الفصل الخامس

الفرضيات والقرارات والاخطاء الاحصائيـة

HYPOTHESES , STATISTICAL DECISIONS AND ERRORS

تدعو الحاجة احيانا الى دراسة فرضية معينة مثل افتراض كون النسبة الحقيقيـــة للاصابة بمرض معين هي 20% وأن المتوسط الحسابي الحقيقي لغلة النخلة الواحدة في مجتمع معين من النخيل يساوي 30 كغم . وهذا الامر يتطلب أخذ عينة وتحليل بياناتها لاتخاذ قرار احصائي يقضي بقبولها او رفضها . وترافق قرارات القبول وقرارات الرفض اخطاء احصائية تمثل في الواقع الثمن الذي يدفعه الباحث عندما يعتمد في قراراته على أسلوب المعاينة .

5-1 الفرضيات

هناك عدة انواع من الفرضيات لايمكن حصرها بسبب تعلقها بعدة جوانب مـــن مجالات البحث واعتمادها على نوع الاهتمام بهذه الجوانب . واليك بعض الامثلة على هذه الفرضيات .

- النسبة الحقيقية للاصابة في نباتات المجتمع هي 20% . اي ان : $P = 20\ \%$
- المتوسط الحسابي الحقيقي للمجتمع يساوي 30 . أي أن : $\mu_x = 30$
- المتوسط الحسابي الحقيقي للمجتمع رقم (1) يساوي المتوسط الحسابي الحقيقي للمجتمع رقم (2) . أي أن :

$$\mu_1 = \mu_2$$

- الفرق الحقيقي بين المتوسط الحسابي الحقيقي للمجتمع رقم (1) والمتوسط الحسابي الحقيقي للمجتمع رقم (2) يساوي 5 . أي أن :

$$\mu_1 - \mu_2 = 5$$

ويطلق على كل من هذه الفرضيات « فرضية العدم " Null hypothesis "

وتجدر الاشارة الى ان فرضية العدم لاترتبط فقط بفرضيات التساوي بل انها مصطلح يتعلق بالفرضية التي ينطلق منها الباحث ويحاول اتخاذقرار احصائي بقبولها اورفضها . وعادة مايرمز لفرضية العدم بالرمز « H_o » وعليه . فان بامكاننا اعادة كتابة فرضيات العدم السابقة على النحو التالي :

$$H_o : P = 20\,\%$$
$$H_o : \mu_x = 30$$
$$H_o : \mu_1 = \mu_2$$
$$H_o : \mu_1 - \mu_2 = 5$$

ولو قررنا اختبار الفرضية الاولى على اساس اخذ عينة عشوائية مكونة من 100 نبات من نباتات المجتمع قيد الدرس ووجدنا بينها 20 نباتا مصابا ، فان هذا الحدث سيجعلنا نميل الى قبول صحة الفرضية . ولكن حصولنا على 20 نباتا هو احتمال ضعيف مقارنة لمجموع احتمالات الاعداد الاخرى الممكن الحصول عليها من النباتات المصابة في هذه العينة . وعندها ماعسانا فاعلين لوكان العدد 18 و24 و 5 او 70 . وهكذا ؟ فهل نقبل الفرضية ام نرفضها ؟ قد نميل الى الاعتقاد بان النسبة الحقيقية هي اقل من 20% عندما نحصل على 5 نباتات مصابة فقط في العينة ، كما نجد انفسنا منحازين الى الظن بان هذه النسبة هي اكثر من 20% فيما لووجدنا 70 نباتا مصابا . وعليه ، فاننا لانواجه مشكلة عندما نقبل فرضية العدم . ولكن تشككنا بصحتها يجعلنا في حيرة من امرنا ، فهل نرفض على اساس ان النسبة الحقيقية لاتساوي 20% ام أقل منها ام اكثر منها بشكل عام او بقيمة محددة ؟ . ولمعالجة هذا الوضع ولاسباب رياضية سنأتي عليها فيما بعد . فان مسألة وضع الفرضيات تتطلب تحديد « الفرضية البديلة *Alternative hypothesis* . ويرمز للفرضية البديلة بالرمز H_1 . وعليه . يمكن كتابه الفرضيات الاربعة بشكلها المتكامل (اي فرضية العدم والفرضية البديلة) على النحو التالي على سبيل المثال لا الحصر .

$H_o : P = 20\%$

$H_1 : P > 20\%$

$H_o : P = 20\%$

$H_1 : P = 50\%$

$H_o : \mu_x = 30$

$H_1 : \mu_x < 30$

$H_o : \mu_1 = \mu_2$

$H_1 : \mu_1 > \mu_2$

$H_o : \mu_1 - \mu_2 = 5$

$H_1 : \mu_1 - \mu_2 = 0$

$H_o : P = 20\%$

$H_1 : P \neq 20\%$

$H_o : P = 20\%$

$H_1 : P < 20\%$

$H_o : \mu_x = 30$

$H_1 : \mu_x \neq 30$

$H_o : \mu_1 = \mu_2$

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

$H_o : \mu_1 - \mu_2 = 5$

$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 5$

2-5 القرارات الاحصائية

في حالة اختبار الفرضيات وفق اسلوب المعاينة . يتطلب الامر اتخاذ قرار احصائي بقبول اورفض فرضية العدم وفق ماتوفره العينة من مؤشرات ومدلولات . وعليه . فان هناك نوعين من القرارات الاحصائية وهي :

- قرار القبول : ويعني القرار ان بيانات العينة لاتدعو للتشكك بصحة الفرضية سواء من الناحية الرياضية او المنطقية .
- قرار الرفض : ان هذا القرار يتخذ عند توفر دلائل تدعو للتشكك بصحة الفرضية .

