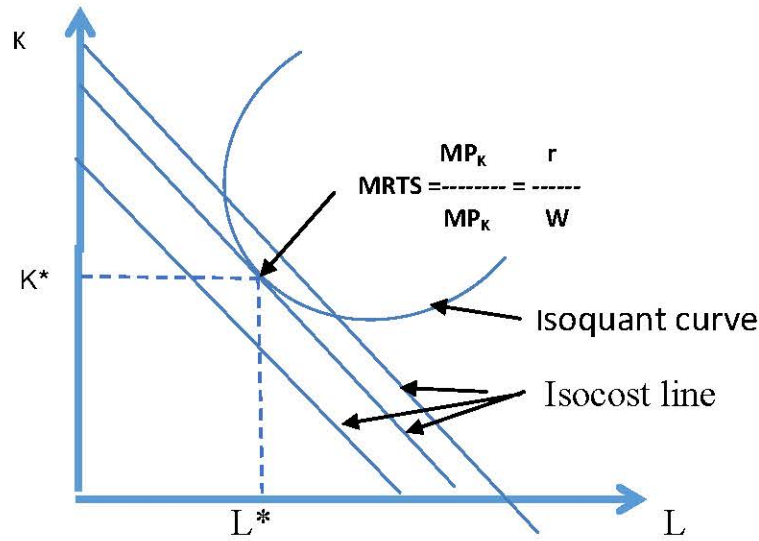


المحاضرة الرابعة

اقتصاديات انتاج زراعي

استاذة المادة

أ . يسرى طارق بكر



أما إذا أريد تحديد المزيج الأمثل من عنصري الإنتاج الذي يعظم الأرباح التي يحصل عليها المنتج سواء كان ذلك في حالة تعظيم الإنتاج عند وضع قيد على كلفة معينة أو تدنيه التكاليف عند وضع قدر معين من الإنتاج حيث أن:

$$MRS_{L,K} = - \frac{dK}{dL} = \frac{MP_K}{MP_L} = \frac{r}{w}$$

ويعبر عن معدل الإحلال الحدي في هذه الحالة بقسمة الإنتاجية الحدية للرأس المال على إنتاجية الحدية للعمل عندما يزداد العمل وينقص رأس المال.
ويمتاز معدل الإحلال الحدي الفني بالتناقص كلما تناقصت وحدات رأس المال وازدادت وحدات العمل لتحقيق مستوى ثابت من الإنتاج، ولتزايد أهمية رأس المال المضحي بها مقابل الحصول على وحدة واحدة من العمل.

مثال: () إذا توفرت لك دالة الإنتاج التالية متكونة من عنصري الإنتاج L, K :

$$Y = 4 + 3L - 5L^2 + 7K - 3K^2$$

جد:

- 1- المعدل الحدي للاستبدال RTS لكل من L, K .
- 2- مرونة الاستبدال Elasticity of substitution.

ج/

$$1-RTS = MP_L / MP_K \quad -1$$

$$MP_L = 3-10L=0, \quad MP_K = 7-6K=0$$

$$RTS_{K,L} = \frac{3-10L}{7-6K}$$

$$2-E = MPL/APL, \quad E=MP_K/AP_K \quad -2$$

$$MP_L = 3-10L, \quad APL = 3-5L$$

$$\therefore E = 3-10L/3-5L=2$$

$$MP_K = 7-6K, \quad APK = 7-3K$$

$$E = 7-6K/7-3K = 2$$

الكفاءة الاقتصادية (Economic efficiency)

يقصد بالكفاءة الاستخدام الأمثل للموارد الإنتاجية المتاحة للمجتمع، لإنتاج أكبر قدر ممكن من السلع والخدمات. ويمكن التمييز بين نوعين من الكفاءة، وهما الكفاءة الفنية والكفاءة الاقتصادية.

وأشار (Berkeley Hill) أن المستوى الأكثر كفاءة في الإنتاج يتحقق عندما يصل الناتج المتوسط إلى أعلى نقطة له وهذا يشير إلى الكفاءة الفنية وليس بالضرورة أن يكون هذا هو المستوى الأكثر ربحية، وعليه فإن الكفاءة الفنية والكفاءة الاقتصادية تحملان معنيين مختلفين.

