المطلوب :

(أ) عرض البيانات بشكل بياني وحسب طريقة المدرج .

(ب) حساب قيمة كل من الوسيط ، المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لوزن الرأس الواحد .

3 - 4 : البيانات التالية تمثل كمية الهيموكلوبين بالدم (غم لكل 100 مليليتر من الدم) لعشرة ابقار محلية مختارة عشوائياً :

14 , 11, 9, 13, 16, 10, 7, 12, 8, 10

المطلوب :

حساب قيمة كل من الوسيط والمتوسط الحسابي والمدى والتباين والانحراف المعياري لكمية الهيموكلوبين بالدم للبقرة الواحدة .

3 – 5 : خذت عينة مكونة من 30 بقرة بالغة وسجلت لكل بقرة الفترة الزمنية لطول دورة الشبق وكانت النتائج كما يلي (بالايام) :

. 20, 19, 19, 21, 20, 18, 20, 19, 20, 21, 20, 18, 17, 18, 17, 23, 19.20 . 18, 22, 19
21, 23, 22, 22, 21, 21, 20, 23, 23

المطلوب :

أ– حساب قيمة كل من الوسيط والمنوال والمتوسط الحسابي والمدى والانحراف المعياري لطول دورة الشبق للبقرة .

ب– توزيع القيم الى فئات متساوية الطول .

ج– حساب قيمة الوسيط والمتوسط الحسابي والانحراف المعياري من البيانات التي تم التوصل اليها في الفقرة (ب) اعلاه .

تعريف درجـة الاحتمـال :

1. التعريف الـكلاسيكي او القبلي للاحتمال :
Classical or a priori Probability

وينص التعريف على ان درجة الاحتمال للحادث E_i ويرمزله بالرمز $P(E_i)$ هوالنسبة بين عدد الحالات المواتية للحادث E_i (Favourable cases) ولتكـن n

الى المجموع الـكلي للحالات الممكنة (All possible cases) ولتكن N
اي ان :

$$P(E_i) = \frac{n}{N} \qquad \frac{\text{عدد الحالات المواتية للحادث}}{\text{العدد الكلي للحالات الممكنة}} \qquad (1-4)$$

وتجدر الاشارة الى ان العدد الـكلي للحالات الممكنة يمثل فضاء العينة (Sample space) هذا وان احتمال عدم ظهور الحادث ويرمز له ب $P(\bar{E}_i)$ هــــو

$$P(\bar{E}_i) = \frac{N-n}{N} = 1 - \frac{n}{N} = 1 - P(E_i)$$

مثال (4 - 1) : صندوق يحتوي على 10 بذور سوداء و 20 بذرة بيضاء (W) فاذا سحبت بذرة واحدة عشوائيا منه فما هــو احتمال ان تكون هذه البذرة بيضـــاء ؟

الحل : عدد البذور البيضاء = 20
المجموع الـكلي للـكرات = 10 + 20 = 30
لذا فأن احتمال ان تكون البذرة المسحوبة بيضاء P(W) هو

$$P(W) = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

2. التعريف النسبــي او التجريبــي او البعدي للاحتمال :

وينص التعريف على انه في التجارب المتكررة N من المرات فأن درجة احتمال ظهور الحادث هو عبارة عن نسبة حدوثه اي :

$$P(Ei) = \frac{\text{عدد ظهور الحادث}}{\text{عدد مرات اجراء التجربة}} \quad (2-4)$$

مثال (4 – 2) : في تجربة رمي قطعة معدنية ذات وجهين (صورة وكتابة) 10 مـــرات كان عدد ظهور الصورة (H) 6 مرات وعدد ظهور الكتابة (T) هـو (4) مرات فما هو احتمال ظهور الصورة ؟

الحـــل :

$$P(H) = \frac{6}{10} = 0{\cdot}6$$

ويسمى هذا الاحتمال بالاحتمال البعدي A Posteriori probability لانه يحسب بعد اجراء التجربة ومشاهدة نتائجها .