ولابد لنا من التأكيد على ان قرار القبول لايعني بالضرورة صحة الفرضية كما ان قرار الرفض لايجزم بعدم صحتها . ويمكن النظر لهذين القرارين على انهما مؤشران لترجيح القبول او الرفض على اساس مبدأ الاحتمالات . ولتوضيح ماأوردناه اعلاه ، دعنا نتفحص مسألة اختبار فرضية العدم $H_o : P = 20\%$ على أساس اخذ عينة عشوائية مكونة من 100 نبات . فاذا وجدنا 20 نباتا مصابا وهو حدث لايترك لنا مجالاً للتشكك بصحة الفرضية . الا ان بامكاننا ان نتساءل حول امكانية الحصول على هذا العدد من مجتمعات قد تكون نسبة الاصابة الحقيقية فيها 30% و 10% و 50% وهل ان الحصول على 20 نباتاً

من عينة عشوائية مكونة من 100 نبات مأخوذة من احد هذه المجتمعات هو حدث مستحيل الوقوع ؟ ان الجواب على هذا التساؤل هو ان الحدث يمكن ومحتمل .

فلو كانت النسبة الحقيقية للاصابة ليست ٪ 20 وان العينة اعطتنا دلالة تجعلنا نميل الى قبولها . فاننا بذلك قد توصلنا الى قرار احصائي خاطىء . اي اننا ارتكبنا خطأ احصائياً حيث اننا قبلنا الفرضية في حين كان علينا رفضها . وبنفس الاسلوب . فان حصولنا على حدث يجعلنا نتشكك بصحتها ويقودنا بالتالي لرفضها لحصولنا على 5 نباتات مثلا لايخلو من امكانية ارتكابنا لخطأ احصائي وذلك لان حصولنا على هذا العدد هو امر محتمل من الناحية النظرية فيما لو كانت النسبة الحقيقية للاصابة هي ٪ 20 وعليه . فان كون قرار الرفض قراراً خاطئاً هو امر محتمل وقد يقود الى ارتكاب خطأ احصائي . ونستطيع ان نستخلص مما سبق ان هناك أحتمالاً قائماً ووارداً لأمكانية ارتكابنا خطأ أحصائياً سواء في رفضنا او قبولنا لفرضية العدم . وتجدر الأشارة الى أن هاذين الخطأين الأحصائيين يختلفان من ناحية التسمية والتحديد كما هو مبين في الفقرات التالية .

5-3 الاخطاء الاحصائية

الاخطاء الاحصائية التي نحن بصددها تتعلق فقط باتخاذ القرار الاحصائي الخاطىء كأن نقبل فرضية عند وجوب رفضها اونرفضها عند وجوب قبولها ولاعلاقة لها بالاخطاء الرياضية (كالجمع اوالطرح .... الخ) او أخطاء تدوين المعلومات الاحصائيــــة .

ان الاخطاء الأحصائية . كما سبق وان ذكرنا . ماهي الا ثمن معقول ومقبول يدفعه الباحث الذي يضطر . لسبب اولاخر . الى الاعتماد على اسلوب المعاينة لاختبار الفرضية قيد الدرس واهم الحالات التي يلجأ الباحث فيهاالى أسلوب المعاينة هي كبرحجـم المجتمع اواستحالة الحصول على جميع مفرداته اوالكلفة الباهضة في دراسة جميع هذه المفردات . ولابد لنا من الاشارة الى ان الباحث لايتعرض لاي خطأ احصائي اذا ماشمل جميع مفردات المجتمع وانه ان تعرض لاي خطأ في قراراته فان السبب يعود الى اخطاء رياضية اوتدوينية والتي يمكن كشفها وتجنبها بالتدقيق والمراجعة والدقة في العمل . فان استبعدنا هذه الانواع من الاخطاء . فان قرار الباحث المعتمد على دراسة جميع عناصـر المجتمع هو قرار لايقبل الشك او الاحتمال ولايتعرض لاي نوع من الاخطاء الاحصائية لانه قرار أكيد ومحدد . ولتوضيح مفهوم الاخطاء الاحصائية وانواعها دعنا نحاول اختبار

فرضية العدم القائلة بان نسبة الاصابة الحقيقية بمرض معين في نباتات مجتمع معين هي 20% (اي $H_0: P = 20\%$) وان قرارنا الاحصائي بقبول اورفض هذه الفرضية سيعتمد على أساس اخذ عينة من هذا المجتمع لاستحالة شمول جميع نباتاته . ولوفرضنا أيضاً ان البديلة هي ان النسبة الحقيقية للاصابة تختلف عن اولاتساوي 20% (اي $H_1 : P \neq 20\%$).

ورغم انالانعرف حقيقة هذه النسبة في المجتمع ، الا ان هذه النسبة لاتخرج عن نطاق الحالتين التاليتين :

أ– ان النسبة الحقيقية للاصابة هي فعلا 20% . الامر الذي يدعو الى قبول فرضيـــة العدم وان القرار الاحصائي يكون صائبا اذا دعى الى قبولها وخاطئاً اذا تطلب رفضها . أي ان مجال ارتكاب الخطأ الاحصائي في هذه الحالة يرتبط بقرارات الرفض . ويطلق على الخطأ الاحصائي هذا « الخطأ من النوع الاول » .

