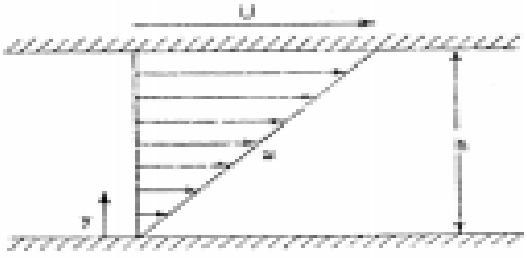
تدفق الماء في التربة المشبعة

٦ – ١ تدفق الماء في الترب المشبعة

أ– التدفق خلال الانابيب الشعرية او الضيقة :

قبل البدء بالشرح التفصيلي عن تدفق الماء في الاوساط المعقدة كالتربة مثلاً ، من المفيد الاستناد على بعض الاسس والظواهر الفيزيائية المتعلقة بتدفق الماء او السوائل في الانابيب الضيقة . ان النظريات القديمة لديناميك السوائل كانت مستندة على بعض الافتراضات الخاصة بالسائل ، احدهما يكون frictionless عدم الاحتكاك وغير منضغط . عند تدفق السائل ، طبقة التلامس لاتسلك او لاتظهر قوة تماسية (اجهاد القص(shear strenght) ، وتكون فقط قوة اعتيادية (الضغط) مثل هذه السوائل غير متواجدة في الحقيقة . التدفق الحقيقي للسوائل ، الطبقات المتجاورة لجزيئات السائل تنتقل بفعل الاجهاد التماسي ووجودها في الجزيئات الوسطية المتجاذبة تسبب لجزيئات السائل الملامس مع الجدار الصلب الالتصاق به بدلاً من الانزلاق فوقه ، وتدفق السوائل الحقيقية يكون مرتبطاً مع خصائص اللزوجة . وبالامكان ايضاح طبيعة اللزوجة بعد حركة السكون بين طبقتين متوازيتين احدهما عند السكون statics والاخرى تتحرك بسرعة ثابتة الشكل (٦ – ١) ، يلاحظ بان السائل يلتصق مع كلا الجدارين . ونتيجة لذلك سرعته عند الصفيحة (الجدار) الواطئ يكون صفراً ، وسرعته عند الصفيحة (الجدار) العالي تكون مساوية الى سرعة الصفيحة (الجدار) اكثر من ذلك توزيع السرعة في السائل بين الصفيحة او الجدار يكون خطياً ، وهذا فان سرعة السائل تكون متناسبة مع المسافة Y من الصفيحة السفلى .

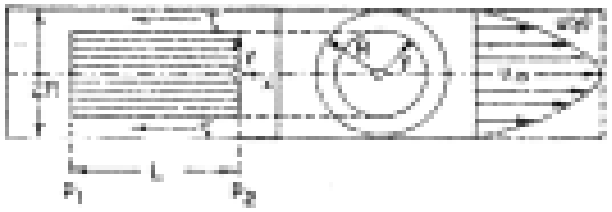


شكل (٦ – ١) توزيع السرع في السوائل اللزجة بين صفيحتين متوازيتين بسرعة مختلفة عند اعلى الصفيحة نسبةً الى السرعة في الصفيحة السفلى .

للحفاظ على الحركة النسبية للصفيحة او الجدار عند السرعة الثابتة ، من الضروري تطبيق قوة التماس وهذه القوة يجب ان تتغلب على مقاومة الاحتكاك في السائل . وهذه المقاومة لكل وحدة مساحة من الصفيحة تكون متناسبة مع سرعة الصفيحة العليا U وتتناسب عكسياً مع المسافة h ، اذن جهد القص (τ_y) عند اية نقطة يكون متناسباً مع الانحراف في السرعة $\left(\frac{du}{dy}\right)$ ، وعامل التناسب بين جهد القص والانخفاض بالسرعة يتمثل باللزوجة

$$\tau_x = \eta \left(\frac{du}{dy} \right)$$

لتوضيح التدفق خلال الانابيب الاسطوانية المستقيمة ذات الاقطار الثابتة ، يمكن تطبيق هذه العلاقات كما موضحة في الشكل (٦ – ٢) ، السرعة تكون صفراً عند الجدار (بسبب قوة الالتصاق) وتكون اعلى مايمكن عند المحور وثابتة عند السطح الاسطواني والتي تكون متركزة حول المحور، الاسطوانة الصفائحية المتجاورة تتحرك بسرع مختلفة وتنزلق فوق بعضها البعض ، الحركة المتوازية لهذا النوع يطلق عليها بالحركة الصفائحية – حركة السوائل في الانابيب الافقية تكون ناتجة من الانخفاض بالضغط الحاصل الذي يحدث باتجاه المحور، وجزيئة السائل نتيجة لذلك تكون متعجلة بواسطة الانخفاض بالضغط وتكون معلقة بواسطة مقاومة الاحتكاك. فاذا اعتبرنا الاسطوانة متحدة المحور وذات طول L ونصف قطرها Y ولكي تكون سرعة التدفق ثابتة ، قوة الضغط التي تحدث على وجه الاسطوانة تكون ($\Delta P\, \pi y^2$) ، حيث ان($\Delta P = P_1 - P_2$)ويجب ان تساوي الى مقاومة الاحتكاك طبقاً لقوة الجهد ($2\pi\, yL\, \tau_y$) على مساحة المحيط وعليه :



شكل (٦ – ٢) التدفق الصفائحي خلال الانبوبة الاسطوانية.

$$\tau_x = \frac{\Delta P}{L} \cdot \frac{Y}{2}$$

$$\tau_x = -\eta \frac{du}{dy}$$

بما ان

الاشارة السالبة تشير في هذه الحالة الى انخفاض او نقصان السرعة u مع y نصف القطر، نحصل على

$$\frac{du}{dy} = -\frac{\Delta P}{\eta L} \cdot \frac{y}{2}$$

$$u(y) = \frac{\Delta P}{\eta L}\left(c - \frac{y^2}{4}\right)$$ وعند التكامل نحصل على

ان ثابت التكامل يكون تقييمه بان لايوجد انزلاق على الجدار $u = 0 \text{ at } y = R$ وهذا فان $\left(c = \frac{R^2}{4}\right)$ وعليه

$$u(y) = \frac{\Delta P}{4\eta L}(R^2 - y^2)$$

وهذه المعادلة توضح بان السرعة تكون موزعة على الجسم المكافيء الدوراني حول نصف القطر مع اقصى سرعة $y = o$ تكون على المحور

$$U_{max} = \frac{\Delta P R^2}{4\eta L}$$

فالتعريف Q يكون عبارة عن حجم التدفق خلال مقطع ذو طول L لكل وحدة زمن ، فحجم المحور الدوراني للدوار يكون $\frac{1}{2}$(base × height) أي ($\frac{1}{2}$) (القاعدة×الأرتفاع) وعليه

$$Q = \frac{\pi}{2} R^2 U_{max} = \frac{\Delta P R^4 \pi}{8\eta L}$$

وهذه المعادلة تعرف بمعادلة او قانون بايسولي poiseuille's Low والتي توضح بان معدل حجم التدفق يكون متناسباً مع الانخفاض بالضغط لكل وحدة مسافة $\left(\frac{\Delta P}{L}\right)$ والقوة الرابعة لنصف قطر الانبوب.