بعض خـواص الاحتمـــال :

1. ان مجموع درجة احتمال ظهور الحادث ودرجة احتمال عدم ظهوره = 1 اي

$$P(E) + P(\bar{E}) = 1$$

2. ان قيمة احتمال ظهور اي حادث لايقل عن الصفر ولايزيد على الـواحد اي :

$$O \leq P(Ei) \leq 1$$

قوانيـــن الاحتمـــال : Laws of Probability

هناك قانونان مهمان في حساب درجة الاحتمال وهما :

قانون الجمع The Addition Law

قانون الضرب The Multiptication Law

قانـــون الجمـــع The Addition Law

أ – عندما تكون الحوادث متنافية (Mutually Exclusive Events)

ويقصد بالحوادث متنافية هي التي يستحيل حدوثها في ان واحد .

وينص قانون الجمع على انه اذا كان E_1 و E_2 حادثان متنافيان فـان احتمال ظهور

الحادث E_1 و E_2 هو مجموع احتمال حدوث كل منهما منفردا اي :

$$P(E_1 \text{ or } E_2) = P(E_1) + P(E_2)$$

مثال 4 – 3 : ظرف يحوي على 52 حبة بينها 4 حبات قمح (W) 4 حبات شعير (B) .

فلو سحبت حبة واحدة بصورة عشوائية من الظرف . فما هو احتمال ان تكون تلك الحبة حبة قمح او شعير ؟

الحل : ان احتمال الحصول على حبة قمح هو :

$$P(W) = \frac{4}{52}$$

وكذلك احتمال الحصول على حبة شعير

$$P(B) = \frac{4}{52}$$

وبما ان الحادثين متنافيان لانه لايمكن ان تكون الحبة حبة قمح وشعير في آن واحد لذا فان احتمال ان تكون الحبة حبة قمح او شعير هو

$$P(W \text{ or } B) = P(W) + P(B)$$

$$= \frac{4}{52} + \frac{4}{52} = \frac{2}{13}$$

(ب) عندما تكون الاحداث غير متنافية :

اذا كان E_1 و E_2 حادثان غير متنافيين فان احتمال حدوث اي منهما هو :

$$(P(E_1 \text{ or } E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \text{ and } E_2))$$

مثال(4 − 4): اذا كان احتمال اصابة المحصول من قبل الافة الزراعية A هو $\frac{3}{4}$ بينما احتمال اصابة نفس المحصول من قبل الافة الزراعية B هو $\frac{2}{3}$ فما هو احتمال اصابة هذا المحصول اذا تعرض لـكلا الافتين ؟

الحـــل :

$$P(A) = \frac{3}{4}$$

$$P(B) = \frac{2}{3}$$

وبما ان الحادثين غير متنافيين لانه من الممكن اصابة المحصول من قبل كل منهما لذا فان احتمال اصابة المحصول هو :

$$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$= \frac{11}{12}$$

2. قانـــون الضرب The Multiplication Law :

أ. عندما تكون الحوادث مستقلة Independent Events :

والمقصود بالحوادث المستقلة بانها تلك الاحداث التي لايؤثر ظهور احدها على نتيجة ظهور **الحوادث الاخرى** .

فاذا كان E_1 و E_2 حادثان مستقلان . فان احتمال حدوثهما معا هو :

$$P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1)\,P(E_2)$$

مثال (4 - 5) اعطيت مسألة احصائية الى طالبين A B فاذا كان احتمال حلها من قبل الطالب A هو $\frac{1}{5}$ ومن قبل الطالب B هو $\frac{1}{3}$ **فما هو احتمال ان المسألة سوف تحل ؟**

الحـــل :

احتمال حلها من قبل الطالب A هو : $P(A) = \frac{1}{5}$

احتمال عدم حلها من قبل الطالب A هو :

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

كذلك فان احتمال حلها من قبل الطالب B هو : $P(B) = \frac{1}{3}$

وان احتمال عدم حلها من قبل الطالب B هو :

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

وعليه فان احتمال عدم حلها من قبل كليهما هو :

$$P(\bar{A} \text{ and } \bar{B}) = P(\bar{A}) . P(\bar{B}) = \left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{15}$$

وهذا فأن احتمال حلها هو :

$$1 - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}$$

ب . عندما **تكون** الاحداث غير مستقلة

اذا كان E_1 E_2 حادثان غير مستقلين فان احتمال حدوثهما معا هو

$$P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) . P(E_2 \mid E_1)$$

حيث ان = احتمال ظهور الحادث E_2 علما بأن الحادث E_1 قد حدث .