إذ تشير الكفاءة الفنية (Technical Efficiency) حسب مقياس (Farrell) إلى اختيار دالة الإنتاج التي تتلاءم مع فعاليات الوحدة الإنتاجية والأنشطة الفعلية كافة سواء في مجال القطاع الزراعي أم القطاع الصناعي، كما وينظر إلى الكفاءة الفنية ليس باعتبارها مقياس لمدى الكفاءة فقط ولكنها أيضاً مؤشراً للتمية الاقتصادية.

كما أن الكفاءة الفنية تقبس درجة نجاح الوحدة الاقتصادية في استغلال الموارد الاقتصادية المتاحة. وبذلك يتعظم الناتج بالنسبة لكل وحدة من المدخلات المستخدمة. وعليه فإن مفهوم الكفاءة الفنية هي مفهوم هندسي صرف مجرد تماماً من أثر الاسعار، ومن محددات الكفاءة الفنية هي القابلية الإدارية (Managerial ability) والعناصر الطبيعية

(المادية) كخصائص التربة، والعوامل الاقتصادية، والاجتماعية، والسياسية، وعوامل عشوائية مثل الظروف الجوية.

ويمكن للكفاءة الفنية ان تتحقق بواسطة خمس علاقات مختلفة وهي: (زيادة الإنتاج والمدخلات، لكن الزيادة في المدخلات input أقل نسبياً من الزيادة في الإنتاج output)، (زيادة الإنتاج output مع بقاء المدخلات input على حالها دون تغير)، (زيادة الإنتاج out put في حين يتم تقليل المدخلات input) (يبقى الإنتاج output على حاله بينما تقلل المدخلات input)، (تناقص الإنتاج output في حين يكون مستوى الانخفاض في المدخلات أكبر).

أما الكفاءة الاقتصادية فهي نسبة قيمة الناتج إلى قيمة عناصر الإنتاج. فالعملية الانتاجية التي تعطي ناتجاً ذو قيمة أكبر من قيمة عناصر الإنتاج فهي ذات كفاءة اقتصادية وإن الاختيار الأمثل للمدخلات يأخذ فكرة الكفاءة الاقتصادية.

كما يمكن تناول موضوع الكفاءة الاقتصادية بكونها تشير إلى التوليفة الموردة المثلى التي يحقق من خلالها تعظيم أهداف الفرد والمجتمع، ويمكن تعريفها في ضوء شرطين هما الشرط الضروري (Necessary Condition) والشرط الكافي (Sufficient Condition) إذ أن الشرط الضروري يتعلق بمراحل الإنتاج ويتحقق في حالتين.

أولهما توافر امكانية الحصول على مقدار الناتج نفسه باستخدام كميات أقل من الكمية المستخدمة من الموارد الإنتاجية، والأخرى عدم توافر إمكانية تدفق مستوى أكبر من الناتج باستخدام كميات الموارد المستخدمة نفسها ويتفق هذا الشرط مع المرحلة الثانية من مراحل الإنتاج عندما تكون مرونة الإنتاج (E):

$$0 \leq E \leq 1$$

أي أن الشرط الضروري يشير إلى العلاقة المادية فقط، وعند معرفة علاقة المورد- الناتج، فهناك توليفات مختلفة يتحقق من خلالها هذا الشرط، لهذا السبب سنحتاج الى الشرط الاخر لاختيار التوليفة الموردية المناسبة من التوليفات المختلفة، وهو الشرط الكافي الذي يمثل هدف الفرد والمجتمع، وأنه شرط موضوعي بطبيعته ويختلف باختلاف أهداف الوحدة الإنتاجية، ويسمى هذا الشرط بمؤشر الاختيار (Choice Indicator) الذي يساعد الإدارة في تحديد الكميات المستخدمة من المدخلات وبما يتفق مع أهدافه.

ومما سبق يمكن القول بأن تحقيق الكفاءة الاقتصادية في استخدام الموارد يتم عند استخدام تلك الموارد بطريقة تحقق الهدف المطلوب من العملية الإنتاجية، سواء كان الهدف تعظيم الأرباح أم تدني التكاليف أم تعظيم العائد.

معايير استخدام الكفاءة الاقتصادية

في ظل الحاجة الى معايير يتم من خلالها الحكم على اداء السياسية المالية في الدولة يستخدم علماء الاقتصاد معيار الكفاءة الاقتصادية بوصفه أحد المعايير الأساسية التي من خلالها يتم تقويم فاعلية الموازنة العامة. ويراد بالكفاءة بشكل عام فاعلية الاداء للشئ الصحيح في المكان والوقت الصحيحين. وهي القدرة على الانجاز فالكفاءة الاقتصادية تشير الى العلاقة بين المخرجات والمدخلات وذلك من خلال انجاز الكثير بأقل ما يمكن، اي انها تعني استخدام الموارد الاقتصادية بالكيفية التي تعظم المردود الاقتصادي والاجتماعي من ذلك الاستخدام للوصول الى أعظم مستوى ممكن من الناتج الاجمالي وتحقيق معدل مقبول للنمو والعمل على تحقيق وانتاج تشكيلة مثلى من السلع والخدمات التي تتيح اقصى درجات الاشباع للحاجات الفردية والمجتمعية.