ب– ان النسبة الحقيقية للاصابة تختلف عن اولا تساوي 20 %. وهذا يعني ان فرضية العدم غير صحيحة وان الفرضية البديلة هي الصحيحة وان اي قرار احصائي يدعو الى قبول فرضية العدم هو قرار خاطيء وان قرار الرفض هو القرار الصائب . ويبـــدو واضحاً في هذه الحالة ان الخطأ الاحصائي يرتكب في حالة اتخاذ قرار بقبول فرضية العدم ويطلق على الخطأ الاحصائي في هذه الحالة « الخطأ من النـــوع الثاني » .

ورغم اننا لانعرف حقيقة النسبة المئوية للاصابة في المجتمع ، الا ان من الواجب علينا ان يكون طموحنا هو اتخاذ القرارات الصائبة باحتمال كبير واتخاذ القرارات الخاطئة باقل احتمال ممكن .

وباستطاعتنا تلخيص الافكار الواردة اعلاه على النحو المبين في الجدول رقم 5 ـ 1 .

الجدول رقم 5 – 1 القرارات والاخطاء الاحصائية

بيانات آتية من مجتمع يتصف بكون		نوع القرار الاحصائي الخاص ب			
فرضية العدم (H_0) هي	الفرضية البديلة (H_1) هي	فرضية العدم H_0 هو	الفرضية البديلة H_1 هو	ان القرار	يجب ان يكون الاحتمال
صحيحة	غير صحيحة	القبول	الرفض	صائب	كبيرا
صحيحة	غير صحيحة	الرفض	القبول	خاطيء (الخطأ من النوع الاول Type I Error	قليلاً
غير صحيحة	صحيحة	القبول	الرفض	خاطيء (الخطا من النوع الثاني Type II Error	قليلا
غير صحيحة	صحيحة	الرفض	القبول	صائب	كبيرا

ومما تقدم ، يمكننا تعريف الخطأين الاحصائيين على النحو التالي :

الخطأ من النوع الاول Type II Error : هو الخطأ الاحصائي الناتج عن رفض فرضية العدم وهي صائبة .

الخطأ من النوع الثاني Type I Error : هو الخطأ الاحصائي الناتج عن قبول فرضية العدم وهي خاطئة .

4-5 مستوى المعنوية

لقد ذكرنا اعلاه احتمال ارتكابنا لاحد الخطأين الاحصائيين في حالة اختبار فرضية العدم باسلوب المعاينة وتبني قرار احصائي يقضي بقبولها أورفضها . ولتوضيح هذه الفكرة دعنا نناقش القرارين الاحصائيين (قرار القبول وقرار الرفض) بخصوص فرضية العدم المتعلقة بكون نسبة الاصابة بمرض معين لنباتات مجتمع هي ٪ 50وعلى أساس اختيار عشرة نباتات بطريقة عشوائية . أي أن :

$$(H_0 : P = 0.5)$$

وقبل الشروع بعملية الاختيار العشوائي الميداني للنباتات العشرة . فان بـامكاننا الاستعانة بمبادىء الاحتمالات لاجراء عمليات رياضية مكتبيـة توصلنا في النهايـة الى تحديد قراري القبول والرفض . وبما اننا نعلم مسبقا ان عدد النباتات المصابة فـي العينة المنشودة يتراوح بين 0 و 10 . فان ذلك يعني اننا عاجزون من الناحية النظرية . عن رفض فرضية العدم هذه حتى وان جاءت العينة خالية من النباتات المصابة او ان جميع نباتاتها مصابة . ورغم قبولنا بهذه الحقيقة فاننا نعلم ايضا ان الاحتمالات المرافقة لحصولنا على 0 و 1 و 2 . . . و 9 و 10 نباتات مصابة في العينة يختلف من حالة لاخرى . اي اننا من الناحية النظرية نتوقع الحصول على اعداد معينة من النباتات المصابة (مثل 5 ، 4 و 6 على سبيل المثال) باحتمالات اكبر من غيرها انطلاقا من الافتراض المبدأي بكون فرضية العدم صحيحة . وهذا يعني اننا نشعر بنوع من الاطمئنان على امكانية صحة الفرضية وبالتالي الميل الى قبولها في حالة حصولنا على اعداد معينة من النباتات المصابة . فـي حين يساورنا القلق والتشكك بصحتها والانحياز الى رفضها في حالة حصولنا على اعداد معينة اخرى من النباتات المصابة . والامر الذي يميّز الاطمئنان الى او التشكك في هذا أو ذاك العدد من النباتات المصابة في العينة هو احتمالاتها النظرية . فلو انطلقنا من الافتراض المبدأي على ان فرضية العدم صحيحة . فان الاعداد المختلفة من النباتات المصابة الممكن الحصول عليها من عينة عشوائية مكونة من عشر نباتات واحتمالاتها المناظرة موضحة في الجدول رقم (5 2) علما بان هذه الاحتمالات محسوبة وفق قانون ذي الحدين.

