التجارب العاملية Factorial Experiments

يتم في هذا النوع من التجارب دراسة اكثر من عامل واحد والتي تكون بنفس الأهمية (لا توجد افضلية بينها) ويمكن استخدام أي من التصاميم السابقة (C. R. D. او R. C. B. D. او L. S. D.) مثلما تستخدم في التجارب ذات العامل الواحد.

فوائدها:

تصلح التجارب العاملية لكافة الأبحاث المختلفة ذات العوامل المتعددة اذ يمكن بواسطتها تقليل الجهد ومواد التجربة واختصار الزمن ودراسة جميع التداخلات إضافة الى معرفة تأثير العوامل بصورة منفصلة عن بعضها .

عيوبها:

زيادة عدد الوحدات التجريبية بالمقارنة مع دراسة العوامل ذاتها بصورة منفردة.

التجربة العاملية: هي تجربة على عدد من المعاملات التي هي عبارة عن جميع التوافيق بين عدة مستويات لعاملين او اكثر المراد دراسة تأثيرها على ظاهرة معينة.

العامل: أي عامل يعطي عدة معاملات (مستويات). فمثلا طريقة الزراعة هي العامل المدروس فالزراعة نثرا او على مروز او خطوط هي مستويات العامل. اما اذا كان العامل المدروس أصناف ، فالاصناف A و B و C و Dهي مستويات العامل وهكذا.

اجراء التوليفات:

تستخدم حروف كبيرة للدلالة على العوامل في حين تستخدم حرف صغير للدلالة على مستويات العوامل. فمثلا طريقة الزراعة يرمز لها بالحرف A والزراعة نثرا وعلى مروز وخطوط هي مستويات العامل A يرمز لها بالحرف a_1 و a_2 و a_3، ويرمز للعامل الثاني (الأصناف مثلا) بالحرف B ويرمز للاصناف الأربعة بالحرف b_1 و b_2 و b_3 و b_4 وبذلك تكون المعاملات التوافقية اذا ما اريد دراسة هذين العاملين معا في تجربة عاملية:

مستويات العامل الأول $A= a_1 , a_2 , a_3$ العامل الاول

مستويات العامل الثاني $B= b_1 , b_2 , b_3 , b_4$ العامل الثاني

$a_1 \rightarrow b_1 , b_2 , b_3 , b_4$

$a_2 \rightarrow b_1 , b_2 , b_3 , b_4$

$a_3 \rightarrow b_1, b_2, b_3, b_4$

وبذلك تصبح لدينا التوافيق او المعاملات العاملية التالية: (معاملة عاملية) $3 \times 4 = 12$

$a_1b_1, a_1b_2, a_1b_3, a_1b_4$

$a_2b_1, a_2b_2, a_2b_3, a_2b_4$

$a_3b_1, a_3b_2, a_3b_3, a_3b_4$

اما اذا اريد ادخال مبيد معين بتراكيز مختلفة كعامل ثالث C بثلاث تراكيز c_1, c_2, c_3 فتكون عدد المعاملات التوافقية

$3 \times 4 \times 3 = 36$

$a_1 \rightarrow b_1 \rightarrow c_1, c_2, c_3$

$a_1 \rightarrow b_2 \rightarrow c_1, c_2, c_3$

$a_1 \rightarrow b_3 \rightarrow c_1, c_2, c_3$

$a_1 \rightarrow b_4 \rightarrow c_1, c_2, c_3$

$a_2 \rightarrow b_1 \rightarrow c_1, c_2, c_3$

$a_2 \rightarrow b_2 \rightarrow c_1, c_2, c_3$

$a_2 \rightarrow b_3 \rightarrow c_1, c_2, c_3$

$a_2 \rightarrow b_4 \rightarrow c_1, c_2, c_3$

$a_3 \rightarrow b_1 \rightarrow c_1, c_2, c_3$

$a_3 \rightarrow b_2 \rightarrow c_1, c_2, c_3$

$a_3 \rightarrow b_3 \rightarrow c_1, c_2, c_3$

$a_3 \rightarrow b_4 \rightarrow c_1, c_2, c_3$

$a_1b_1c_1, a_1b_1c_2, a_1b_1c_3, a_1b_2c_1, a_1b_2c_2, a_1b_2c_3, a_1b_3c_1, a_1b_3c_2, a_1b_3c_3, a_1b_4c_1, a_1b_4c_2, a_1b_4c_3$