وهذا متوسط السرعة لمساحة المقطع تكون :

$$\bar{U} = \frac{\Delta P R^2}{8\eta L} = \left(\frac{R^2}{8\eta}\right) \nabla P$$

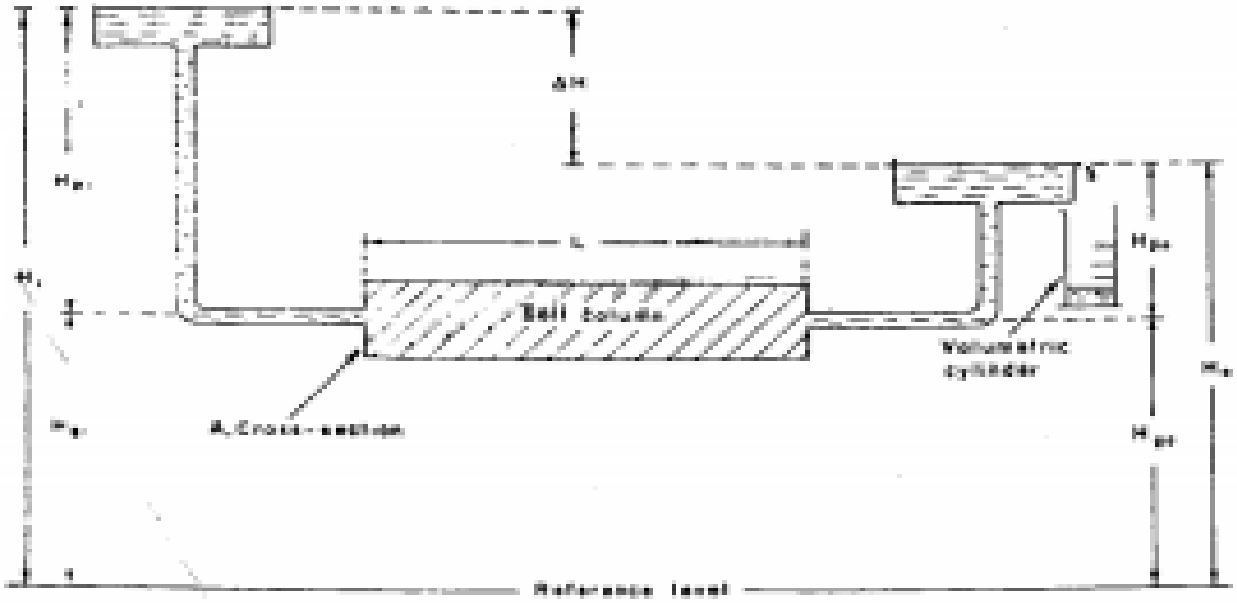
حيث ان ΔP تمثل الانخفاض في الضغط ، وان a تكون مساوية الى (٨) في الانبوب الدائري ويختلف طبقاً للشكل خاصة للممرات الموصلة . التدفق الصفائحي يسود عندما تكون سرعة الجريان بطيئة نسبياً . في الانابيب الضيقة وعندما يكون نصف قطر الانبوب وسرعة الجريان كبيراً يكون الوصول الى النقطة التي يكون عندها معدل سرعة التدفق لايتناسب مع الانخفاض في الضغط ، والتدفق الصفائحي المتوازي يتغير الى التدفق المضطرب . وعليه ، فان التدفق الصفائحي يكون كقاعدة بدلاً من غيرها في معظم عمليات تدفق الماء والتي تحدث في التربة بسبب ضيق المسام في التربة كما يوضحها رقم رينولد فيما بعد عند مناقشة قانون دارسي .

٢ – قانون دارسي Darcy's law

عند افتراض ان التربة عبارة عن حزمة من الانابيب المستقيمة والملساء والمتماثلة في نصف قطرها ، فيمكن افتراض ان معدل التدفق يساوي حاصل جمع معدل التدفق المنفصل خلال الانبوب المنفرد . ان المعلومات عن التوزيع الحجمي لنصف قطر الانبوب تكون مهمة لحساب التدفق الكلي خلال هذه الحزمة والناتجة عن اختلاف الضغط باستعمال معادلة بايسولي . يلاحظ بان مسامات التربة لاتكون متماثلة وملساء ولكنها تكون انابيب غير منتظمة ومتعرجة ومترابطة داخلياً والتدفق خلال مسام التربة يكون محدداً بواسطة الاعداد التي تكون ذات نهايات مسدودة على هيئة «عنق» . وعليه فالشكل الهندسي الحقيقي وشكل التدفق للنموذج المثالي للمسام يكون معقداً جداً لغرض توضيحه بالتفصيل وعندما تكون سرعة السائل مختلفة من نقطة لاخرى حتى على طول نفس الممرات ، ولهذا السبب فالتدفق خلال اوساط المسام المعقدة توصف على اساس التدفق خلال المرور المسامي والتي تكون على طول معدل السرعة في المسام الصغيرة خلال الحجم الكلي للتربة . ولهذا ، فالجسم الموصل يعامل على اساس انه وسط متماثل مع حدوث التدفق الى خارج المقطع المعين ، الصلب والمسام سوية .

عند فحص تدفق الماء في مسام صغيرة ومتماثلة في جسم التربة المشبع ومحاولة وصف العلاقات النوعية المرتبطة مع معدل التدفق ، ابعاد الجسم والايصالية المائية عند حدود التدفق الداخل والخارج . الشكل (٦ – ٣) يوضح عمود التربة الافقي ، الذي من خلاله يحصل تدفق الماء من اليسار الى اليمين ومن الخزان العلوي الى السفلي ويبقى مستوى الماء ثابتاً . ان معدل التصريف Q يكون عبارة عن الحجم المتدفق V خلال عمود التربة لكل وحدة زمن t والذي تتناسب طردياً مع مساحة المقطع والانخفاض في شحنة الضاغط H وعكسياً مع طول العمود

$$Q = \frac{V}{t} \propto \frac{A\Delta H}{L}$$



شكل (٦ – ٣) التدفق في الاعمدة الافقية والمشبعة .

ان الطريقة الاعتيادية لتقدير شحنة الضاغط المنخفضة عبر النظام يكون بقياس الضاغط عند حدود التدفق الداخل H_i والخارج H_o نسبة الى المستوى القياسي ، وان الاختلاف بين هاتين الشحنتين تتمثل بـ $\Delta H = H_i - H_o$ ويلاحظ ان التدفق لايحدث في غياب الاختلاف في الشحنة المائية (الضاغط المائي) ، اي عندما تكون $\Delta H = 0$. ان الانخفاض في شحنة الضاغط لكل وحدة مسافة باتجاه التدفق تكون الانحدار المائي $\left(\frac{\Delta H}{L}\right)$ hydraulic gradient والتي تكون عبارة عن القوة

الحركة ، معدل التصريف النوعي $\left(\frac{Q}{A}\right)$ والمتمثلة بحجم الماء المتدفق خلال مساحة المقطع A لكل وحدة زمن ، والتي يطلق عليها بكثافة التدفق اوكثافة الجريان flux density ولتبسيط ذلك سوف نطلق عليه بالتدفق (الجريان) ويتضح بواسطة الرمز q وعليه فالجريان يكون متناسباً مع الانحدار المائي .

$$q = \frac{Q}{A} = \frac{V}{At} \propto \frac{\Delta H}{L}$$

ومعامل النسبة في هذه الحالة يتمثل بالايصالية المائية K والنتيجة النهائية تكون

$$q = - K \frac{\Delta H}{L}$$

هذه المعادلة التي تعرف بقانون دارسي ، (وهو مهندس فرنسي اسمه هنري دارسي ، الذي اكتشف قبل اكثر من قرن في احد دروسه معدل الجريان خلال مرشح الرمل في مدينة Dijon (Darcy ، ١٨٥٦ و Hubert ، ١٩٥٦) . حيث ان التدفق يكون غير مستقر (تغير الجريان مع الزمن) اوان التربة غير متماثلة وان الشحنة المائية لاتتناقص خطياً على طول اتجاه التدفق وكذلك الانحدار المائي للشحنة او الايصالية المائية يكون مختلفاً . ان التعبير العام لقانون دارسي في حالة الترب المشبعة ذات الاوساط المسامية وثلاثة ابعاد في هيئة المعادلات التفاضلية هي :

$$q = - K \nabla H$$

يتضح من هذا القانون ان التدفق للسائل خلال الوسط المسامي يكون في اتجاه ومعدل يتناسب مع القوة المحركة والتي تحدث في السائل الذي يكون الانحدار المائي وايضا تتناسب مع خاصية التوصيل للوسط الناقل للسائل (الايصالية المائية) . وفي نظام الاتجاه الواحد ، فالمعادلة الانفة الذكر تاخذ الشكل الاتي :