جدول رقم (5-2) : عدد النباتات المصابة (X) واحتمال الحصول عليها على فرض ان فرضية العدم ($H_0 . p_i = 0.5$) صحيحة

عدد النباتات المصابة X	احتمال الحصول على العدد المطلوب P(X)
0	0.000977
1	0.009766
2	0.043945
3	0.117188
4	0.205078
5	0.246094
6	0.205078
7	0.117188
8	0.043945
9	0.009766
10	0.000977
	1.000002

(اختلف عن الواحد الصحيح بسبب التقريب)

ومن تفحص البيانات الموجودة في الجدول رقم (5-2) . فاننا ندرك ان الحصول على خمسة نباتات هو الحدث الأكثر احتمالا بينما يتميز العددين (0 , 10) باقل الاحتمالات . فلو قررنابناء قرار رفض يستند في الاساس على ضآلة احتمالات بعض الاحداث (اعداد النباتات المصابة في العينة) والتشكك في صحة فرضية العدم ان وقعت مثل هذه الاحداث وبالتالي الى المجازفة برفض صحة تلك الفرضية حتى وان كانت صحيحة حقا .. فان ذلك يعني :

- ضرورة البدءبشمول الحالات الاقل احتمالا (مثل 0 , 10 , 1 , 9 , ...)في قرارات الرفض المختلفة .
- ان قرار الرفض لا يعني الجزم بعدم صحة الفرضية وانه بالتالي قد يكون قراراً احصائياً خاطئاً فيما لوكانت فرضية العدم صحيحة حقا .
- ان احتمال كون قرار الرفض قراراً خاطئاً (أي الخطأ من النوع الأول) يساوي مجموع احتمالات الحالات المشمولة به والمحسوبة على افتراض كون فرضية العدم صحيحة .

واليك نموذجا من قرارات الرفض الممكن تبنيها في هذه الحالة واحتمالات كونها قراوات خاطئة (جدول (5-3)

جدول5 — 3: بعض قرارات الرفض واحتمالات اتخاذها

رمز قرار الرفض	الحالات المشمولة بقرار الرفض (عدد النباتات المصابة في العينة) .	مستوى الخطأ من النوع الأول (احتمال كون قرار الرفض قرارا خاطئــاً)
أ —	10 . 0	0·2 % = 0·000977 + 0·000977
ب	9,1,10,0	2·1% = (0·009766)(2) + (0·000977)(2)
ج	8, 2, 9, 1, 10, 0	10·9% = ...

ولاختبار أحد قرارات الرفض الثلاثة المذكورة اعلاه دعنا أولا نفسر مايعنيه كل منها :

- قرارالرفض رقم (أ) يعني اننا نرفض صحة فرضية العدم في حالة عدم حصولنا على نبات مصاب بين النباتات العشرة في العينة أو أن جميعها مصابة وأن احتمال

كون قرار الرفض هذا قراراً خاطئاً هو 0.2٪ وهذا يعني ان من بين كل (1000) قرار رفض نتوقع ان يكون فيها قراران خاطئان .

- قرار الرفض رقم (ب) يتطلب رفض صحة فرضية العدم اذا جاءت العينة محتوية على 0 أو 1 أو 9 أو 10 نباتات مصابة وان احتمال كون هذا القرار خاطئا هو 2.1٪ . أي امكانية وجود (21) قراراً خاطئاً من بين كل الف قرار رفض من هذا النوع أو ما يعادل (2) من القرارات الخاطئة لكل (100) قرار .

قرار الرفض رقم (جـ) يتطلب رفض فرضية العدم في حالة شمول العينة على 0 أو 1 أو 2 أو 8 أو 9 أو 10 نباتات مصابة وأن احتمال كونه قرارا خاطئا هو 10.9٪ أو ما يوازي (109) قرارات خاطئة لكل (1000) قرار رفض أو حوالي (11) قراراً خاطئاً لكل 100 قرار من قرارات الرفض الاحصائية هذه .

واذا سلمنا جدلاً بأن فرضية العدم صحيحة حقاً ، فأن بأمكاننا تلخيص النتائج التـي توصلنا اليها على النحو المبين في الجدول 5 – 4 .

جدول 5 – 4 : بعض قرارات الرفض ومواصفاتها

رمز قرار الرفض	حدود الرفض (عدد النباتات المصابة)	حدود القبـول (عدد النباتات المصابة)	أحتمال كون قرار الرفض قراراً خاطئاً (الخطأ من النوع الأول)	أحتمال كون قرار الرفض قراراً صائباً
أ	10,0	9–1	0.2٪	99.8٪
ب	10,9,1,0	8–2	2.1٪	97.9٪
جـ	10,9,8,2,1,0	7–3	10.9٪	89.1٪

وبما أن مايشغل بالنا في هذه الحالات هو أمكانية ارتكابنا أخطاء أحصائية نتيجة لأتخاذنا قرارات أحصائية تستند على ماتأتي به العينة من معلومات فقد أطلق على حجم (او مقدار) احتمال ارتكابنا للخطأ من النوع الأول بالمصطلح « مستوى المعنوية » والذي يرمز لـــه عادة بالحرف (α) والذي يلفظ « الفا » . أي أن مستوى المعنوية هو نسبة مئوية تمثل مجموع أحتمالات الحالات المشمولة بقرار الرفض الخاطيء .

وعليه ، يمكن تحديد مستوى المعنوية المناظر لكل من قرارات الرفض الثلاثة على النحو التالـي :

رمـز قـرار الرفـض	مستوى المعنويـة (α)
أ	0·2 %
ب	2·1 %
جـ	10·9 %

وتجدر الأشارة الى أن أختيار قرار الرفض المناسب يعتمد على مستوى المعنوية الذي يحدده اويقبله الباحث . وقد أصبح من الأمور المتفق عليها بين العاملين في مجال البحوث الزراعية المختلفة هو أعتبار مستوى المعنوية الذي يتراوح بين 1 % و 5 % مقبولاً بشكل عام لأعتبارات عديدة نظرية وعملية سنتطرق الى بعضها في البند (5 5) . واذا سايرنا هذا الأجماع ، فأننا سنختار قرار الرفض رقم (ب) .