مثـال 4 – 6 : صندوق يحوي على 5 زهرات بيضاء و 3 سوداء فاذا سحبت زهرتان من هذا الصندوق واحدة بعد الاخرى بدون ارجاعها الى الصندوق فما هو احتمال كون كلتاهما سوداوان ؟

الحـل :

احتمال ان تكون الزهرة سوداء في السحبة الاولى هو :

$$P(B_1) = \frac{3}{5+3} = \frac{3}{8}$$

واحتمال ان تكون الزهرة سوداء في السحبة الثانية علما بان نتيجة السحبة الاولى كانت سوداء) هو :

$$P(B_2 \mid B_1) = \frac{2}{5+2} = \frac{2}{7}$$

لذا فان احتمال ان تكونا سوداوان هو :

$$P(B_1 \text{ and } B_2) = P(B_1) \cdot P(B_2 \mid B_1)$$

$$= \left(\frac{3}{8}\right)\left(\frac{2}{7}\right) = \frac{3}{28}$$

(4 - 2) : التوزيعات الأحتمالية

ان طبيعة اي توزيع احتمالي يعتمد على نوع المتغير العشوائي تحت الدراسة وهناك نوعان من التوزيعات الاحتمالية :

أ. **التوزيعات الاحتماليــــة المستمرة** : Continuous Probability Distributions

ويعرف التوزيع الاحتمالي المستمرعلى انه ذلك التوزيع الذي يصف متغيرا عشوائيا مستمرا تنحصرقيمه بين حدين ، ودالته موجبة لجميع قيم المتغير (X) بين ($-\infty < X < +\infty$) .
وبما ان احتمال اخذ المتغير العشوائي المستمر
لاي قيمة معينة يكون صفرا ، لذلك لايمكن تمثيل التوزيع الاحتمالي للمتغير بجدول ولــكن نعبّرعنه بمعادلة رياضية ويكون الاحتمال عبارة عن مساحة تحت منحني اقتران تلك المعادلة

$$Y < f(x) \qquad (-\infty < X < +\infty)$$

وعليه ، فان احتمال اتخاذ المتغير العشوائي المستمر قيما تتراوح بين b, a يمثل المساحة المحسوبة على النحو التالي :

$$P(a < X < b) = \int_a^b f_{(x)}\, d_x$$

ومن اهم التوزيعات المستمرة هي التوزيع الطبيعي وتوزيع f وتوزيع t وتوزيع χ^2 وغيرها .

ب . التوزيعات الاحتمالية المتقطعة Discrete Probability Distributions :

التوزيع الاحتمالي المتقطع او غير المستمر هو ذلك التوزيع الذي يصف متغيرا عشوائيا متقطعا على شكل جدول لجميع القيم الممكنة للمتغير العشوائي المتقطع مع جميع الاحتمالات المناظرة لكل قيمة. فلو كانت $P(X_i)$ تمثل احتمال اتخاذ المتغير المتقطع للقيمة X_i (حيث ان $i = 1, 2, 3 \ldots N$) فان الدالة $P(X)$ يطلق عليها دالة توزيع متقطع اذا توفر الشرطان التاليان :

أ : احتمال اتخاذ المتغير المتقطع لاي قيمة يقع يساوي او يزيد على الصفر (اي ان $p(X_i \geq 0$

ب : مجموع احتمالات القيم التي يمكن ان ياخذها المتغير المتقطع يساوي الواحد الصحيح (اي ان

$$\sum_{i=1}^{N} P(X_i) = 1$$

وعليه . فان احتمال اتخاذ المتغير المتقطع قيماً تتراوح بين a و b يحسب كالتالي :

$$P(a \geqq X \geqq b) = \sum_{a \le x \le b} P(X_i)$$

ومن اهم التوزيعات المتقطة هي توزيع برنولي - ذو الحدين والبواسواني والهندسي الزائدي وغيرها .

(1-2-4) توزيع برنولي الاحتمالي :

The Bernoulli Distribution

سمي بهذا الاسم نسبة الى العالم الرياضي السويسري الشهير برنولي (Jacob Bernoulli (1654 1705) ان هذا التوزيع يستخدم في التجارب التي لهما نتيجتان : ظهور الحادث (ويطلق عليه بالنجاح – Success) اوعدم ظهوره (ويطلق عليه بالفشل Failure) .