المصفوفات والمحددات

تلعب المصفوفات دوراً مهماً في علم الرياضيات وعلم الاحصاء وعلم الاقتصاد والمجالات الاخرى مثلاً الحاسبات وهندسة الكهرباء، والاتصالات والعلوم الاخرى

رتبة المصفوفة

كل مصفوفة رتبتها تتمثل بعدد الصفوف أولاً ثم عدد الاعمدة ثانياً وتكتب $m \times n$ حيث عدد الصفوف m وعدد الاعمدة n.

عمود

1 1 1

صف — [3 5 4]

صف — [1 2 3]

2X3

$$\begin{bmatrix} 2 \\ \sqrt{3} \end{bmatrix}$$

2X1

Scanned by TapScanner

جد قيمة كل من $x, y \in R$ التي تحقق المعادلة

$$\begin{bmatrix} 5 & 7 \\ y+4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x-1 & 2x7-1 \\ 12 & 1 \end{bmatrix}$$

$5 = 2x - 1$

$5 + 1 = 2x$

$2x = 6 \quad] \div 2$

$x = 3$

$y + 4 = 12$

$y = 12 - 4$

$y = 8$

$$\begin{bmatrix} 2x & 5 \\ 5y-1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 4x & 2 \end{bmatrix}$$

$2x = 1 \quad] \div 2$

$x = \frac{1}{2}$

نعوض قيمة x في المعادلة التي تحتوي على متغيرين

$5y - 1 = 4x$

$5y - 1 = 4(\frac{1}{2})$

$5y - 1 = 2$

$5y = 2 + 1$

$5y = 3 \quad \div 5$

$y = \frac{3}{5}$

Scanned by TapScanner

$$\begin{bmatrix} x+1 & -4 \\ 0 & 3x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y-2 & -4 \\ 0 & y-1 \end{bmatrix}$$

حيث x, y

$x+1 = y-2$

$x-y = -2-1$

$x-y = -3$ ... ①

$3x = y-1$

$3x-y = -1$ ... ②

$\times(-1)$

بالطرح :

$-x+y = +3$

$3x-y = -1$

$2x = +2 \quad \div 2$

$x = 1$ ... ③

نعوض بالمعادلة ① او ②

$1-y = -3$

$1+3 = y$

$y = 4$

Scanned by TapScanner

$$\begin{bmatrix} 3 & x \\ 5 & y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$ اذا علمت ان

حيث x, y حقيقي $x, y \in R$

$x + 2 = 6$

$x = 6 - 2$

$x = 4$

$y + 3 = 2$

$y = 2 - 3$

$y = -1$

$$\begin{bmatrix} 3x+y & 0.2 \\ 3\sqrt{2} & x-y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & \frac{1}{5} \\ 3\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix}$$ x, y حقيقيه

$3x + y = 8$ --- ①

$x - y = 0$ --- ② ثم !

$4x = 8$] ÷ 4

$x = 2$ --- ③ نعوض أحد المعادلتين ① أو ②

$2 - y = 0$

$y = 2$

Scanned by TapScanner

جمع المصفوفات

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ 0.5 & 0.3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{7}{3} & \frac{3}{2} \\ 0.4 & 0.01 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{8}{3} & 2 \\ 0.9 & 0.31 \end{bmatrix}$$

$\frac{1}{3} + \frac{7}{3} = \frac{8}{3}$

$\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2$

$0.5 + 0.4 = 0.9$

$0.30 + 0.01 = 0.31$ نضع في الثانية

$$\begin{bmatrix} \sqrt{2} & -3 \\ 8 & \sqrt{3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\sqrt{2} & -1 \\ 5 & 4\sqrt{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3\sqrt{2} & -4 \\ 13 & 5\sqrt{3} \end{bmatrix}$$

Scanned by TapScanner

$A = \begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$, $B \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$, $C \begin{bmatrix} 0 & 8 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ المثال

① $A+B$ ② $A+C$ ③ $B+C$ جد كل من

① $A+B$

$$\begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 6 & 6 \end{bmatrix}$$

$A+C$

② $$\begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 8 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 13 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$$

③ $B+C$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 8 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 8 & 10 \end{bmatrix}$$

Scanned by TapScanner

طرح المصفوفات

خطوات الحل

① تنزل المصفوفه الاولى كما هي

② تقلب عملية الطرح الى جمع

③ اعطاء النظير الجمعي للمصفوفه الثانيه
(عكس الاشاره)

$$\begin{bmatrix}1\\3\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-4\\2\end{bmatrix}$$

الحل

$$\begin{bmatrix}1\\3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}4\\-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\1\end{bmatrix}$$

$A=\begin{bmatrix}1 & -2 & 5\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}-4 & 3 & -2\end{bmatrix}$ $C=\begin{bmatrix}0 & 7 & 2\end{bmatrix}$

مثل $A-B+5C$

$$\begin{bmatrix}1 & -2 & 5\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-4 & 3 & -2\end{bmatrix}+5\begin{bmatrix}0 & 7 & 2\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1 & -2 & 5\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}4 & -3 & 2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & 35 & 10\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & 30 & 17\end{bmatrix}$$