$a_2b_1c_1, a_2b_1c_2, a_2b_1c_3, a_2b_2c_1, a_2b_2c_2, a_2b_2c_3, a_2b_3c_1, a_2b_3c_2, a_2b_3c_3, a_2b_4c_1, a_2b_4c_2, a_2b_4c_3$

$a_3b_1c_1, a_3b_1c_2, a_3b_1c_3, a_3b_2c_1, a_3b_2c_2, a_3b_2c_3, a_3b_3c_1, a_3b_3c_2, a_3b_3c_3, a_3b_4c_1, a_3b_4c_2, a_3b_4c_3$

التجارب ذات العاملين Two Factor Experiments

1. التصميم العشوائي الكامل Completely Randomized Design (C. R. D.)

يمكن استخدام هذا التصميم بنفس الكيفية وعند نفس الظروف التي استخدم فيها مع التجارب البسيطة. ويمكن اجراء التوزيع العشوائي وعمل مخطط لتجربة ذات عاملين كما سبق شرحه في التجارب البسيطة لكن المعاملة في هذه الحالة تتكون من توافيق بين مستوى معين من احد العاملين مع مستوى معين من العامل الاخر وكلاهما يطبق على نفس الوحدة التجريبية.

- تحليل التباين Analysis of Variance

1. تمثيل البيانات بالرموز:

اذا كان المطلوب دراسة تأثير عاملين **A** و B كل منهما بثلاث مستويات على ان تكرر المعاملة الواحدة r من المرات.

فسيعبر عن قيمة اية مشاهدة بالرمز y_{ijk} وتعني المشاهدة k من المعاملة ذات المستوى i من العامل A والمستوى j من العامل B وفي هذه الحالة يمكن التعبير عن المشاهدات التي سوف يتم الحصول عليها من اية تجربة كما مبين في الجدول:

العامل A	العامل B	التوافيق العاملية	المشاهدات Y_{ijk} 1 2 3 .... r	مجاميع المعاملات العاملية $Y_{ij.}$	متوسطات المعاملات العاملية $\bar{y}_{ij.}$
a_1	b_1	a_1b_1	y_{111} y_{112} y_{113} .... y_{11r}	$Y_{11.}$	$y_{11.}$
	b_2	a_1b_2	y_{121} y_{122} y_{123} .... y_{12r}	$Y_{12.}$	$y_{12.}$
	b_3	a_1b_3	y_{131} y_{132} y_{133} ..... y_{13r}	$Y_{13.}$	$y_{13.}$
a_2	b_1	a_2b_1	y_{211} y_{212} y_{213} ..... y_{21r}	$Y_{21.}$	$y_{21.}$
	b_2	a_2b_2	y_{221} y_{222} y_{223} .... Y_{22r}	$Y_{22.}$	$y_{22.}$
	b_3	a_2b_3	y_{231} y_{232} y_{233} ..... y_{23r}	$Y_{23.}$	$y_{23.}$
a_3	b_1	a_3b_1	y_{311} y_{312} y_{313} ..... y_{31r}	$Y_{31.}$	$y_{31.}$
	b_2	a_3b_2	y_{321} y_{322} y_{323} .... Y_{32r}	$Y_{32.}$	$y_{32.}$
	b_3	a_3b_3	y_{331} y_{332} y_{333} ..... y_{33r}	$Y_{33.}$	$y_{33.}$
				المجموع العام **$Y_{...}$**	المتوسط العام $\bar{y}_{...}$

حيث ان:

$Y_{ij.}$ تعني مجموع أي معاملة

فمجموع المعاملة العاملية الاولى مثلا:

$$Y_{11.}= y_{111}+ y_{112}+ y_{113}+\ldots.+ y_{11r}$$

وان متوسط أي معاملة عاملية:

$$\overline{y}_{ij.} = \frac{Y_{ij.}}{r}$$

والمجموع العام للتجربة:

$$Y...= \sum y_{ijk} = y_{111}+ y_{112}+ y_{113}+\ldots.+ y_{33r}$$

المتوسط العام للتجربة:

$$\overline{y}_{...} = \frac{Y_{...}}{abr}$$

2. جدول تحليل التباين Analysis of Variance Table

يتضمن جدول تحليل التباين مصادر الاختلاف التالية:

أ. الاختلاف بين المعاملات العاملية والتي تتجزأ الى كل من العاملين A و B والتداخل بينهما.