إذن يمكن اعتبار الكفاءة الاقتصادية النسبة والتناسب بين قيمة الهدف البشري المحقق للمنافع وقيمة الموارد الشحيحة التي استخدمت لتحقيق هذا الهدف فعندما توصف ممارسة ما او فعل اقتصادي بأنه غير كفوء فإن هذا يعني اننا نستطيع ان نحقق الاهداف نفسها المتحققة لكن بموارد اقل او ان الموارد المستخدمة كان يمكن ان تحقق افضل نتائج وعليه فإن الكفاءة تعني ببساطة تحقيق اقصى ما يمكن ان نحققه بالموارد المتاحة لدينا نفسها. ومفهوم الكفاءة يمكن تقسيمه الى مفهوم ضيق واخر واسع فالمفهوم الضيق للكفاءة ينصرف الى العلاقة بين كلاً من المدخلات والمخرجات وتتحقق الكفاءة إذا حصلنا على اكبر عدد ممكن ومستطاع من المخرجات بالمقدار نفسه من المدخلات او زيادة في المخرجات مع ثبات المدخلات . في حين ينصرف المفهوم الواسع للكفاءة الى توزيع الموارد الاقتصادية بين الاستعمالات البديلة بشكل يتعذر من خلاله الحصول على زيادة او اشباع لرغبات المستهلكين نتيجة، تبديل (توزيع) الموارد .

فالدولة تستطيع تحقيق الكفاءة عند تخصيص الموارد من خلال تحقيق ما يعرف بشرط سامولسون لمواجهة الفشل الحكومي اي ان هناك حاجة ماسة للتوفيق بين التدخل الحكومي لمعالجة الفشل السوقي وبين ضمان ان يكون هذا التدخل هو الكفاءة فالنظام الاقتصادي يسمى نظاماً اقتصادياً كفواً إذا تحقق فيه ما يلي:

One لا يمكن تحسين فرد دون ان يؤثر ذلك على شخص اخر اي جعل شخص اخر أسوأ

2- لا يمكن الحصول على ناتج اكثر بدون زيادة كمية المدخلات .

3- العملية الإنتاجية عند اقل وحدة تكاليف ممكنة.

وتجدر الإشارة الى ان هناك اختلافاً بين كلاً من مفهوم الكفاءة ومفهوم الكفاية مفهوم الكفاءة Efficiency يعني كما تم ذكره درجة المهارة في تحويل المدخلات الى مخرجات بأفضل

وانسب الاشكال من حيث التكاليف والجودة والوقت أما مفهوم الكفاية Sufficiency فيقتصر مدلولها على الكفاية العددية للمعروض من مورد او سلعة او خدمة مقارنة بحجم الطلب عليها . وعلى الرغم من ان مجال استخدام الكفاءة كان في بادئ الامر محدود واقتصر على المجالات التقنية المتعلقة بكيفية استخدام الآلات والمعدات من خلال مقارنة الانتاج المتحقق مع الطاقة القصوى لتلك الآلات الا ان مفهوم الكفاءة انتشر بفضل التطور العلمي والبحوث والدراسات وتطور الاساليب والنماذج العلمية. لذلك ظهرت عدة مفاهيم للكفاءة مثل كفاءة الأداء، الكفاءة الفنية، الكفاءة الانتاجية، الكفاءة الاقتصادية ... الخ من المفاهيم التي تعكس ذلك التطور والكفاءة في القطاعات الانتاجية الخاصة تختلف عن الكفاءة في القطاعات العامة فالكفاءة الاقتصادية في القطاعات الخاصة قد تستخدم معايير لا تتوافق مع تلك التي في القطاع العام، فقد يستخدم معيار الانتاجية او معيار القيمة المضافة او معيار العائد على الاستثمار وهكذا بالطبع على سبيل المثال لا الحصر.

