حساب المساحات

1.4 مقدمة

في كثير من الأحيان تكون هنالك حاجة ماسة لمعرفة مساحة قطعة أرض ذات حدود معينة. وربما تكون حدود هذه الأرض موقعة على خريطة بمقياس رسم معلوم. وهنالك طرق مختلفة لإيجاد مساحة قطعة الأرض : بعضها يستخدم في إيجاد المساحة من الخريطة وبعضها يستخدم عند القياس المباشر على الطبيعة . وبعضها يناسب الحدود ذات الخطوط المستقيمة التي تشكل أشكال هندسية منتظمة وبعضها يناسب الحدود ذات الخطوط غير المنتظمة.

أما إيجاد المساحة من الخريطة فهي الطريقة الأكثر استعمالاً إذ أن القياسات المطلوبة كلها تتم من على لوحة الخريطة واستخدام مقياس رسم الخريطة إن كان معلوماً دون الرجوع إلى الموقع . إلا أن عيب هذه الطريقة هو تراكم الأخطاء التي تنتج من توقيع الخريطة نفسها و من القياس على الخريطة . ومع أن هذه المشكلة يمكن علاجها باستخدام الطريقة الثانية وهي أخذ القياسات من الموقع مباشرةً إلا أن ذلك يتطلب تكلفة مادية و جهد عملي أكبر ، ولذلك تظل الطريقة الأولى هي الأكثر استعمالاً .

أما التصنيف الآخر لإيجاد المساحة فهو الذي يتم بالنظر إلى طريقة حساب المساحة . وذلك يمكن أن يتم بالطرق الرياضية والتخطيطية والآلية. أما الطرق الرياضية فيمكن استخدامها مع القياسات التي تتم في الموقع على الأرض كما يمكن استخدامها مع القياسات التي تتم على الخريطة ، وأما الطريقتين الأخريين وهما التخطيطية والآلية فلا بد من استخدامهما مع الحدود الموقعة على الخريطة بالمقياس المعلوم.

2.4 الطرق الرياضية لإيجاد المساحة

إذا كانت المنطقة تحد بحدود هندسية منتظمة فيمكن استخدام النموذج الرياضي المناسب للشكل الهندسي للحدود ، أما إذا كانت لا تشكل حدوداً هندسية منتظمة فيمكن استخدام طرق رياضية يتم تطبيقها لإيجاد المساحة تقريبياً.

i- النماذج الرياضية للأراضي ذات الحدود المنتظمة:

هنالك نماذج رياضية تناسب المنطقة ذات الحدود الهندسية المنتظمة مثل تلك التي تشكل شكل مثلث أو مربع أو مستطيل أو معين أو متوازي أضلاع أو شبه منحرف أو أي شكل محدد بخطوط مستقيمة أو دائرية أو قطاع من دائرة أو أي تركيب من هذه الأشكال . وهي وإن كانت معلومة للطالب من دراسته للعلوم الرياضية إلا أننا سنقوم بتقديم بعض منها في هذا الباب .

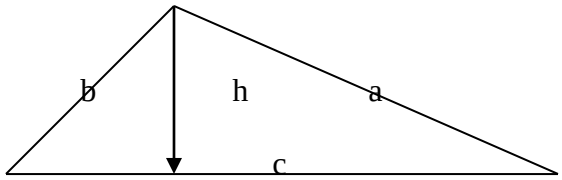
1- المثلث (الشكل 1.4):

أ) إذا تم قياس أضلاع المثلث الثلاثة (a,b,c) فإن مساحة المثلث (A) تحسب من القانون الرياضي التالي:

$$A = [s*(s-a)*(s-b)*(s-c)]^{1/2} \qquad (1.4)$$

حيث: s هي نصف محيط المثلث

$$s = (a + b + c) / 2$$



الشكل 1.4 قطعة الأرض على شكل مثلث أطوال أضلاعه a،b،c.

ب) وإذا تم قياس قاعدة المثلث (أحد أضلاعه الثلاثة ، c مثلاً) وتم قياس العمود النازل عليها من الركن المقابل (ارتفاع المثلث h) فإن المساحة A تحسب من القانون التالي:

$$A = (1/2) * c * h \qquad (2.4)$$

ج) وإذا تم قياس طولي ضلعين متجاورين من المثلث (الضلعين a و b مثلاً) و الزاوية المحصورة بينهما (زاوية C) فإن المساحة A تحسب من العلاقة التالية:

$$A = (1/2) * a * b * \sin C \qquad (3.4)$$

2- الأشكال الهندسية غير المثلث:

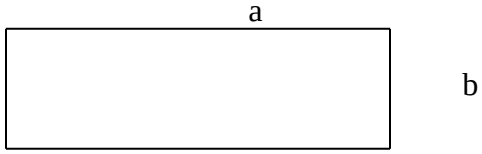
أ- المربع: الشكل (2.4) إذا كان طول ضلع المربع يساوي a فإن مساحته تساوي الضلع في نفسه :

$$A = a^2 \qquad (4.4)$$

الشكل 2.4: قطعة الأرض على شكل مربع طول ضلعه a .