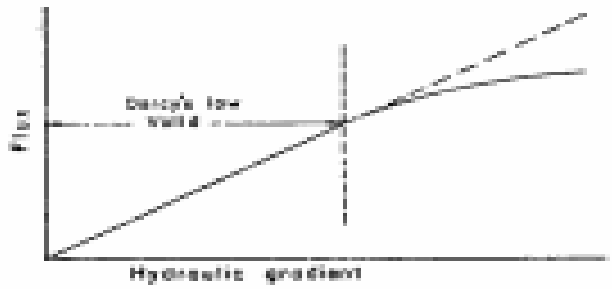
$$q = - K \frac{dH}{dx}$$

قانون دارسي ، رياضياً يكون مشابهاً الى معادلة النقل الخطي في الفيزياء الكلاسيكية متضمنة قانون اوم Ohm's law (الذي له دور في قياس معدل الجريان للتيار الكهربائي ويكون متناسباً مع الانحدار في الجهد الكهربائي) ، وقانون فورير Fourier's law (والذي هو عبارة عن معدل التوصيل الحراري والمتناسب مع الانحدار الحراري) ، وقانون فكس Fick's law (والذي هو عبارة عن معدل الانتشار الذي يكون متناسباً مع انحدار التركيز) .

٣ – حدود قانون دارسي

قانون دارسي لم يكن نافذ المفعول لكل الظروف الخاصة بتدفق السوائل في الاوساط المسامية فيمكن التحقق بان العلاقة الخطية لكل من الجريان والانحدار المائي تكون فاشلة عندما تكون سرعة التدفق عالية ، حيث ان القوة المحركة لاتكون مهملة مقارنة مع قوة اللزوجة (Hubbert ، ١٩٥٦) يطبق قانون دارسي عندما يكون الجريان صفائحياً (طباقي ، اي لايحدث تدفق مضطرب لطبقات الجريان للسائل الموجودة جزيئاته على هيئة متوازية) حيث ان التداخل بين ماء التربة لاينتج اي تغير في السيولة او النفوذية مع تغير الانحدار ، الجريان الصفائحي يبرز في الغرين والمواد الناعمة في الانحدار المائي الاعتيادي الموجود في الطبقة (Klute , ١٩٦٥) . في الرمل الخشن والحصى ، الانحدار المائي يكون اكبر من وحدة واحدة وربما يسبب هذا ظروف جريان غير صفائحي وقانون دارسي ربما لم يكن مطبقاً .

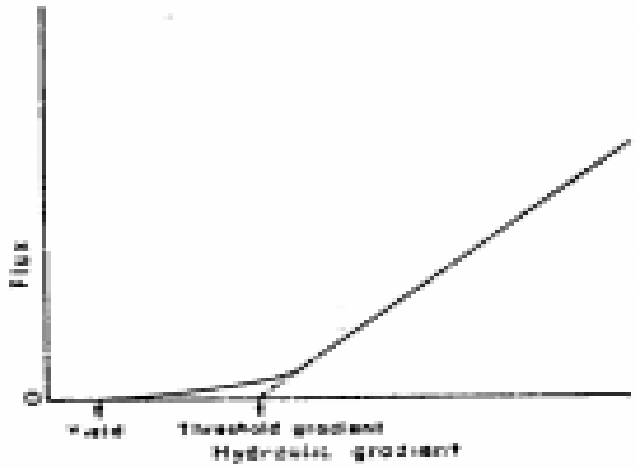
تمييز نوع الجريان فيما اذا كان صفائحياً ام مضطرباً يكون بالاعتماد على رقم رينولد Reynolds number(Re) والذي يمثل رياضياً كما يأتي : $Re = \frac{d\,\bar{u}\,\rho}{\eta}$ ، ρ تمثل كثافة السائل ، η هي لزوجة السائل حيث ان $\bar{u}$ هي معدل سرعة التدفق ، d القطر المؤثر للمسام ، في الانابيب المستقيمة ، فالقيمة الحرجة لرقم رينولد والمسببة للتدفق المضطرب تكون ضمن المديات (١٠٠٠ – ٢٢٠٠) ، وعلى كل حال فالقيمة الحرجة لرقم رينولد والتي عندها يتدفق الماء في الانبوب ويصبح مضطرباً تكون واضحة وتقل بدرجة كبيرة عندما يكون الانبوب منحنياً . في الاوساط المسامية يكون من الاسلم الافتراض أن الجريان يبقى خطياً مع الانحدار المائي فقط على طول مدة بقاء رينولد اقل من وحدة واحدة ، وعند زيادة سرعة التدفق ، خاصة في نظام المسام الكبيرة ، حدوث التدفق المضطرب او التدفق الصفائحي غير الخطي ناتج في ضياع الطاقة المؤثرة (مثال ذلك الانحدار في جهد الماء يصبح اقل تاثيراً في حالة التدفق) وهذا مايوضحه الشكل (٦ – ٤) . ربما يحدث الانحراف



شكل (٦ – ٤) انطباق قانون دارسي ، عند التدفق المضطرب يكون قانون دارسي غير نافذ المفعول.

عن قانون دارسي في النهاية المعاكسة لمديات سرعة التدفق خاصة عند الانحدار المائي الواطئ في المسام الصغيرة ، اوضح بعض الباحثين بان الترب الطينية ، ذات الانحدار المائي الواطئ ربما لايحدث التدفق فيها ، او ان معدل التدفق الواطئ يكون اقل من الانحدار ، . السبب في ذلك هو ان الماء يكون قريباً الى الجزيئة وموضع قوة الادمصاص (المسك) ربما تكون قوية عن الماء الاعتيادي وتسلك صفات «سائل بنكهام» بدلا من «سائل نيوتن» الماء المدمص او الماء المغلف ربما يملك بناء شبه بلوري مشابه لما في الثلج ،

حتى بنائه يختلف كلياً ، بعض الترب تسلك سلوكا مشابهاً لبداية الانحدار والتي تحتها الجريان يكون اما صفراً أو اقل حتى من المتوقعة بواسطة علاقة دارسي ويكون فقط عند الانحدار الزائد عن قيمته في بداية الانحدار والتي يصبح فيها التدفق متناسباًمع الانحدار (شكل ٦ – ٥) . بصورة عامة ، تكون هذه الظواهر موضع اهتمام رغم انها ليست ذات اهمية كبيرة من الناحية التطبيقية ، ويمكن ان يخدم قانون دارسي في الاساس الحالات المتعلقة بتدفق الماء في التربة .



شكل (٦ – ٥) علاقة التدفق مع انحدار الجهد الهيدروليكي وامكانية انطباق قانون دارسي عند انحدار الجهد الهيدروليكي الواطئ.