ب. الخطأ التجريبي.

ويحدد هذه المصادر النموذج الرياضي الاتي:

$$y_{ijk} = \mu + A_i + B_j + AB_{ij} + e_{ijk} \quad ; \quad i = 1, 2, 3, \ldots a$$

$$j = 1, 2, 3, \ldots b$$

$$k = 1, 2 , 3, \ldots.r$$

حيث ان:

y_{ijk}= قيمة المشاهدة k من المعاملة العاملية ذات المستوى i من العامل A والمستوى j من العامل B

μ =المتوسط العام للتجربة

$$\mu = \overline{y}_{...} = \frac{Y_{...}}{abr}$$

A_i= **تأثير المستوى i من العامل A ويقدر بمقدار انحراف متوسط المستوى i من هذا العامل** $\overline{y}_{i..}$ **عن المتوسط العام للتجربة:**

$$A_i = \overline{y}_{i..} - \overline{y}_{...} = \frac{Y_{i..}}{br} - \frac{Y_{...}}{abr}$$

B_j= **تأثير المستوى j من العامل B ويقدر بمقدار انحراف متوسط المستوى j من هذا العامل** $\overline{y}_{.j.}$ **عن المتوسط العام للتجربة:**

$$B_j = \overline{y}_{.j.} - \overline{y}_{...} = \frac{Y_{.j.}}{ar} - \frac{Y_{...}}{abr}$$

AB_{ij}= **تأثير التداخل بين المستوى i من العامل A والمستوى j من العامل B ويقدر من المعادلة:**

$$AB_{ij} = \overline{y}_{.j.} - \overline{y}_{...} = \frac{Y_{.j.}}{ar} - \frac{Y_{...}}{abr}$$

e_{ijk} = مقدار الخطأ التجريبي العشوائي الخاص بتلك الوحدة التجريبية ويقدر بمقدار انحراف قيمة المشاهدة y_{ijk} عن متوسط المعاملة العاملية التي اخذت هذه المشاهدة:

$$e_{ijk} = y_{ijk} - \overline{y}_{ij.}$$

- جدول تحليل التباين **Analysis of Variance Table (ANOVA-Table)**

لايجاد جدول تحليل التباين نتبع الخطوات في المثال التالي:

مثال:

أجريت تجربة لمقارنة ثلاثة أصناف من البطاطا في أربعة أنواع من الترب بتصميم عشوائي كامل بأربعة مكررات وفي الجدول ادناه البيانات الخاصة بكمية الحاصل بالكغم للقطعة التجريبية في مخطط التجربة

المطلوب: هل هناك فروق معنوية بين المعاملات موضحا تأثير الأصناف والترب والتداخل بينها

مخطط تجربة عاملية 3 x 4 بتصميم الـ C.R.D.

a_1b_4 8	a_2b_4 2	a_1b_1 4	a_3b_2 2	a_2b_1 22	a_3b_4 2	a_2b_2 7	a_1b_2 12	a_2b_1 28	a_3b_4 9	a_1b_2 10	a_3b_4 13
a_3b_4 3	a_2b_4 6	a_2b_3 16	a_3b_1 2	a_1b_3 3	a_3b_2 6	a_1b_1 7	a_2b_3 10	a_3b_3 7	a_1b_3 5	a_3b_3 5	a_2b_2 18
a_1b_2 9	a_3b_3 1	a_3b_1 6	a_1b_4 8	a_3b_2 16	a_2b_1 27	a_2b_3 12	a_1b_4 7	a_2b_2 15	a_1b_3 2	a_2b_4 7	a_3b_1 7
a_1b_4 15	a_3b_3 8	a_1b_1 7	a_2b_2 11	a_2b_1 34	a_3b_1 13	a_1b_1 14	a_2b_4 5	a_2b_3 9	a_3b_2 11	a_1b_2 5	a_1b_3 7