ويجب الاشارة الى انه لا يوجد معيار او مؤشر محدد تستطيع الوحدات الاقتصادية استخدامه في تقويم ادائها وذلك نظراً لاختلاف أنشطة تلك الوحدات واهدافها ليس على مستوى قطاع بحد ذاته فقط بل على مستوى الوحدة الاقتصادية نفسها. وبالتالي فإن استخدام معيار معين قد لا يكفي للحكم على كفاءة الوحدة الاقتصادية لذلك لابد من استخدام أكثر من معيار للحكم على كفاءة الوحدة بما يتلاءم مع طبيعة عمل تلك الوحدة بما يتلاءم مع طبيعة عمل تلك الوحدة. في حين ان كفاءة شركة معينة في القطاع الخاص يتوقف على حجم المنافسة التي تواجهها. وهو ما يحفز على إبقاء تكاليف تلك الشركة منخفضة لذا فإن الحكومات تعمد الى التركيز على نفقاتها لأنها لا تدرك إدراكاً معمقاً للتكاليف المرتبطة بفعاليتها. لكن على الرغم من ذلك فإن الحكومة تستطيع ان تخفض تكاليفها عن طريق تقدير التكاليف على اساس النشاط (بطريقة القطاع الخاص نفسها) حيث يتم تحديد تكلفة كل ما يدخل في الانتاج لكل نشاط حكومي مع الاخذ بنظر الاعتبار التكاليف الثابتة الأخرى.

وعموماً فهناك عدة صعوبات تواجه تطبيق معايير قياس الكفاءة في القطاعات الانتاجية الخاصة على القطاعات العامة وهم تلك الصعوبات هو انعدام مقياس الربح بالمفهوم التجاري كما في القطاع الخاص وهذا بالطبع يعود الى طبيعة السلع والخدمات العامة المنتجة فهي غير قابلة للتجزئة وقد يعجز القطاع الخاص عن تقديمها وكذلك صعوبة تطبيق مبدأ الاستبعاد عليها . والعقبة الأخرى هي غياب المنافسة في تقديم معظم الخدمات العامة وهذا بالطبع لصعوبة تطبيق مبدأ الاستبعاد عليها وعدم قابليتها للتجزئة. أما الصعوبة الأخرى فهي تداخل وتعدد الاهداف وتشابك تأثيراتها فغالباً ما تكون المشاريع العامة متعددة الاهداف وذات طبيعة ضبابية وغامضة سهلة وممتعة وفي الوقت نفسه قد يسهل الاحساس بها ويصعب تحديدها على نحو دقيق.

وبالتالي فهناك مجموعة من الشروط الواجب استيفائها لتحقيق الكفاءة الاقتصادية ويمكن توضيحها بالاتي:-

1- الاستخدام الكامل للموارد الاقتصادية :

يعني الاستخدام الكامل للموارد الاقتصادية الاستغلال الكامل لها بعد توظيفها فالتوظيف الكامل هو الحالة التي تنتفي فيها البطالة الاجبارية والتي تعرف بانها ذلك الجزء من القوى العاملة

التي يرغب في الحصول على عمل بمعدلات الاجور السائدة ولكن لا يستطيع الحصول عليه اي بعبارة اخرى التوظيف الشامل للموارد الاقتصادية هو الوضع الذي تكون في الموارد المتاحة في المجتمع موظفة بالكامل في انتاج السلع والخدمات اما إذا كان أحد هذه الموارد غير مستغل او غير موظف بكفاءة فإن ذلك سيسبب البطالة على الرغم من ان التوظيف الكامل يفترض عدم وجود بطالة اجبارية الا انه قد تحدث هناك نوع من البطالة تسمى بطالة احتكاكية. فالنظرية التقليدية تفترض ان الاقتصاد دائماً في حالة التوظيف الكامل وعند حدوث اية اختلالات في مستوى التوظيف الكامل ستعمل المنافسة التامة على إعادة التوازن في ظل التوظيف الكامل لأنهم يفترضوا العرض يخلق الطلب (قانون ساي) وتصبح مرونة الاجر الحقيقي التامة كفيلاً بالتأثير على الطلب على العمل لتحقيق التوازن بين كل من عرض العمل والطلب عليه. اما كنيز فقد اعترض على ذلك إذ اعتبر ان لكل من الطلب على العمل وعرض العمل عوامل مختلفة فقد أكد على ان حالة التوظيف الشامل ما هي الاحالة خاصة وان التوازن يمكن ان يتحقق عند مستويات تقل مستويات التشغيل الكامل. وبالتالي فإن الكفاءة الاقتصادية تتحقق عندما يكون هناك استخدام كامل لموارد المجتمع المادية والبشرية الامر الذي يعمل على زيادة رفاهية المجتمع بدرجة كبيرة

2- التخصيص الكفاء للموارد الاقتصادية.