٤ – الجاذبية – الضغط والشحنة المائية الكلية

الماء الداخل في العمود الشكل (٦ – ٣) يكون تحت ضغط P_i والذي يكون حاصل جمع ضغط الماء الساكن P_s والضغط الجوي P_a واللذين يعملان على سطح الماء في الخزان ، وبسبب ان الضغط الجوي يكون متشابهاً في كلا النهايتين من النظام ، يمكن عدم اخذه بنظر الاعتبار ويؤخذ ضغط الماء الساكن بنظر الاعتبار. طبقاً لذلك ، ضغط الماء عند حدود الجريان الداخل يكون $(\rho_w g H P_i)$ ، وبسبب ان g, ρ_w يكونان تقريباً ثابتين ، يمكن اعتبار هذا الضغط على اساس ضغط الشحنة (الضاغط) HP_i .

تدفق الماء في العمود الافقي يحدث تحت تأثير الانحدار في ضغط الشحنة ، فالتدفق في حالة العمود العمودي يحدث تحت تأثير الجاذبية فضلاً عن ضغط شحنة الجاذبية H_g عند اية نقطة يمكن تقديرها بواسطة ارتفاع النقطة نسبة الى المستوى القياسي المحدد ، في حين شحنة الضغط يتم تقديرها بواسطة ارتفاع عمود الماء المستقر فوق تلك النقطة. فالشحنة الكلية H تكون مكونة من حاصل جمع الشحنتين $H = H_p + H_g$

ولتطبيق قانون دارسي في حالة التدفق العمودي يجب اعتبار الشحنة المائية الكلية عند حدود التدفق الداخل والخارج (H_i ، H_o) على التوالي) . كما يأتي :

وقانون دارسي يصبح :

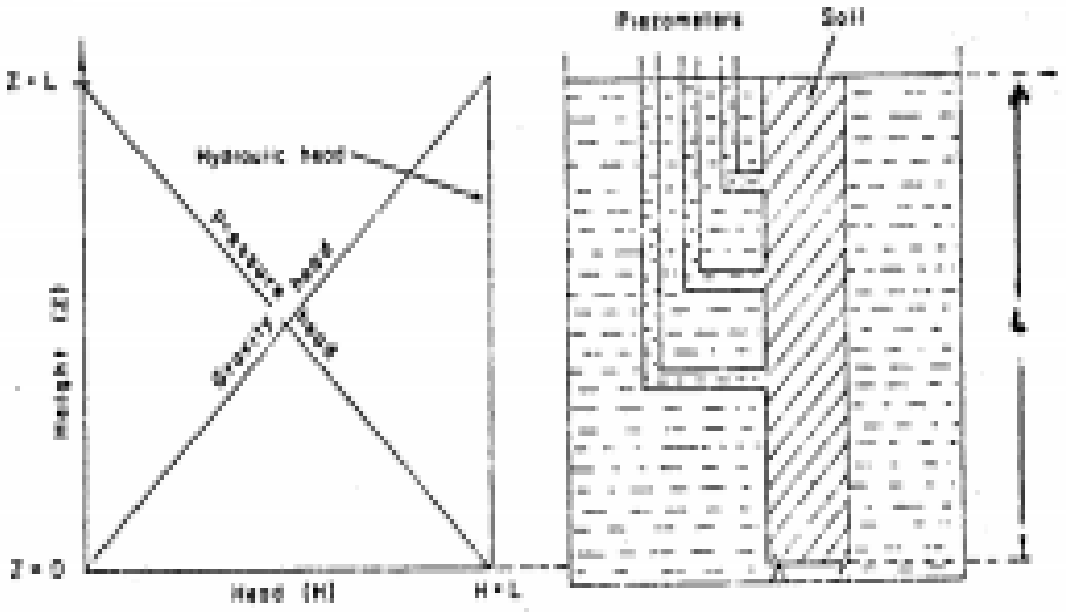
$$H_i = H_{pi} + H_{gi}$$

$$H_o = H_{po} + H_{go}$$

$$q = - K \frac{(H_{pi} + H_{gi}) - (H_{po} + H_{go})}{L}$$

شحنة الجاذبية غالباً ماتكون مصممة على اساس Z والتي تكون عبارة عن المسافة العمودية في نظام الاحداثيات الثلاثية x, y, z ، يكون وضع المستوى القياسي عند المستوى $Z = o$ وفي قعر العمود او عند مركز العمود الافقي . اما شحنة الضغط والجاذبية يمكن تمثيلها بمعنى بسيط وبطريقة مبسطة ، ولايضاحها يجب غمر عمود التربة العمودي في خزان مائي ونتيجة لذلك السطح العلوي من العمود سوف يكون مع مستوى سطح الماء كما في الشكل (٦ – ٦) . حيث ان الاحداثيات في الشكل (٦–٦) تكون منتظمة

لذلك فارتفاعها فوق قعر العمود يكون موضحاً بواسطة المحور العمودي Z ، وان ضغط الجاذبية والشحنة المائية تكون موضحة على المحور الافقي ، وشحنة الجاذبية يكون تقديرها مع المستوى نسبة الى المستوى القياسي ($Z = 0$) ويزداد مع الارتفاع بنسبة (١ : ١) ، شحنة الضغط يكون تقديرها على اساس سطح الماء الحر والتي عندها يكون ضغط الماء الساكن مساوياً للصفر. وطبقا لذلك شحنة ضغط الماء الساكن عند قة العمود تكون صفراً وعند القمر تكون مساوية الى طول العمود L وعند نقصان شحنة الجاذبية من القمة الى القعر، شحنة الضغط تزداد وعليه فحاصل الجمع التي تكون الشحنة المائية (الضاغط المائي) يبق ثابتاً على طول العمود ، وهذه تكون حالة التعادل التي لايحدث عندها التدفق .

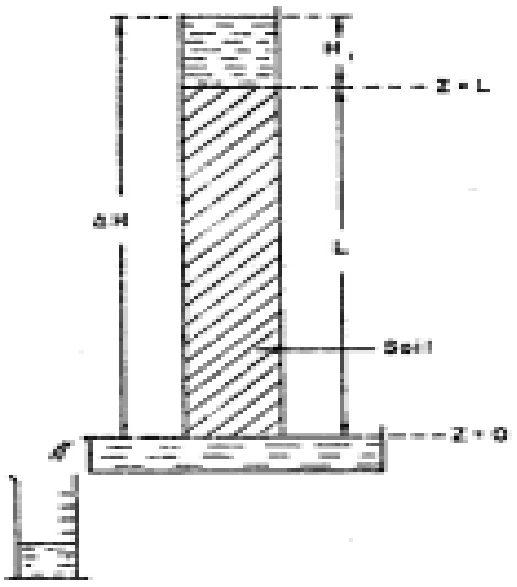


شكل (٦- ٦) توزيع شحنات الضغط ، الجاذبية والمائية الكلية في الاعمدة العمودية المغمورة في الماء عند التعادل.

ان ضغط الماء لايكون متساويا على طول العمود ، ويكون كبيراً عند قعر العمود عند مقارنته مع الجهة العليا من العمود ، واذا كان انحدار الضغط القوة الوحيدة المسببة للتدفق (كما يحدث في الحقيقة للاعمدة الافقية) ، فالماء سوف يتدفق نحو الاعلى ، على كل حال انحدار الضغط المعاكس يكون انحدار الجاذبية المساوي في القيمة والناتجة عن حقيقة ان الماء عند الجهة العليا يكون ذا جاذبية وجهد عالٍ مقارنة بالجهة السفلى (القعر) . وبسبب هذين الانحدارين المتعاكسين سوف يمون احدهما الاخر ، والشحنة المائية الكلية تكون ثابتة ، كما موضحة في الانبوب العمودي المربوط الى يسار العمود . عند اختيار المستوى القياسي عند قعر العمود ، فجهد الجاذبية يكون دائماً موجباً . ومن الجهة الثانية ، شحنة ضغط الماء والتي تكون موجبة تحت سطح الماء الحر ، يمكن في حالات اخرى ان تكون سالبة ، والشحنة المائية السالبة يمكن ان توضح ان الضغط اقل من الضغط الجوي . مثل هذا الضغط الثانوي يمكن ان يحدث فوق مستوى الماء الجوفي وعندما تكون التربة غير مشبعة ، والتدفق تحت هذه الظروف سوف يعالج في الفصل القادم .