الحل:

1. ترتيب وتبويب البيانات لتحليلها احصائيا:

العامل A	العامل B	المعاملات Ab	المشاهدات y_{ijk} 1	2	3	4	مجاميع المعاملات $Y_{ij.}$	متوسطات المعاملات $\overline{y}_{ij.}$
a_1	b_1	a_1b_1	4	7	7	14	**32**	**8**
	b_2	a_1b_2	12	10	9	5	**36**	**9**
	b_3	a_1b_3	3	5	2	7	**17**	**4.25**
	b_4	a_1b_4	8	8	7	15	**38**	**9.5**
a_2	b_1	a_2b_1	22	28	27	34	**111**	**27.75**
	b_2	a_2b_2	7	18	15	11	**51**	**12.75**
	b_3	a_2b_3	16	10	12	9	**47**	**11.75**
	b_4	a_2b_4	2	6	7	5	**20**	**5**
a_3	b_1	a_3b_1	2	6	7	13	**28**	**7**
	b_2	a_3b_2	2	6	16	11	**35**	**8.75**
	b_3	a_3b_3	7	5	1	8	**21**	**5.25**
	b_4	a_3b_4	2	9	13	3	**27**	**6.75**
							$Y_{...}$ = 463	

2. عمل تخطيط لجدول تحليل التباين:

S.O.V	d.f.	S.S.	M.S.	F Cal.	F Tab.	
					5%	1%
Treatments	ab-1 = 11					
Variety (A)	a-1 = 2					
Soil Type (B)	b-1 = 3					
A x B	(a-1) (b-1) = 6					
Error	ab (r-1) = 36					
Total	abr-1 = 47					

3. تقدير درجات الحرية لكل مصدر من مصادر الاختلاف:

أ. درجات الحرية الكلية Total d.f. = abr – 1 = {(3) (4) (4)} -1= 47

ب. درجات حرية المعاملات treatments d.f.= ab – 1 = (3) (4) -1 = 11

جـ. درجات حرية الخطأ التجريبي Error d.f. = ab (r-1)= (3) (4) (4-1)= 36

او Error d.f. = Total d.f. – treatments d.f. = 47 - 11 = 36

د. تجزئة درجة حرية المعاملات الى مكوناتها Factor (A) d.f. = a-1 = 3-1 = 2

Factor (B) d.f. = b-1 = 4-1 = 3

(A x B) d.f. = (a-1) (b-1) = (3-1) (4-1) = 6

4. تقدير مجموع مربعات الانحرافات SS لكل مصدر من مصادر الاختلاف

أ. إيجاد قيمة معامل التصحيح Correction Factor (C.F.)

$$C.F. = \frac{(Y...)^2}{abr} = \frac{(463)^2}{(3)(4)(4)} = 4466.021$$

ب. إيجاد مجموع مربعات الانحرافات الكلية Total SS (TSS)

$$TSS = \sum Y_{ijk}^{\ 2} - C.F. = (y_{111})^2 + (y_{112})^2 + ... + (y_{344})^2 - C.F.$$

$$= (4)^2 + (7)^2 + ... + (3)^2 - 4466.021$$
$$= 6793.000 - 4466.021 = 2326.979$$

جـ. إيجاد مجموع مربعات المعاملات Treatments SS (SSt)

$$SSt = \frac{\sum Y_{ij.}^{\ 2}}{r} - C.F. = \frac{(y_{11.})^2 + (y_{12.})^2 + (y_{13.})^2 + ... + (y_{33.})^2}{r} - C.F. = \frac{(32)^2 + (36)^2 + (17)^2 + (27)^2}{4} - 4466.021$$

$$= 6190.750 - 4466.021 = 1724.729$$

د. إيجاد مجموع مربعات الخطأ Error SS (SSe)

SSe= TSS – SSt = 2326.979 – 1724.729 = 602.250

هـ. تجزئة مجموع مربعات المعاملات الى مكوناته وتشمل مجموع مربعات العامل A (SSA) ومجموع مربعات العامل B (SSB) ومجموع مربعات التداخل بين العاملين (SSAB) ولايجاد هذه القيم نعمل جدول والذي ترتب فيه مجاميع المعاملات العاملية ويسمى جدول ذو اتجاهين (Two-way Table) او (AB Total).