يقصد بالتخصيص الكفاء للموارد الاقتصادية توزيع الموارد الاقتصادية بين كلاً من اغراض الاستهلاك والاستثمار وهو ما يسمى (التخصيص عبر الزمن) وكذلك توزيع الموارد بين الانشطة والقطاعات المختلفة اي (التخصيص القطاعي) هذا بالإضافة الى توزيع الموارد بين المناطق المختلفة وهو ما يطلق عليه (التخصيص الجغرافي) فيمكن القول على ان موارد المجتمع قد خصصت بكفاءة إذا كان هناك عدم إمكانية تحقيق اي زيادة في مستوى الرفاهية الاقتصادية والاجتماعية باستخدام نفس التخصيصات للموارد الاقتصادية. فبالنسبة لتخصيص الانفاق العام فإن الدولة تقوم بالإنفاق على مختلف القطاعات وهذا الإنفاق في الدول النامية غالباً ما يتصف بكونه لا يستجيب للشروط الموضوعية او العقلانية وهذا ما قد يسبب الهدر وتبذير في موارد الدولة الاقتصادية لذلك عند وضع برامج الانفاق الحكومي لابد من مراعاة الاولويات فيجب المفاضلة بين الانفاق الجاري او الانفاق الاستثماري او بين الانفاق على الموارد البشرية او على صيانة الهياكل القاعدية او النفقات الاخرى التي تعمل على تحسين في الفعالية الانتاجية وبالتالي فإن الكفاءة الاقتصادية تتطلب تخصيصاً كفاً للموارد الاقتصادية المتوفرة في الدولة سواء كانت مادية او بشرية .

3- تحقيق الإنتاجية :

تعني الإنتاجية العلاقة بين كمية الموارد المستخدمة في الانتاج وبين كمية الانتاج فكما ازدادت نسبة الانتاج الى المدخلات كلما ارتفعت مستوى الإنتاجية ، فالإنتاجية ، اما انتاج اكبر قدر ممكن وفضل نوعية ممكنة من المخرجات باستخدام مقدار محدد ونوعية معينة من المدخلات او هي انتاج قدر محدد ونوعية معينة من المخرجات باستخدام اقل كمية ممكنة من المدخلات

فقياس الإنتاجية يتضمن تقييم مجموعة واسعة من العوامل مثل تغيرات الفعالية والتغير التقني ووفورات الحجم واستخدام مقياس الإنتاجية لاكتشاف جوانب الانتاج الغير كفوة وتحديد

مجالات الاختناقات في مختلف المجالات لتحقيق هدف تحسين العملية الانتاجية
فالإنتاجية : ذا أهمية كبيرة وذلك لان الاهتمام فيها والعمل على زيادتها تعمل على
زيادة السلع الاستهلاكية والانتاجية المتوفرة والتي ستعمل على تحسين ظروف العمل والانتاج
والعمل على تقليل النفقات هذا بالإضافة الى تحقيق اكبر قدر من المنافسة في الاسواق
الخارجية.

ولابد لنا هنا الاشارة الى الطرق التي يمكن من خلالها تحقيق زيادة في الانتاجية بالآتي:-

1- زيادة كمية الانتاج دون زيادة في كمية المستخدمات .
Two- تحقيق القدر نفسه من الانتاج باستخدام كمية اقل من المستخدمات (مع البقاء على
نوعية الانتاج او زيادة في مستوى الجودة والنوعية .

Three- زيادة كمية الانتاج بنسبة تفوق الزيادة في كمية المستخدمات.

فالإنتاجية هي المؤشر الملائم لقياس الكفاءة الاقتصادية بالنسبة للجهات الحكومية
التي تقوم الخدمات العامة (اجتماعية ، اقتصادية ، إدارية ... الخ) إذ يعكس هذا المؤشر كفاءة
تحويل المدخلات (الموارد الاقتصادية ، المتاحة للجهة) الى مخرجات خدمات (معامل الكفاءة
الإنتاجية = كمية المخرجات / كمية المدخلات

4- تحقيق الكفاءة الاستثمارية :

يلعب الاستثمار دوراً بالغ الأهمية في الاقتصاد فالطلب على الاستثمار يشكل جزءاً
كبيراً وهاماً في الاداء الاقتصادي فهو يشكل جزءاً مهماً من الناتج القومي هذا بالإضافة الى
الدور الذي يلعبه الاستثمار في تحديد كلاً من الدخل والاستخدام.