٥ – التدفق العمودي (في الاعمدة العمودية)

الشكل (٦–٧) يظهر عمودا مشبعا ومتماثلا . السطح العلوي يكون مغمور بالماء تحت شحنة ثابتة (H_1) والسطح السفلي يكون موضوعاً عند مستوى ثابت من الخزان . التدفق يحدث من الخزان العلوي الى السفلي خلال عمود طوله (L) . لغرض حساب الجريان طبقاً



شكل (٦–٧) تدفق الماء نحو الاسفل في الاعمدة العمودية والشبعة

لقانون دارسي، يجب معرفة الانحدار بالشحنة المائية والتي تكون عبارة عن النسبة بين الانخفاض بالشحنة المائية (بين حدوث التدفق الداخل والخارج) الى عمود التربة

الشحنةالمائية عند التدفق الداخل $H_i = H_1 + L$

الشحنة المائية عند التدفق الخارج $H_0 = 0 + 0$

الاختلاف بالشحنة المائية $H = H_i - H_0 = H_1 + L$

معادلة دارسي في هذه الحالة $q = -K \frac{\Delta H}{L} = -K \frac{H_1 + L}{L}$

$$q = K \frac{H_1}{L} + K$$

وعند مقارنة هذه الحالة مع الحالة الافقية ، يظهران معدل الانخفاض بتدفق الماء في الاعمدة العمودية اكبر من الاعمدة الافقية وتكون محددة بواسطة قيمة التوصيل المائي. واذا كان عمق الغمر (H_1) مهملا فالجريان يساوي الايطالية المائية، وهذه تكون مطابقة للحقيقة القائلة (في غياب انحدار الضغط تكون فقط كثل من القوة المحركة والانحدار في شحنة الجاذبية لها قيمة وحدة واحدة في الاعمدة العمودية وذلك لان هذه الشحنة تختلف بنسبة

١ : ١ مع الارتفاع). يجب فحص حالة التدفق نحو الاعلى والذي يكون معاكسا لاتجاه الانحدار في جهد الجاذبية، والانحدار المائي يصبح:

الشحنة المائية عند التدفق الداخل $H_i = H_1 + 0$

الشحنة المائية عند التدفق الخارج $H_0 = 0 + L$

الاختلاف في الشحنة المائية $\Delta H = H_i - H_0 = H_1 + L$

وعليه فمعادلة دارسي تكون $q = K \frac{H_1 - L}{L} = K \frac{H_1}{L} - K$

$$q = K \frac{\Delta H}{L}$$

٦- التدفق في الاعمدة المركبة

يوخذ عمود التربة غير المتجانسة وفيه طبقتين متميزتين، ذو سمك معين وايصالية مائية خاصة بكل طبقة، وعند افتراض ان طبقة الدخول هي رقم (١) وطبقة الخروج هي رقم (٢) لعمود التدفق، (H_1) هي الشحنة المائية على السطح الداخل، (H_2) حدود الطبقة الداخلية، (H_3) هي الشحنة المائية لطبقة الخروج، فعند التدفق الثابت فالجريان خلال كلا الطبقتين يجب ان يساوي

$$q = K_1 = \frac{(H_1 - H_2)}{L_1} = K_2 \frac{(H_2 - H_3)}{L_2}$$

حيث ان K_1 ، K_2 ، L_1 ، L_2 هي الايصالية وسمك الطبقة الاول والثانية على التوالي، وعند اهمال مقاومة التلامس بين الطبقتين نحصل على:

$$H_2 = H_1 - q \frac{L_1}{K_1}$$

$$q \frac{L_2}{K_2} = H_2 - H_3$$

ونتيجة لذلك نحصل

$$q = \frac{L_2}{K_2} = H_1 - q \frac{L_1}{K_1} - H_3$$

$$q = \frac{H_1 - H_3}{\frac{L_2}{K_2} + \frac{L_1}{K_1}}$$

المقام في هذه المعادلة يتمثل بالايصالية المائية، ويطلق عليه

بالمقاومة المائية، ان نسبة السمك الى الايصالية المائية $\left(R_s = \frac{L}{K} \right)$

يطلق عليه بالمقاومة الايصالية (التوصيلية) لكل وحدة مساحة، وعليه

$$q = \frac{\Delta H}{Rs_1 + Rs_2}$$

حيث ان ΔH تمثل انخفاض الشحنة المائية عبر النظام الداخلي ، Rs_1 ، Rs_2 تمثل المقاومة الابصالية لكل من الطبقة الأولى والثانية على التوالي. تكون هذه المعادلة الانفة الذكر في هيئة نظير متكامل لقانون اوم بالنسبة الى المقاومة المربوطة على التوالي.

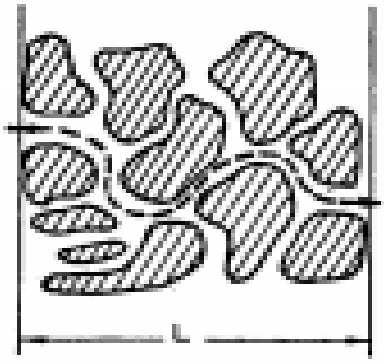
٧- الجريان – سرعة الجريان (التدفق)

كما اوضح في الباب السابق، فان كثافة الجريان ببساطة يطلق عليها بالجريان والتي هي عبارة عن حجم الماء المار خلال وحدة مساحة المقطع العرضي (متعامد على اتجاه التدفق) لكل وحدة زمن، وتكون ابعاد الجريان هي وحدة طول لكل وحدة زمن في النظام العالمي كما في المعادلة الاتية:

$$q = \frac{V}{At} = \frac{L^3}{L^2T} = LT^{-1}$$

وهذه الابعاد هي نفس ابعاد السرعة، وبسبب ان مسام التربة تختلف في اشكالها، عرضها واتجاهها، فسرعة التدفق الحقيقة في التربة تكون مختلفة بدرجة عالية (مثال: المسام العرضية تكون موصلة للماء بدرجة سريعة، والسائل في مركز كل مسام يتحرك بسرعة اكبر من حركة السائل ويكون مقاربا الى حركة الجزيئات) ، ونتيجة لذلك لايمكن لاحد الايعاز الى السرعة المفردة لتدفق السائل، ولكن من الافضل الايعاز لها بمعدل السرعة. ان التدفق لايكون مقتصرا على مساحة المقطع الداخلي (A) بسبب ان قسما من هذه المساحات تكون مسدودة بواسطة الدقائق ويكون جزءا من المسامية مفتوحا للتدفق، وبسبب ان المساحة الحقيقية تكون اصغر من A فمعدل السرعة الحقيقة للسائل يجب ان تكون اكبر من الجريان (q) ومسار التدفق الحقيقي يكون اكبر من طول عمود التربة وهذا

يوضح الالتواءات الشكل (٦–٨). وعلى هذا الاساس يمكن تعريف الالتواءات بانها معدل نسبة الممر الحقيقي (المنحني) الى ممر التدفق الظاهري (الممر الظاهري)، تكون النسبة للمسافة المنعكسة «بواسطة المعدل» فجزء من الماء المتدفق خلال مسام جسم التربة الى طول ذلك الجسم، وتكون الالتواءات مجردة من الوحدات الهندسية للوسط المسامي. ومن الصعوبة قياسها بالتحديد، وتكون دائما اكبر من (١) وربما تزيد في بعض الاحيان عن (٢)، وعامل الالتواء يكون تعريفه عكس تعريف الالتواءات (اي مقلوب الالتواءات).