$-A+2B-C$

$$-\begin{bmatrix}1 & -2 & 5\end{bmatrix}+2\begin{bmatrix}-4 & 3 & -2\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0 & 7 & 2\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}-1 & 2 & -5\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-8 & 6 & -4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & -7 & -2\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-9 & 1 & -11\end{bmatrix}$$

Scanned by TapScanner

المحددات

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = (4 \cdot 3) - (-2 \cdot 1)$$

$$12 + 2 = 14$$

$$\begin{vmatrix} \sqrt{2} & -3 \\ 2 & 3\sqrt{2} \end{vmatrix} = (\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2}) - (2 \cdot -3)$$

$$3(2) + 6 = 12$$

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{4} & 3 \\ 1 & \frac{3}{2} \end{vmatrix} = \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{2}\right) - (3 \cdot 1)$$

$$\frac{3}{8} - \frac{24}{8} = \frac{-21}{8}$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 10 \end{vmatrix} = (3 \cdot 10) - (5 \cdot 6)$$

$$30 - 30 = 0$$

Scanned by TapScanner

جد قيم $h \in R$ في كل مما يأتي

$$\begin{vmatrix} 2h+3 & -1 \\ 2 & h \end{vmatrix} = 1$$

$$(2h+3)\times h - (-1(2)) = 1$$

$$2h^2+3h+2 = 1$$ نصفر المعادلة

$$2h^2+3h+2-1=0$$

$$2h^2+3h+1=0$$

$$(2h+1)(h+1)=0$$

اما $2h+1=0 \Rightarrow 2h=-1 \quad \div 2$

$$h=\frac{-1}{2}$$

او $h=-1$

$$\begin{vmatrix} 3h & -2 \\ 3 & h \end{vmatrix} = 9$$

$$(3h\cdot h)-(-2\cdot 3)=9$$

$$3h^2+6=9$$

$$3h^2=9-6$$

$$3h^2=3 \quad \div 3$$

$$h^2=1$$ نجذر الطرفين

$$h=\pm 1$$

Scanned by TapScanner

$$\begin{vmatrix} 2\sqrt{2} & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & \sqrt{2} \end{vmatrix}$$

$$(2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}) - (\sqrt{3} \cdot \sqrt{3})$$

$$2(2) - 3 = 1$$

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ 5 & \frac{1}{2} \end{vmatrix}$$

$$\left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}\right) - \left(5 \cdot \frac{1}{6}\right)$$

$$\frac{1}{6} - \frac{5}{6} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}$$

$$\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ -6 & -8 \end{vmatrix}$$

$$(4 \cdot -8) - (3 \cdot -6)$$

$$-32 + 18 = -14$$

Scanned by TapScanner

مثال x, y بطريقة كرامر

مثال حل المعادلتين الآتيتين بطريقة المحددات (كرامر)

$$5X - 2 - 11 = 0 \quad , \quad 2X + 3Y = 12$$

$$5X - 2Y = 11$$

$$2X + 3Y = 12$$

$$\begin{vmatrix} x & y \\ 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{matrix} 11 \\ 12 \end{matrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = (5 \cdot 3) - (2 \cdot -2) =$$

$$15 + 4 = 19$$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} 11 & -2 \\ 12 & 3 \end{vmatrix} = (11 \cdot 3) - (-2 \cdot 12)$$

$$33 + 24 = 57$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} 5 & 11 \\ 2 & 12 \end{vmatrix} = (5 \cdot 12) - (11 \cdot 2)$$

$$60 - 22 = 38$$

$$X = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{57}{19} = 3$$

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{38}{19} = 2$$

Scanned by TapScanner

حل نظام x, y بطريقة كرامر

$$3x + 5y = -1$$

$$x + 2y = 0$$

$$\begin{vmatrix} x & y \\ 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{matrix} -1 \\ 0 \end{matrix}$$

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{(-1 \cdot 2) - (5 \cdot 0)}{(3 \cdot 2) - (5 \cdot 1)} = \frac{-2-0}{6-5} = \frac{-2}{1} = -2$$

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta}$$

$$= \frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{(3 \cdot 0) - (-1 \cdot 1)}{1} = \frac{0+1}{1} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\therefore S = \{ \overset{x}{-2}, \overset{y}{1} \}$$

Scanned by TapScanner

حل المعادلتين التاليتين (بطريقة كرامر)

$5x - 2y - 3 = 0$ ، $y - 3 = x$

$5x - 2y = 3$

$-x + y = 3$

$$\begin{vmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{matrix} 3 \\ 3 \end{matrix}$$

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{(3 \cdot 1) - (-2 \cdot 3)}{(5 \cdot 1) - (-2 \cdot -1)} = \frac{3+6}{5-2} = \frac{9}{3} = 3$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{(5 \cdot 3) - (-1 \cdot 3)}{(5 \cdot 1) - (-2 \cdot -1)} = \frac{15+3}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

∴ $x = 3$

$y = 6$

Scanned by TapScanner

(1) امثلة

$5x+3=4y$ ، $3x+y=5$

(2) $2x-3=3y$ ، $x-1=2y$

(3) $4y+2x=0$ ، $3x+5y=-1$

(4) $2x+3y=6$ ، $x+y=1$

Scanned by TapScanner