ولايفوتنا أن نذكر أننا بأختيارنا لقرار الرفض رقم (ب) ، فأن ذلك يعني مايلي :

- لقد توصلنا مكتبياً وعلى أساس نظري انطلق على أفتراض صحة فرضية العدم بأن حدود قراري الرفض والقبول هو كما مبين أدناه :

عدد النباتات المصابة	0 1	2 3 4 5 6 7 8	9 10
القرار الأحصائي	رفض	قبول	رفض

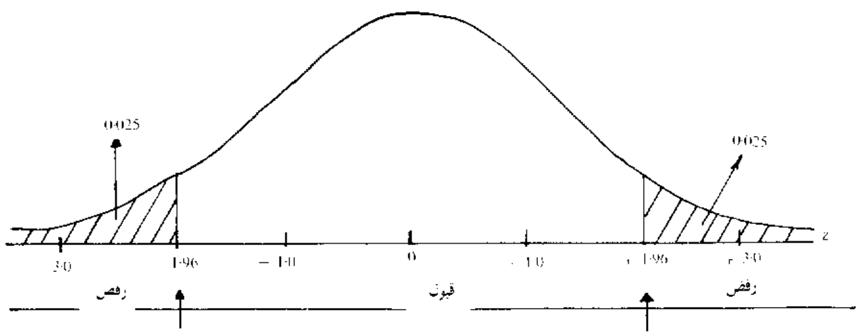
- اذا أخذنا عينة عشوائية مكونة من (10) نباتات من مجتمع النباتات قيد الـدرس ووجدناها خالية من أي نبات مصاب او على نبات مصاب واحد فقط او 9 و 10 نباتات مصابة فأننا نرفض صحة فرضية العدم رغم ادراكنا بأمكانية ارتكابنا قرارا أحصائياً خاطئاً بأحتمال يساوي 2·1 % (أي $\alpha = 2{\cdot}1\ \% = 0{\cdot}021$) .

ولابد أن يكون القاريء قد ادرك بأن المتغير الذي أستخدمناه في مثالنا أعلاه (وهو عدد النباتات المصابة) هو متغير غير مستمر (او متقطع) . أما اذا كان المتغير متغيراً مستمراً كالطول او الوزن اوماشابههما ، فأن مستوى المعنوية يمثل نسبة المساحة التي تشكلهـــا

الحالات المشمولة بقرار الرفض من المساحة الكلية والتي تساوي الواحد الصحيح (او 100٪ ، **واليك** أمثلة تتعلق بأستخدامات مستوى المعنوية مع المتغيرات المستمرة :

مثـــال 5-1

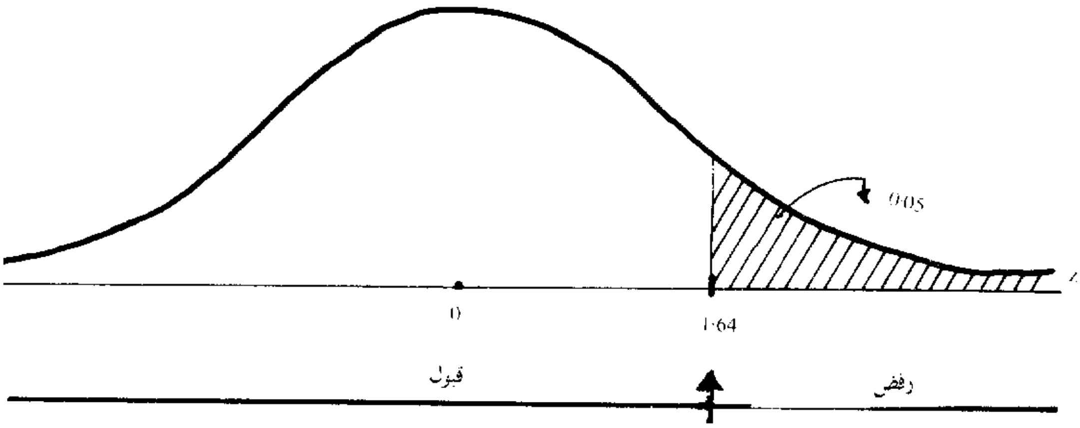
الشكل 5-1 يبين مايعنيهمستوى المعنوية 5٪ لقـــرار رفـض يتعلق بفرضيـا عدم معينة (ولتكـن $H_0 : \mu_x = 10$) ضد فرضيـة بديلـة ($H_1 : \mu_x \neq 10$) وأعتماد أتخاذ قرار الرفض على أساس اخذ عينة وحساب متوسطها الحسابي وأستخدام أختبار Z (التوزيع المعتدل القياسي) كما سيذكر بتفاصيل أكثر فيما بعد :