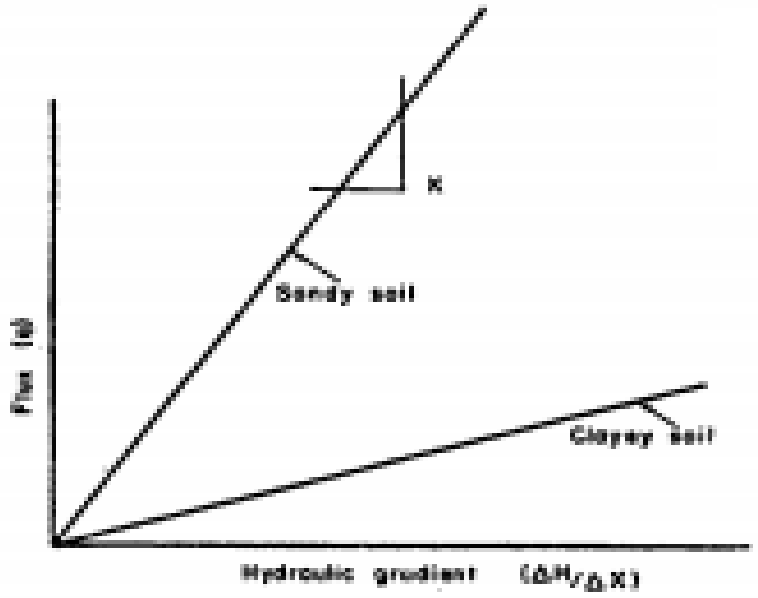


شكل (٦–٨) جريان الماء خلال الفراغات في التربة

٨– الايصالية المائية – النفوذية – والسيولة

الايصالية المائية عبارة عن النسبة بين التدفق الى الانحدار المائي، او هو انحدار العلاقة بين التدفق والانحدار في الشحنة المائية الشكل (٦–٩)، وطالما ان ابعاد التدفق هي وحدة طول لكل وحدة زمن (سم ثا$^{-1}$) فابعاد الايصالية المائية تعتمد على ابعاد التدفق لان انحدار الشحنة المائية مجردة من الوحدات. ان انحدار الشحنة المائية $\left(\frac{\Delta H}{L}\right)$ والتي تكون عبارة عن نسبة طول الى الطول ولهذا تكون مجردة من الوحدات. وطبقا لذلك، ابعاد الايصالية المائية تكون نفس وحدات التدفق والتي هي (سم ثا$^{-1}$)، ومن جهة ثانية اذا كان الانحدار المائي معبرا عنه باختلاف الضغط مع الطول، فالايصالية المائية يفترض ان تأخذ الابعاد (سم^{3} ثا سم$^{-3}$) وبسبب قلة وصعوبة استخدام الوحدة، فاستعمال وحدات الشحنة بصورة عامة هي المفضلة. وفي الترب المشبعة وذات البناء الثابت، اضافة للترب القوية (الصلبة)، فالاوساط المسامية مثل الصخر الرملي تكون الايصالية المائية ثابتة

وتتراوح قيمتها بحدود (١٠ −٢ −١٠−٣ سم/ثانية) في الترب الرملية (١٠ −٤ − ١٠ −٧ سم / ثانية) في الترب الطينية .

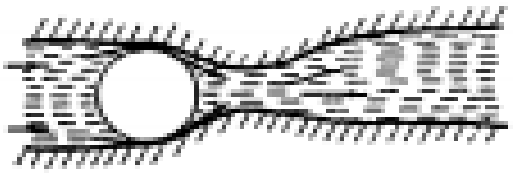


شكل (٦-٩) العلاقة الخطية بين التدفق واقدار الشحنة المائية.

الايصالية المائية تكون بصورة واضحة متأثرة ببناء التربة فضلا عن النسجة وتكون كبيرة في الترب المسامية، المفتتة او المتجمعة عن الترب المرصوصة بقوة وذات الكثافة العالية. لهذا فالايصالية لاتعتمد على المسامية الكلية فقط لكن اساسا على حجم المسام الموصلة (مثال: الترب الحصوية) او الرملية ذات المسام الواسعة يمكن ان يكون ايصالها المائي كبيرا مقارنة بالترب الطينية ذات المسام الضيقة رغم ان المسامية الكلية في الترب الطينية بصورة عامة اكثر من الترب الرميلة. ثقوب الديدان الارضية وبقايا اثار قنوات الجذور التي تكون متواجدة في الحقول ربما تؤثر في اختلاف الجريان، معتمدة على اتجاه وظروف عمليات الجريان، ولهذا نلاحظ بان هذه الممرات تملأ بالماء وتتوزع بسرعة كبيرة اذا كانت شحنة الضغط موجبة. اما اذا كانت شحنة الضغط سالبة (اي عندما تكون التربة تحت الشد)، فان الثقوب الكبيرة سوف تكون مبزولة وتفشل في نقل الماء، الايصالية المائية لمعظم الترب لاتبقى ثابتة وذلك بسبب اختلاف العمليات الكيميائية، الفيزيائية والبايولوجية، فالايصالية ربما تتغير عندما ينفذ الماء ويتدفق في التربة، وان التغير يحدث في مركبات التبادل الايوني المعقد، حتى عندما ينفذ الماء الى التربة التي لها تراكيز

مختلفة من المذاب عن محلول التربة الاصلي، يمكن ان تغير الايصالية المائية بدرجة كبيرة. بصورة عامة، فالايصالية المائية تقل مع نقصان تركيز المذاب الالكتروليتي، طبقا للتمدد وظاهرة المعلق والتي تكون متأثرة بواسطة وجود الكاتيونات المعينة، وهذه تؤدي الى حركة دقائق الطين خلالها والممتدة مع التدفق ربما تسبب في غلق المسام.

في التطبيق العملي، من الصعوبة تشبيع التربة بالماء مالم يتم التخلص من الهواء، حيث ان الفقاعات الهوائية تعيق ممر المسام كما موضحة في الشكل (٦ – ١٠).



شكل (٦– ١٠) اعاقة الفقاعة الهوائية لجريان الماء.

تغيرات درجة الحرارة ربما تسبب جريان الماء وبالتالي اذابة او اطلاق الغاز، وسوف تسبب ايضا تغير في حجم الحالة الغازية وعليه تؤثر على الايصالية. يلاحظ بان الايصالية المائية هي ليست صفة مقتصرة على التربة وحدها وذلك بسبب اعتمادها على صفات التربة المميزة والسائل معا، حيث ان خصائص التربة التي تؤثر على الايصالية المائية تكون المسامية الكلية، توزيع حجم المسام، الالتواءات والشكل الهندسي لمسام التربة. صفات السائل المؤثرة على الايصالية المائية تكون كثافة السائل ولزوجته. وفي بعض الاحيان بالتطبيق العملي يمكن فصل الايصالية المائية الى عاملين:

١ – النفوذية الحقيقية intrinsic permeability للتربة (K)

٢ – النفوذية للسائل fluidity (f)

حيث ان ($K = kf$)، وعندما يعبر عن الايصالية المائية بوحدات (سم /ثا) ، فالنفوذية الحقيقية للتربة يعبر عنها بوحدة (سم^2) ونفوذية السائل بوحدة $\frac{1}{\text{سم} \cdot \text{ثا}}$ نلاحظ ان نفوذية السائل تكون متناسبة عكسيا مع اللزوجة، رياضيا

$$f = \frac{\rho g}{\eta} \quad k = \frac{k\eta}{\rho g}$$

حيث ان حدود هذه المعادلة عرفت انفا. وفي السوائل الاعتيادية، الكثافة تكون ثابتة تقريبا وتغير نفوذية السائل يكون ناتجا عن التغيرات الاولية في اللزوجة، وفي السوائل المضغوطة مثل الغازات فالتغير الحاصل في كثافتها يكون نتيجة لتغيرات الضغط والحرارة واللذين يجب ان يؤخذان بنظر الاعتبار.