B / A	b_1	b_2	b_3	b_4	مجاميع مستويات العامل A $Y_{i..}$
a_1	32	36	17	38	123
a_2	111	51	47	20	229
a_3	28	35	21	27	111
مجاميع مستويات العامل B $Y_{.j.}$	171	122	85	85	$Y_{...}$ 463

من هذا الجدول نحسب مجاميع المربعات للعاملين A و B والتداخل بينهما (AB)

$$SSA = \frac{\sum Y_{i..}^{\ 2}}{br} - C.F. = \frac{(y_{1..}^{\ 2} + (y_{2..})^2 + (y_{3..})^2}{br} - C.F. = \frac{(123)^2 + (229)^2 + (111)^2}{(4)(4)} - 4466.021$$

= 4993.188 – 4466.021 = 527.167

$$SSB = \frac{\sum Y_{.j.}^{\ 2}}{ar} - C.F. = \frac{(y_{.1.}^{\ 2} + (y_{.2.})^2 + (y_{.3.})^2 + (y_{.4.})^2}{ar} - C.F. = \frac{(171)^2 + (122)^2 + (85)^2 + (85)^2}{(3)(4)} - 4466.021$$

= 4881.250 – 4466.021 = 415.229

SSAB = SSt – (SSA + SSB)

= 1724.729 – (527.167 + 415.229) = 782.333

5. تقدير قيم التباين المقدر (MS) لكل مصدر من مصادر الاختلافات وذلك بقسمة مجموع المربعات SS على درجات الحرية d.f. لكل مصدر:

أ. متوسط التباين للعامل A

$$MSA = \frac{SSA}{a-1} = \frac{527.167}{3-1} = 263.584$$

ب. متوسط التباين للعامل B

$$MSB = \frac{SSB}{b-1} = \frac{415.229}{4-1} = 138.410$$

جـ. متوسط التباين للعامل A x B

$$MSAB = \frac{SSAB}{(a-1)(b-1)} = \frac{782.333}{(3-1)(4-1)} = 130.389$$

د. متوسط تباين الخطأ التجريبي MSe

$$MSe = \frac{SSe}{ab(r-1)} = \frac{602.250}{(3)(4)(4-1)} = 16.730$$

6. حساب قيم F للعاملين A و B والتداخل بينهما (A x B)

$$F(A) = \frac{MSA}{MSe} = \frac{263.584}{16.730} = 15.756$$

$$F(B) = \frac{MSB}{MSe} = \frac{138.410}{16.730} = 8.274$$

$$F(AB) = \frac{MSAB}{MSe} = \frac{130.389}{16.730} = 7.794$$

7. إيجاد قيمة F الجدولية من جدول في كتب الإحصاء.

8. ترتيب البيانات التي تم الحصول عليها في الخطوات السابقة في جدول تحليل التباين.

S.O.V	d.f.	S.S.	M.S.	F Cal.	F Tab.	
					5%	1%
Treatments	11	1724.729				
Variety (A)	2	527.167	263.584	15.756**	3.275	5.285
Soil Type (B)	3	415.229	138.410	8.274**	2.880	4.410
A x B	6	782.333	130.389	7.794**	2.380	3.380
Error	36	602.250	16.0730			
Total	47	2326.979				

9. مقارنة قيمة Fالمحسوبة بقيمة F الجدولية ثم إعطاء القرار المناسب عن معنوية الاختلافات بين المعاملات:

أ. بالنسبة للعامل A يلاحظ ان قيمة F المحسوبة (15.756) اكبر من قيمة F الجدولية عند مستوى احتمال 1% وهذا يعني ان هناك فروقات معنوية عالية بين مستويات هذا العامل.

ب. يلاحظ في العامل B ان قيمة F المحسوبة (8.274) اكبر من قيمة F الجدولية عند مستوى احتمال 1% وهذا يدل على وجود فروقات معنوية عالية بين مستويات هذا العامل.

جـ. اما التداخل Ax B يلاحظ ان F المحسوبة (7.794) اكبر من قيمة F الجدولية عند مستوى احتمال 1% وهذا يدل على وجود تداخل معنوي عال بين العاملين.