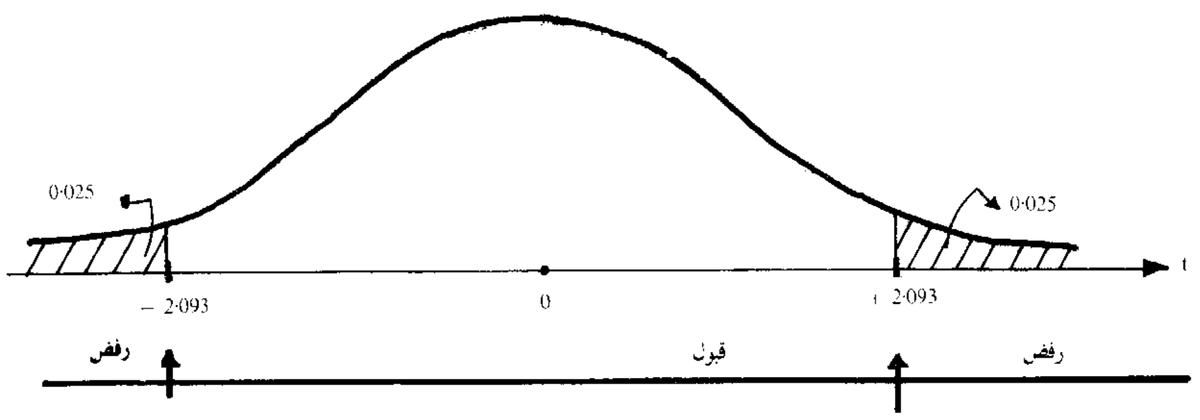
الشكل (5-1) : قيمة Z لقرار رفض 0.05 = α (جهتي التوزيع) .

مثال 5-2 الشكل 5-2 يبين مايعنيه مستوى المعنوية 5٪ لقرار رفض يتعلـــق بفرضية عدم معينة (ولتكن $H_0 : \mu_x = 10$) ضد فرضية بديلة ($H_1 : \mu_x > 10$) وأعتماد أتخاذ قرار الرفض على اساس اخذ عينة وحساب متوسطها الحسابي واستخدام أختبار Z .

مثال 5-3 الشكل 5-3 يبين أستخدام مستوى المعنوية 5% لقرار رفض يتعلق بفرضية عدم معينة (ولتكن $H_0 : \mu_1 = \mu_2$) ضد الفرضية البديلة ($H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$) على أساس أختيار عينتين تضمنان 19 درجة حرية وأستخدام التوزيع المعتدل t :



الشكل (5 - 2) : - قيمة Z مناظرة لقرار رفض بـ $\alpha = 0.05$ من جهة واحدة من التوزيع .



الشكل (5 - 3) : - قيمة t المناظرة لقرار رفض (df = 19 , α = 0·05)

5-5 العلاقة بين الخطأ من النوع الأول والخطأ من النوع الثاني

ولو رجعنا الى البند السابق (5 4) وناقشنا مجدداً مايترتب على اختيارنا لقـرار الرفض رقم (ب) المتضمن رفض فرضية العدم ($H_0 : P = 0.5$) اذا جاءت العينـة العشوائية ذات العشرة نباتات غير حاوية على أي نبات مصاب اوكان فيها نبات واحد او 9 او 10 نباتات مصابة وقد بينا أن أحتمال اتخاذ قرار رفض خاطيء هو 2.1٪ (اي ان $\alpha = 2.1\%$) فيما لوكانت فرضية العدم صحيحة حقا . ولايخفى أن تبني قرار الرفض هذا يعني بالضرورة قبول فرضية العدم اذا كانت العينة تحوي على عدد من النباتات المصابة يتراوح بين 2 و 8 كما أن قرار القبول هذا هو قرار صائب مادامت فرضية العدم صحيحة حقاً. وبما أننا لانعرف حقيقة فرضية العدم (أي هل هي حقا كما ثبتناها او أنها شيء آخر؟) ، فأن قبولنا لها في هذه الحالة يجب الا ينظر اليه على أنه جزم قاطع بصحتها اذ أنه في الواقع لايتعدى الانطباع بعدم وجود دلائل تشكك بصحة فرضية العدم والدليل على ذلك هو أمكانية حصولنا على عدد من النباتات المصابة يتراوح بين 2 و 8 في عينة عشوائية مكونة من 10 نباتات حتى وأن كانت النسبة الحقيقية للأصابة في المجتمع تختلف عما ورد في فرضية العدم. أن حصولنا على هذه الأعداد محتمل فيما لوكانت النسبة الحقيقية للأصابة هي 25٪ او 90٪ بدلاً من 50٪ على سبيل المثال لا الحصر . فأن كانت النسبة الحقيقية للأصابة تختلف عن التي وردت بفرضية العدم وأن العينة شملت على أحد الأعداد الواقعة بين 2 و 8 فأن قبولنا لها على أنها صحيحة وفق مايفرضه علينا قرار الرفض رقم (ب) هو قرار احصائي خاطيء يقود الى الخطأ الأحصائي الذي أطلقنا عليه « الخطأ من النوع الثاني » . أما درجة أحتمال وقوعنا في هذا الخطأ فأنها تعتمد على مستوى النسبة الحقيقية للأصابة ومدى أختلافها عن القيمة المثبتة لها في فرضية العدم . فكلما كانت النسبة الحقيقية قريبة على القيمة المثبتة لها في فرضية العدم كلمازاد أحتمال ارتكابنا للخطأ من النوع الثاني والعكس صحيح. وهذا يعني أننا لانستطيع تحديد أحتمال وقوعنا في الخطأ من النوع الثاني دون أن نثبت قيمة محددة للفرضية البديلة بجانب فرضية العدم .