والاستثمار هو الاضافة الى رصيد المجتمع من راس المال من خلال عملية انتاج السلع
الرأسمالية مثل شراء الآلات والمعدات الجديدة والمباني والمصانع ، ومثل هذه السلع لا
تستخدم في الاستهلاك الجاري وانما يتوقع ان تضيف الى المخزون السلعي والدخل في
المستقبل ، ويتطلب تحقيق الكفاءة في الاستثمار في المشروعات ذات الجدوى الاقتصادية
الواضحة والمردود الاقتصادي والاجتماعي الكبير والتميز مع الاخذ بنظر الاعتبار الوقت
وحجم الانتاج الأمثل للمشروع استناداً الى مستويات الطلب الحالية والمستقبلية.

وبالتالي الكفاءة الاقتصادية تتطلب تحقيق الكفاءة الاستثمارية نظراً لان الاستثمار
سيعمل على توفير المنتجات والخدمات ويعمل على توفير فرص عمل وبالتالي تقليل البطالة
بالإضافة الى اعمار البنية التحتية الامر الذي سيؤدي الى زيادة مستوى رفاهية افراد المجتمع

كيفية الحصول على حجم الإنتاج الأمثل وحجم الإنتاج المعظم للربح:

الحجم الأمثل للإنتاج المدني للتكاليف:

لتحقيق الأمثلية في الإنتاج يتحتم على المنشأة ان تتخذ ما يلي:

1- تحقيق أدنى تكلفة لتوليفة عناصر الإنتاج التي تمكن المنشأة من تحقيق مستوى معين
من الإنتاج.

2- تحقيق توليفة عناصر الإنتاج التي تعظم الإنتاج عند تكلفة معينة.

ولتحقيق الشرط الأول (تدنية الكلفة) تتحقق عندما يكون ميل منحنى الناتج المتساوي مساويا لميل خط الكلفة المتساوي، أي ان كل منشأة لها سعة إنتاجية (Scale of Plan) خاصة بها وهذه السعة تصل إلى أعلى مستوى من الكفاءة الإنتاجية (Maximum Efficiency) التي عندها يتم تدنية التكاليف عندما يمس خط التكاليف الأقل قدرأ من خطوط التكاليف البعيدة عن نقطة الاصل لمنحنى الناتج المتساوي المعطى في نقطة واحدة، ولذلك فإن مشكلة اتخاذ القرار في فترة المدى الطويل هي تحديد مستوى الإنتاج الأمثل. ويمكن توضيح ذلك رياضياً كما يأتي:

$$\frac{MP_K}{MP_L} = \frac{r}{W}$$

حيث ان:

$$\frac{MP_K}{MP_L} = \frac{R}{W}$$

يمثل ميل منحنى الناتج المتساوي

$$\frac{MP_K}{MP_L} = \frac{R}{W}$$

يمثل ميل خط الكلفة المتساوي

ويمكن كتابة الشرط أعلاه بالشكل التالي:

$$\frac{MP_K}{R} = \frac{MP_L}{W}$$

الشرط الأول لتوازن المنتج

ومعنى ذلك ان المنشأة تدني تكلفة انتاج مستوى معين من الناتج باستعمال الموارد بشكل نكون معه الإنتاجية الحدية للدينار الواحد متساوية بالنسبة لجميع الموارد. ويمكن اثبات ذلك رياضياً وكالاتي:

$$C = WL + rk$$

$$Q^* = f(L, k)$$

$$Q^* - f(L, k) = 0$$

حيث تمثل Q^* كمية انتاج ثابتة وباستعمال طريقة لاجرانجيا لتدنية الكلفة في ظل قيد الإنتاج. نحصل على المعادلة التالية:

$$Z = WL + Rk + \lambda \{q^* - f(L, k)\}$$

وبأخذ المشتقة الجزئية الأولى بالنسبة لـ L, K, λ نحصل على:

$$\frac{\partial Z}{\partial L} = W - \lambda \frac{\partial Z}{\partial L} = 0 \dots (1)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial K} = r - \lambda \frac{\partial Z}{\partial K} = 0 \dots (2)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial L} = MP_L$$

$$\frac{\partial Z}{\partial K} = MP_K$$

ومن معادلة 1 و2 نحصل على:

$$W - \lambda MP_L = 0 \dots > \lambda = \frac{W}{MP_L}$$

$$W - \lambda MP_K = 0 \dots > \lambda = \frac{W}{MP_K}$$

وبما ان $\lambda = \lambda$ إذن :

$$\frac{W}{MP_L} = \frac{r}{MP_K}$$

وهذا هو شرط التدنية:

ويمكن كتابته بالشكل التالي:

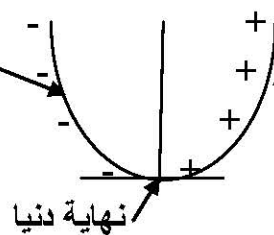
$$\frac{MP_K}{r} = \frac{MP_L}{W}$$

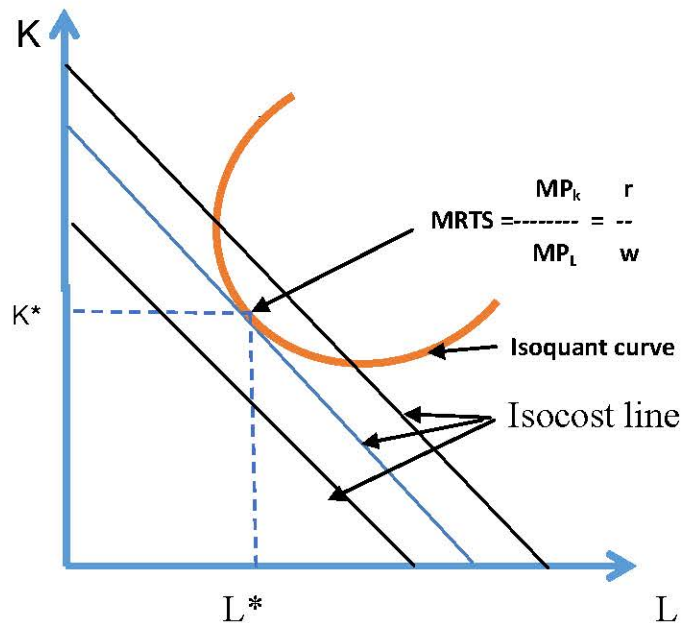
ليصبح الشرط الأول لتوازن المنتج.

ولأجل تحقيق التدنية فلا بد ان يكون الجزء الأول من المنحنى أدناه النازل ذو الإشارة السالبة يمثل المشتقة الجزئية الأولى ، أما الجزء الصاعد ذو الإشارة الموجبة فيمثل المشتقة الجزئية الثانية من المنحنى التالي.

يمثل المشتقة الجزئية الاولى

يمثل المشتقة الجزئية الثانية





شكل (2): الحجم الأمثل المدني للتكاليف

2- الشرط الثاني للأمثلية هو تعظيم الناتج من خلال وضع قيد على الكلفة ويكون وكالاتي:

$$Q = f(L, k)$$

$$C^* = wL + rk$$

$$C^* - WL - rk = 0$$

حيث تمثل C^* قيد الكلفة وباستعمال طريقة لاگرانجيا لتعظيم الناتج في ظل قيد الكلفة. نحصل على المعادلة التالية:

$$V = F(L, K) + \lambda\{C^* - WL - rk\}$$

وبأخذ المشتقة الجزئية الأولى بالنسبة لـ λ, K, L نحصل على:

$$\frac{\partial V}{\partial L} = \frac{\partial F}{\partial L} - \lambda W = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial K} = \frac{\partial F}{\partial K} - \lambda r = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial F}{\partial L} = MP_L$$