في الماضي كان استخدام اصطلاح النفوذية مصدر للقلق والشكوك والذي يستخدم للايعاز الى الايصالية المائية في التطبيقات العملية وكذلك استخدمت في الاحساس النوعي لوصف الاوساط المسامية لنقل الماء والسوائل المختلفة الاخرى، ولهذا السبب استخدام النفوذية في الاحساس الكمي وبابعاد (وحدة طول مربعة) ربما يحتاج الى استخدام بعض الصفات المكافئة لذلك مثل النفوذية الحقيقة intrinsic ويرمز لها (K). ويجب ملاحظة ان نفوذية السائل تتغير مع تغير مركبات السائل، والحرارة، وتكون النفوذية الحقيقة صفة مميزة للاوساط المسامية وللاشكال الهندسية للمسام وهيكل التربة.

وفي الاجسام المسامية الثابتة يحصل نفس النفوذية مع مختلف السوائل (مثال: الماء ، الهواء او الزيت) ، وفي معظم الترب يحصل تداخل الماء ضمن هيكل التربة فالايصالية المائية لايمكن اعادة حلها بفصلها الى خصائص او صفات مميزة لكل من الماء والتربة والمعادلة الاخيرة ($K=kf$) يكون تطبيقها غير عملي.

٩- علاقة الايصالية ، النفوذية مع الشكل الهندسي للمسام

بما أن نفوذية التربة من الصفات الفيزيائية للاوساط المسامية ، فانها سوف تكون ذا علاقة في بعض الظواهر كطريق لقراءة او قياس معين لصفة التربة المميزة لاشكال المسام الهندسية (مثال : المسامية ، توزيع حجم المسام والسطح النوعي الداخلي... الخ) ، وهناك محاولات عديدة لاكتشاف الظواهر المتعلقة بها في التطبيق العملي للطبيعة . ربما تكون الطريقة مبسطة لايجاد العلاقة بين النفوذية والمسامية ، وقد يكون الوصول الى هذه

النتائج غير ذي جدوى (عدا المقارنة للاوساط المتناظرة) ، وعليه يكون الارتباط قويا لربط معدل التدفق مع عرض ، استمرارية ، شكل ، وكذلك الالتواءات للقنوات الموصلة ، ولذلك فالوسط المركب من مسامات متعددة وذو مسامية كلية يكون اشبه في سلوكه لظروف التوصيل المشبع الواطئ من الاوساط الاقل مسامية لكنها اكبر في المسام المنفردة . اجريت محاولات عديدة لايجاد العلاقة بين النفوذية وتوزيع حجم الدقائق ، مثل هذه العلاقات ربما تكون في الحقيقة الشكل والتجمعات (مثلا الرمل مع الطين) . وهناك محاولات لتوضيح الاوساط المسامية بواسطة اتباع بعض الموديلات النظرية والتي تكون مسؤولة عن المعادلات الرياضية ، وبعض هذه الموديلات كانت ممتازة جدا رغم اعتمادها على النتائج التجريبية ، والتي لوحدها يمكن ان تظهر فيما لو كان هناك استجابة لسلوك الاوساط المسامية(Scheidegger ، ١٩٥٧)، والموديلات تتضمن كل من ، Parallel straight capillaric ، serial و branching . بصورة عامة اوضحت نتائج الدراسات بان الاوساط ذات المسامية الاعتيادية تكون تماما غير منتظمة ، ولهذا اقترح الموديل الاكثر ملائمة للاوساط المسامية واسناده الى الظواهر الاحصائية . احد النظريات المقبولة والتي تمثل علاقة النفوذية مع الخصائص الهندسية للاوساط المسامية هي نظرية كوزني (Kozeny theory)، خاصة المحورة من قبل(Carman ، ١٩٣٩)والتي تستند على ظاهرة نصف القطر الهيدروليكي ، وصفة حدود الطول تفترض بانها ترتبط مع القنوات الافتراضية والتي تكون الاوساط المسامية عندها متكافئة ، وقياس نصف القطر الهيدروليكي يكون عبارة عن النسبة بين الحجم الى سطح فراغ المسام اوانها نسبة مساحة المقطع العرضي للمسام الى المحيط والمعادلة الآتية تعرف بمعادلة كوزني– كارمن (Kozeny – Carman).

$$k = \frac{f^3}{Ca^2 (1 - f)^2}$$

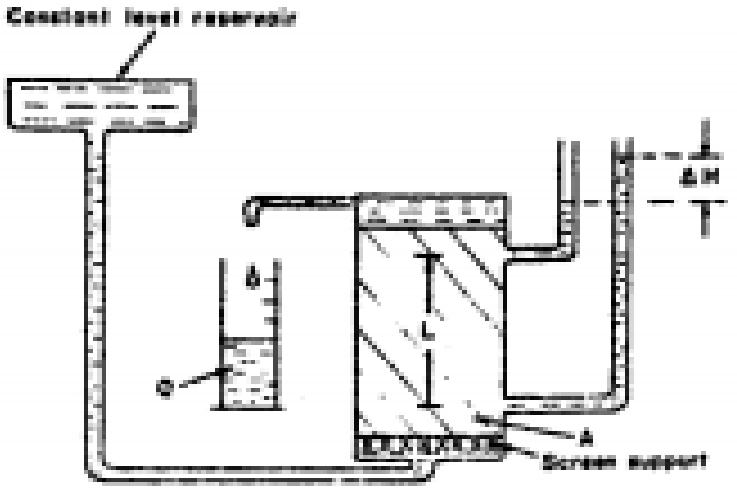
حيث تمثل a السطح النوعي المعرض للسائل ، C ثابت يمثل عامل الشكل المتعلق ، f المسامية الكلية والانتقاد الموجه لهذه النظرية يتعلق بعلاقة التربة (نظرية نصف القطر الهيدروليكي)والتي قد تفشل لوصف بناء الجسم مثل الطين المتشقق ، حيث ان البناء المتشقق تهمل فيه المسامية والسطح النوعي .

١٠ – التجانس وتوحيد الخواص

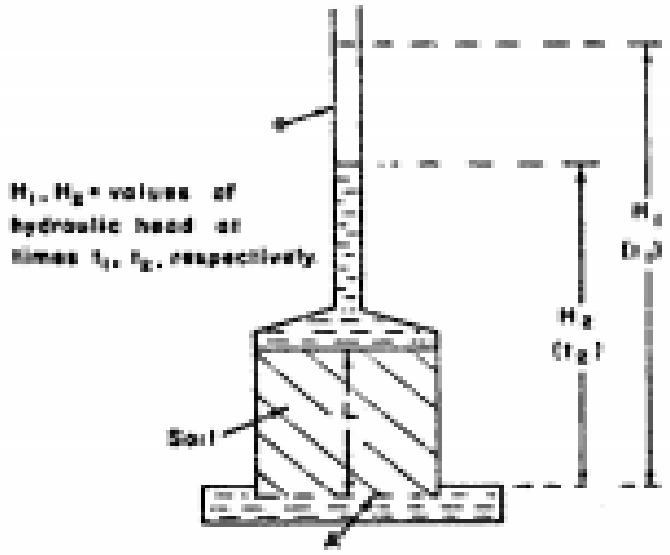
الايصالية المائية (النفوذية) ربما تكون متماثلة خلال التربة او ربما تختلف من نقطة لاخرى حتى في الحالة التي يقال عنها غير متجانسة ، فاذا كانت الايصالية المائية واحدة في جميع الاتجاهات ، فالتربة تكون موحدة في خواصها ويطلق عليها isotropy اي متساوية في خصائصها في جميع الاتجاهات. اما عندما تختلف الايصالية باختلاف الاتجاهات (مثال الايصالية الافقية ربما تكون اكبر او اقل من الايصالية العمودية) ، وهذه الحالة يطلق عليها غير متساوية في خصائصها وتسمى anisotropy فالتربة ربما تكون متجانسة وغير متساوية في خصائصها. في حالات معينة الايصالية المائية ربما تكون غير متماثلة وتوضح قيم مختلفة اعتمادا على اتجاه الجريان على طول الخط المعين. قياس اتجاه نفوذية التربة قد شرح من قبل Maasland and Kirkham ، ١٩٥٥. ان عدم تساوي الخصائص يعود طبقا لبناء التربة التي ربما تكون صفائحية ، طبقية ، او عمودية ،وعليه فانها تسلك سلوك المسام الضيقة او الكبيرة مع تمييز الاتجاه.