ولأعطاء صورة واضحة وبالأرقام للعلاقة بين أحتمال الخطأ من النوع الأول (α) وأحتمال الخطأ من النوع الثاني (β) . دعنا نأخذ قراري الرفض (ب و ج) ونعتمد على حدود الرفض والقبول المرتبطة بهما ونحدد حجم (α) و (β) على أعتبار الفرضية البديلة هي أما ($H_1 : P = 25\%$) و ($H_1 : P = 90\%$) بالتناوب .

ويبين الجدول رقم (5-5) عدد النباتات المصابة الممكن الحصول عليها داخل عينة مكونة من عشرة نباتات مع الأحتمالات المناظرة لها تحت كل من الفرضيتين البديلتين .

جدول رقم (5-5) اعداد النباتات المصابة واحتمالاتها تحت فرضيتين بديلتين

عدد النباتات المصابة	الاحتمالات تحت فرضيتين بديلتين	
X	$H_1 : P\ 0{\cdot}25$	$P = 0{\cdot}90$
0	0·056313	0·000000
1	0·187711	0·000000
2	0·281567	0·000000
3	0·250282	0·000009
4	0·145998	0·000138
5	0·058399	0·001488
6	0·016222	0·011160
7	0·003089	0·057396
8	0·000386	0·193710
9	0·000028	0·387420
10	0·000001	0·348679
المجمـــــــــــوع	0·999996	1·000000

وبامكاننا الان تحديد العلاقة بين الخطأ من النوع الاول والخطأ من النوع الثاني على اساس تبني احد قراري الرفض (ب وج) وحساب احتمال ارتكاب هذين الخطأين على أفتراض أن فرضية العدم $(H_0 : P = 0{\cdot}5)$ صحيحة حقاً وأن الفرضية البديلة$(H_1 : P{=}0{\cdot}5)$و الفرضية البديلة $(H_1 : P = 0{\cdot}90)$هي الصحيحـــــــة .

ويبين الجدول رقم5 — 6احتمالات ارتكاب الاخطاء الاحصائية تحت الحالات الثلاثة المذكورة اعلاه .

الجدول رقم (6-5) : احتمال ارتكاب احد الخطأين الاحصائيين تحت البدائل الثلاثة الخاصة بحقيقة فرضية العدم ووفق قراري الرفض ب وجـ . . .

رمز قرار الرفض	حدود الرفض (عدد النباتات المصابة في العينة	احتمال ارتكاب خطأ احصائي على فرض كون النسبة الحقيقية للاصابة هي : $P = 0.5$ فرضية العدم) خطأ من النوع الاول α	$P = 0.25$ (الفرضية البديلة) خطأ من النوع الثاني β	$P = 0.90$ (الفرضية البديلة) خطأ من النوع الثانـــــــي β
ب	10,9,1,0	2.1%	75.6%	26.4%
جـ	10,9,8,2,1,0	10.9%	47.4%	7.0%

وتجدر الاشارة الى ان β تمثل احتمال الخطأ الاحصائي الناتج عن قبول فرضية العدم وهي غير صحيحة . وعليه ، فان الرقم 75.6% مثلا هو مجموع احتمال الحصول على 2 او 3 او 4 او 5 او 6 او 7 او 8 نباتات في العينة على اساس ان الفرضية البديلة ($H_1 : P = 0.25$) هي الصحيحة وان قرار الرفض رقم (ب) يتطلب قبول صحة فرضية العدم عند حصولنا على اي من هذه الاعداد .

ومن تفحص المعلومات الواردة في الجدول (6-5) اعلاه يتبين لنا ان العلاقة بين احتمال ارتكاب الخطأ من النوع الاول واحتمال ارتكاب الخطأ من النوع الثاني هي علاقة عكسية ، اي كلما قلت قيمة (α) كلما زادت قيمة (β) والعكس صحيح . وهذا يعني ان اصرارنا على التقليل من احتمال ارتكاب قرارات رفض خاطئة يزيد من احتمال اتخاذ قرارات قبول خاطئة ، اي ان الاتجاه نحو تخفيض قيمة مستوى المعنوية (α) الى حد صغير جدا لايمكن اعتباره تحفظا علميا صحيحا . وعليه ، فان الامر يتطلب من الباحث ان يوازن بين مستوى المعنوية (α) والخطأ من النوع

الثاني (β) . وهذه الحقيقة هي احدى المبررات التي جعلت الباحثين يميلون الى تبني الحدود من 1% الى 5% كحدود مقبولة لمستوى المعنوية .

ولابد لنا من الاشارة في هذه المرحلة الى نقطة هامة وهي ان فرضية العدم هي فرضية واحدة محددة. ($H_0: P=0.50$ على سبيل المثال) يضعها الباحث او تعطى له وان بامكانه التعامل معها وفق مستوى معنوية معين (α) ومايترتب على ذلك من رفض او قبول لصحتها. وفي هذه الحالة . فأن الباحث يعلم فقط مقدار أحتمال ارتكابه للخطأ من النوع الاول (اي الرفض عندما تكون فرضية العدم صحيحة) وانه عندما يرفض فرضية العدم فانه يفعل ذلك لتشككه بصحتها وميله للاعتقاد بانها ليست كما حددت . وهذا يعني انهيقبل الفرضية البديلة التي تشير الى عدم المساواة فقط (اي $H_1: P \neq 0.50$ على سبيل المثال) . كما انه والحالة هذه لايعرف احتمال ارتكابه للخطأ من النوع الثاني (β) عندما يقبل بصحة فرضية العدم الا عندما تعطى له فرضية بديلة محددة القيمة ($H_1: P = 0.25$ على سبيل المثال) . وبما ان الفرضيات البديلة لاحصر لها ، فان على الباحث الاكتفاء بالتقيد بمستوى المعنوية المحدد له وتبني الفرضية البديلة التي تشير الى عدم المساواة اللهم الا اذا حددت له فرضيةبديلة او ان لديه قناعة ذاتية مستندة الى مبررات علمية تجعله يميل الى اعتبار قيمة محددة للفرضية البديلة .