ب- المستطيل: (الشكل 3.4) إذا كان طوله يساوي a وعرضه يساوي b فإن مساحته A هي:

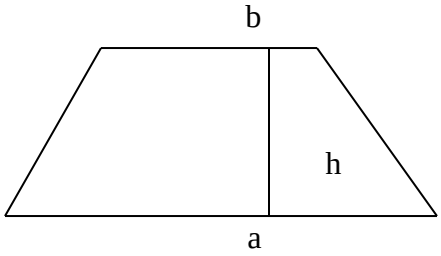
$$A = a * b \qquad (5.4)$$



الشكل 3.4: قطعة الأرض على شكل مستطيل.

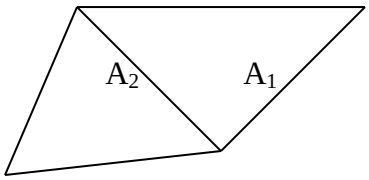
ج- شبه المنحرف: إذا كان طول القاعدة a وطول القاعدة الأخرى الموازية لها يساوي b وارتفاعه (المسافة بين القاعدتين) يساوي h (الشكل 4.4) فإن المساحة A هي:

$$A = (1/2) * (a + b) * h \qquad (6.4)$$



الشكل 4.4 : قطعة الأرض على شكل شبه المنحرف.

د) إذا كان شكل قطعة الأرض يمثل أي شكل هندسي مكون من أكثر من ثلاثة أضلاع مستقيمة (الشكل 5.4) ، مثل الشكل الرباعي أو الخماسي أو السداسي ، فيمكن تقسيمه إلى مثلثات يتم قياس أضلاعها وحساب مساحة كل مثلث ثم جمع هذه المساحات لإيجاد المساحة الكلية.



الشكل 5.4 قطعة الأرض ذات الحدود المستقيمة.

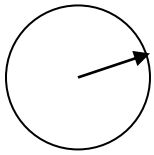
مساحة قطعة الأرض ذات الشكل الرباعي الذي يظهر في الشكل 5.4 تساوي مجموع مساحتي المثلثين:

$$A = A_1 + A_2$$

هـ- الشكل الدائري:

- مساحة الدائرة (الشكل 6.4) التي نصف قطرها a تحسب من العلاقة:

$$A = \pi * a^2 \qquad (7.4)$$



نصف قطر الدائرة = a

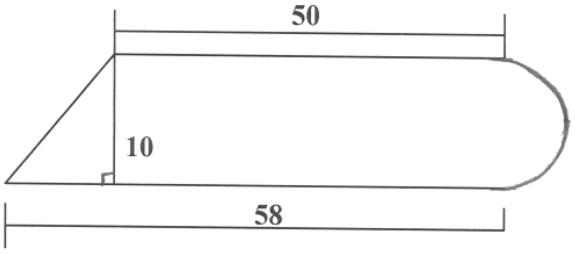
الشكل 6.4: قطعة الأرض ذات الشكل الدائري

- مساحة القطاع من هذه الدائرة الذي زاويته عند المركز تساوي α راديان (أو α * 360 درجة ستيني):

$$A = \pi * a^2 * \alpha \qquad (8.4)$$

مثال 1.4

أوجد مساحة قطعة الأرض التي تظهر حدودها في الشكل 7.4 والتي يمكن تقسيمها إلى نصف دائرة قطرها 10 متر ومستطيل طوله 50متر وعرضه 10 متر ومثلث قائم الزاوية.



الشكل 7.4 : قطعة أرض مكونة من نصف دائرة و مستطيل و مثلث قائم الزاوية

الحل:

مساحة نصف الدائرة = $0.5 \times \pi \times (10/2)^2$ = 39.27 متر مربع

مساحة المستطيل = 10×50 = 500 متر مربع

مساحة المثلث قائم الزاوية = 10 x 8 / 2 = 40 متر مربع

المساحة الكلية للقطعة = 40.00 + 500.00 + 39.27 = 579.27 متر مربع.