$$\frac{\partial F}{\partial K} = MP_K$$

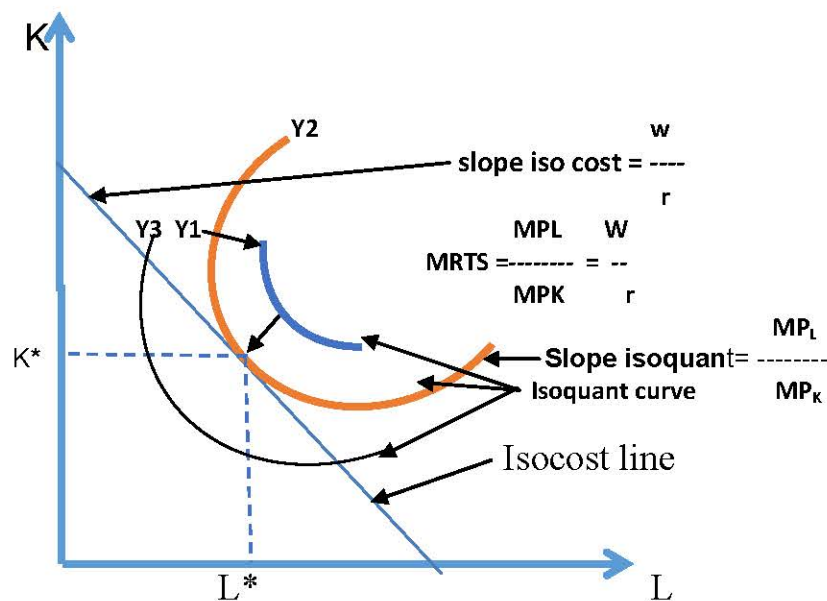
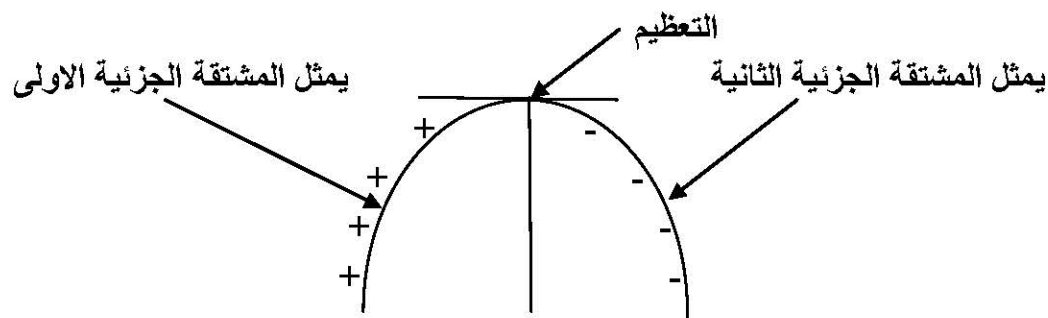
وبقسمة معادلة 1 و 2 نحصل على:

$$\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{W}{r}$$

وهو شرط التعظيم بظل قيد على الكلفة. ويمكن كتابة هذه المعادلة بشكل اخر وكالاتي:

$$\frac{MP_L}{W} = \frac{MP_K}{r}$$

وهو يمثل الشرط الأول لتوازن المنتج. ولأجل تحقيق التعظيم فلا بد ان يكون الجزء الأول من المنحنى أدناه الصاعد ذو الإشارة الموجبة يمثل المشتقة الجزئية الأولى ، أما الجزء النازل ذو الإشارة السالبة فيمثل المشتقة الجزئية الثانية من المنحنى التالي.



شكل (2): الحجم الأمثل المعظم للإنتاج

أما شرط التوازن الثاني فيمكن كتابته بالشكل التالي:

$$\underline{C \geq WL + rK}$$

تكلفة عناصر الإنتاج تساوي المبلغ المخصص لشراء عناصر الإنتاج (تكلفة الإنتاج)
تحديد توليفة الموارد التي تعظم أرباح المنشأة الإنتاجية:

تعظيم الربح : Profit maximization :

يعرف معدل الربح الذي يرمز له بالرمز (π) بأنه العائد الصافي بين الإيراد الكلي الذي يحصل عليه المنتج أو المؤسسة نتيجة قيامها بإنتاج وبيع مستوى معين من المنتج النهائي وبين التكاليف الكلية والتي يتحملها المنتج أو المؤسسة نتيجة قيامهم لا بالعملية الإنتاجية، ومن الممكن تمثيل دالة الربح بالمعادلة التالية:

$$\pi = TR - TC$$

حيث أن:

$$TR = (P \cdot Q) \dots \dots (1) \text{ الإيراد الكلي.}$$

$$Q = F(L, K) = \text{الناتج الكلي.}$$

$$TC = (WL + rK) = \text{التكاليف المتغيرة الكلية.}$$

$$B = \text{الكلفة الثابتة.}$$

$$\therefore TR = P \cdot F(L, K)$$

وإن P يمثل السعر و Q يمثل الكمية المنتجة أو الوحدات المباعة وإن π يمثل الربح ، TC تمثل التكاليف الكلية والتي تأخذ الشكل التالي:

$$TC = P_L \cdot L + P_K \cdot K + B \dots \dots (2)$$

وبربط معادلة 1 و2 نحصل على دالة الربح التالية:

$$\Pi = TR - TC$$