5 - 6 تأثير حجم العينة على الخطأ بين الاحصائيين (α و β)

يمكن توضيح تأثير حجم العينة على الخطأين الاحصائيين من خلال مقارنة قيمتهما تحت الحالتين التاليتين :

أ – رفض فرضية العدم ($H_0: P = 0.5$) في حالة الحصول على 0 او 1 او 9 و 10 نباتات مصابة في عينة عشوائية حجمها 10 نباتات رغم أنها صحيحة (الخطأ α) وقبولها فيما عدا ذلك مع افتراض كون الفرضية البديلة ($H_1: P = 0.25$) صحيحة (الخطأ β) .

ب – رفض فرضية العدم ($H_0: P = 0.50$) في حالة الحصول على 0 او 1 و 2 و 3

او 4 و 16 و17 و 18 و 19 و20 نباتاً مصاباً في عينة عشوائية حجمها 20 نباتاً رغم أنهـــا صحيحة (الخطأ α) وقبولهـا فيما عدا ذلـك مع افتراض كـون الفرضية البديلة ($H_1 : P = 0{\cdot}25$) صحيحة .

فاذا ماأجرينا الحسابات المتعلقة بقيم α و β في الحالة (ب) بأسلوب مماثل لمـا أتبعناه في البند (5-5) لتوصلنا الى النتائج المبينة في الجدول رقم (5-7) .

الجدول رقم (5-7) : قيم α و β محسوبة لعينتين مختلفتي الحجم

حجم العينة	أحتمال ارتكاب خطأ أحصائي على فرض أن النسبة الحقيقيـــة للأصابة هي :	
	$P = 0{\cdot}50$	$P = 0{\cdot}25$
	فرضية العدم) α	(الفرضية البديلة) β
10	2·1%	75·6%
20	1·18 %	58·51%

ويلاحظ من الجد[illegible]) ان زيادة حجم العينة يؤدي الى تخفيض احتمال ارتكاب كلا الخطأين في آن واحد . وهذا يعني أن الحيطة الفعالة لتخفيض أحتمـــالات الأخطاء الأحصائية تكمن في زيادة حجم العينة الى الحد الممكن عملياً .

7–5 قوة الأختبار Power of test

عادة مايقوم الباحث بأختيار مستوى معنوية (α) على أساس خطورة و فض فرضية العدم (H_0) عندما تكون صحيحة . وفي هذه الحالة فأن أحتمال قبول فرضية العدم في حالة كونها صحيحة تساوي ($1 - \alpha$) . و لابد للباحث أن لايغفل أمكانية قبول فرضية العدم (H_0) عندما تكون الفرضية البديلة (H_1) هي الصحيحة. وبما أن الخطأ من النوع الثاني (β) يمثل أحتمال قبول فرضية العدم (H_0) عندما تكون الفرضيـة البديلة (H_1) هي الصحيحة ، فأن أحتمال قبول الفرضية البديلة (H_1) في حالة كونها صحيحة يساوي ($1 - \beta$). ويطلق على الأحتمال ($1 - \beta$) مصطلح « قوة الأختبار ».

فلو قارنا قوة الأختبار لكل من القرارين ب و ج في الجدول 5 – 6 لوجدناه مساو

الى $1 - \cdot 756 = 0\cdot 244$ بالنسبة لقرار ب ومساو الى $1 - 0\cdot 474 = 0\cdot 526$ بالنسبة للقرار ج . أي ان قرار الرفض ج بحدوده الأكثر. يضمن أحتمال أكبر لقبول الفرضية البديلة $H_1 : p = 0\cdot 25$ في حالة كونها صحيحة .

تماريـن

5-1 ما الفرق بين الخطأ من النوع الأول والخطأ من النوع الثاني ؟

5-2 يدعى احدهم ان نسبة الاصابة بمرض التفحم في نباتات الحنطة في حقل معين هي 10% .

المطلوب :

(أ) ما هي حدود قرار الرفض الذي يضمن عدم تجاور مستوى المعنوية (α) 5% اذا كان حجم العينة 20 نباتاً ؟

(ب) ما هي قيمة الخطأ من النوع الثاني (β) التي توافق قرار الرفض المتخذ في الخطوة (أ) لو كانت نسبة الاصابة 20%

(جـ) في ضوء نتائج (أ) و (ب) اعلاه . ماهي قيمة قوة الاختبار ؟

5-3 يدعى باحث في مجال الطب البيطري ان استخدام مادة الفورمالين المثبتة (fixative) بتركيز 3% تحفظ 60% من جثث الحيوانات المشرحة لغرض دراستها تشريحياً سالمة بعد مرور فترة شهر واحد .

المطلـوب :

(أ) ما هي حدود قرار الرفض الذي يضمن عدم تجاوز مستوى المعنوية (α) 5% اذا كان حجم العينة هو 10 جثث معالجة بالفورمالين المثبتة ؟

(ب) ما هي قيمة الخطأ من النوع الثاني (β) التي ترافق قرار الرفض المتخذ في (أ) اعلاه لو كانت نسبة الجثث التي ستبقى سالمة هي 40% .