التقديرات) لأنها لاتمثل سوى تقديرات لمعالم المجتمع الذي اخذت منه العينة .
وتجدر الأشارة الى أن معالم المجتمع محددة القيم بينما الأحصاءات المناظرة تتغير بتغير العينة المأخوذة من نفس ذلك المجتمع .

7 · الأحصـــاء (Statistics)

يمكننا في هـذه المرحلة تعريف الأحصاء على أنـه علم جمع وعـرض وتحليل البيانات الأحصائية في ضوء الفرضيات المطروحة . وهناك تعاريف أخرى عديدة نعتقد أنها تلتقي مع وتجاري التعريف المشار اليه أعلاه .

(1 4) رموز رياضية

سبق وان اشرنا الى استخدام الحروف الأنجليزية الكبيرة لتمييز المتغيرات المختلفة وان تمييز القيم الأحصائية المختلفة يتم عن طريق استعمال رموز دليلية. فلو تكلمنا عن متغير الطول ورمزنا له بالحرف (X) فأن الرمز :

X_1 يمثل طول المفردة رقم 1

X_5 يمثل طول المفردة رقم 5

Σ هو حرف أغريقي يسمى Sigma ويعني الجمع

$\sum_{1}^{N}$ يعني الجمع للمفردات من 1 حتى N

$\sum_{i=1}^{n} X_i$ يعني جمع أطوال المفردات ابتداء من المفردة رقم 1 وانتهاء بالمفردة رقم n .

$\sum_{i=5}^{8} X_i$ يعني جمع اطوال المفردات ابتداء من المفردة رقم 5 وانتهاء بالمفردة رقم 8 .

$\sum_{i\neq 7}^{8}$ باستثناء المفردة رقم 7

$\sum_{i=1}^{n} X_i^2$ يعني جمع مربعات أطوال المفردات ابتداء من المفردة رقم 1 وانتهاء بالمفردة n .

واذا كان الحرف (Y) يرمز لمتغير الوزن مثلا . فأن :

$\sum_{i=1}^{n} X_i \cdot Y_i$ يمثل جمع حاصل ضرب قيم الطول والوزن المتناظرة ابتداء من المفردة 1 وانتهاء بالمفردة n . وهناك بعض الخصائص الرياضية في هذه الحالات نذكر منها :

(أ) $\sum_{1}^{n} c = nc$

(ب) $\Sigma cX_i = c\Sigma X_i$

(ج) $\Sigma (X_i + c) = \Sigma X_i + nc$

(د) $\Sigma (X_i \pm Y_i) = \Sigma X_i \pm \Sigma Y_i$

حيث ان c تمثل قيمة ثابتة .

مثـال : لوفرضنا ان قيم (X) و (Y) هي

الرمز الدليلي i	الطول X	الورد Y
1	20	5
2	10	2
3	40	4
4	30	4

فإن :

$$\sum_{i=1}^{4} X_i = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 20 + 10 + 40 + 30 = 100$$

$$\sum_{i=1}^{4} Y_i^2 = Y_1^2 + Y_2^2 + Y_3^2 + Y_4^2 = (5)^2 + (2)^2 + (4)^2 + (4)^2$$
$$= 25 + 4 + 16 + 16 = 61$$

$$\Sigma X_i Y_i = X_1 Y_1 + X_2 Y_2 + X_3 Y_3 + X_4 Y_4$$
$$= (20 \times 5) + (10 \times 2) + (40 \times 4) + (30 \times 4)$$
$$= 400$$

ويلاحظ من المثال الأخير أن عدم ذكر حدود الرمز الدليلي يعني تلقائياً شمول جميع القيم .

تمارين

1-1 اذكر بعض الأمثلة للمجتمعات وأخرى للعينات

2-1 هل يعتبر انتاج مصنع معلبات كان ولايزال ينتج هذه المعلبات مجتمع محدود الحجم أو غير محدود ولماذا ؟

3-1 اذكر بعض الأمثلة لمتغيرات مستمرة وأخرى غير مستمرة .

4-1 اذا كانت القيم (6 ، 8 ، 10 ، 4 ، 6) تمثل عدد تفرعات خمسة نباتات . فما هي قيمة :

(أ) X_4

(ب) $\sum_{i=1}^{5} X_i$

(ج) $\sum_{i=1}^{5} X_i - 5$

(د) $\sum X_i^2$

5-1 اذا كانت القيم (20 ، 30 ، 25 ، 35 ، 31) تمثل طول خمسة نباتات . فما هي قيمة :

(أ) $\sum_{i=2}^{5} Y_i$

(ب) $\sum_{i=1}^{5} 2Y_i$

اذا كان الحرف (X) يمثل عدد التفرعات والحرف Y يمثل الطول لنفس النبات وان قيم النباتات الخمسة كما هي معطاة في السؤالين (4 ، 5) أعلاه . فما هي قيمة :

$\Sigma X_i Y_i$