١١ – قياس الايصالية المائية للترب المشبعة

طرق قياس الايصالية المائية في المختبر قد درست حديثا من قبل(Klute ، ١٩٦٥)، وحقليا درست من قبل(Talsma ، ١٩٦٠ و Boersma ١٩٦٥) ، وطرق قياسها في المختبر موضحة في الشكل (٦– ١١) و(٦– ١٢).



شكل (٦– ١١) قياس الايصالية المائية المشبعة باستعمال عمود التربة الثابت وعمود الماء المتغير



شكل (٦-١٢) قياس الايصالية المائية المشبعة باستعمال عمود التربة المتغير وعمود الماء الثابت

مثل هذه التقديرات يمكن ان تجرى مع النماذج المجففة والمكسرة والتي بعدها تعبأ في خلية الجريان القياسية للتربة غير المستثارة في الوعاء الخاص لوضع النموذج المأخوذ مباشرة من الحقل ، وفي كلا الحالتين يجب اخذ الاحتياطات لتجنب الجريان الجوفي كما في طريقة «ثقب التربة «ثقب البيمة» أو بواسطة طريقة مضغاط السوائل(Piezometer)، وقد عرف التكتيك الخاص بالقياس فوق مستوى الماء الجوفي كما في طريقة الانابيب المزدوجة وطريقة ضخ الماء من الابار الضحلة .

ان طرق قياس الايصالية المائية في الحقل تختلف نوعاً ما عن طرق القياس في المختبر ، رغم اختلاف الطرق الحقلية للقياس والتي تشمل :

١ – قياس الايصالية المائية تحت مستوى الماء الجوفي

أ– طريقة ثقب البيمة Auger – hole method

ب– طريقة مضغاط السوائل Piezometer method

٢ – قياس الايصالية المائية فوق مستوى الماء الجوفي

أ– طريقة الانابيب المزدوجة Double – tube method
ب– طريقة دفع الماء للابار الضحلة Shallow – well pump in Permeameter
جـ – طريقة المنفاذ Permeameter

يمكن تطبيق الطريقة الاولى في حالة الترب المشبعة لانها تقيس الايصالية المائية تحت مستوى الماء الجوفي . احد هذه الطرق هي ثقب البريمة والتي تتلخص بملأ الحفرة غير المبطنة ثم البدء بسحب الماء خارج الحفرة لعدة مرات لحين الوصول لحد التعادل بين مستوى الماء في الحفرة مع مستوى الماء الجوفي . بعد ذلك يسحب الماء من الحفرة للوصول الى المستوى الجديد ، ومن ثم يقاس معدل ارتفاع مستوى الماء في الحفرة ، ومن معرفة التغير في مستوى الماء يمكن قياس الايصالية المائية . وذلك لان معدل مستوى الماء الجوفي يقيس معدل الجريان ، ويمكن تقدير انحدار الشحنة من معرفة الفرق بين مستوى الماء في الحفرة ومستوى الماء الجوفي .

اما بالنسبة لطريقة مضغاط السوائل فتستند على قياس جريان الماء في الحفرة غير المبطنة عند النهاية السفلى من الثقب المبطن . في هذه الطريقة يتم قياس الايصالية المائية عن طريق دخول الماء الى الحفرة غير المبطنة والذي يؤدي الى ارتفاعه في الحفرة المبطنة . بعد ذلك يسحب الماء عدة مرات عن طريق ضخه الى الخارج بعد وصول مستوى الماء لحد التعادل مع مستوى الماء الجوفي ، وتسجل القراءة ومنها نستطيع تقدير الايصالية المائية .

اما الطريقة الاخرى والتي تستعمل لقياس الايصالية المائية في الحقل فوق مستوى الماء الجوفي فتكون عكس الطريقة الاولى ، يضاف الماء الى الحفرة بدلاً من سحبه منها وتتضمن هذه الطريقة عدة طرق منها طريقة الانابيب المزدوجة والتي تتلخص بعمل حفرة بواسطة البريمة الى العمق المراد قياس الايصالية المائية له بيوضع في اسفل الحفرة غير المستثارة رمل خشن ، بعدها توضع الانابيب المزدوجة بعناية في الحفرة . يضاف الماء لكلا الانبوبين مع مراعاة جعل مستوى الماء ثابتاً في كليهما لضمان تشبع النطاق الموجود تحت هذه الانابيب لحساب الايصالية المائية يتطلب تغيير مستوى الماء في الانبوب الداخلي مع بقاء مستوى الماء ثابتاً في الانبوب الخارجي ، ومنه نستطيع تسجيل التغير في مستوى الماء للانبوب

الداخلي بعد ذلك يثبت مستوى الماء في الانبوب الداخلي والخارجي كما كان عند بداية التجربة . يتم التوقف عن اضافة الماء الى الانبوب الداخلي ، يلاحظ بان مستوى الماء في الانبوب الخارجي يبقى متساوياً مع الانبوب الداخلي. يسجل معدل الهبوط في مستوى الماء للانبوب الداخلي ، ونتيجة القياس ترسم على اوراق المنحنيات الخطية خلال الفترة الزمنية ومنها يمكن تقدير الايصالية المائية .

اما بالنسبة لطريقة ضخ الماء الى الابار الضحلة فتستخدم ايضاً في غياب مستوى الماء الجوفي . حيث يتم قياس الايصالية المائية عن طريقة قياس معدل جريان الماء في الحفرة والتي قد تكون مبطنة أو غير مبطنة مع الحفاظ على مستوى ثابت لارتفاع الماء في البئر اثناء تجهيز الماء من الخزان المجاور.

يقاس معدل الماء المستخدم يومياً لحين الوصول الى الحالة المستقرة ثم تحسب الايصالية المائية . اما طريقة النفاذ فتستند على قياس معدل الجريان الخارج للماء المضاف الى الحفرة ، يبقى الماء داخل الاسطوانة وخارجها في مستوى ثابت . يقاس معدل الماء الداخل الى الاسطوانة الداخلية ، بعدها يمكن قياس الايصالية المائية العمودية في حالة معرفة الضغط قرب قعر الاسطوانة والذي يمكن قياسه بواسطة التنشومتر (مقياس الشد)

١٢ – معادلات الجريان المشبع

قانون دارسي يكون كافياً لوصف عملية الجريان المستقرة «الثابت» والتي عندها يكون التدفق ثابتاً ومتساوياً على طول النظام الموصل . وعليه ، فالجهد والانحدار عند كل نقطة يبقى ثابت مع الزمن . والجريان غير المستقر يكون عندها قيمة الجهد والانحدار للتدفق متغيرة مع الزمن ، وتحتاج الى قوانين اضافية والتي يطلق عليها بقانون حفظ الكتلة ، ولفهم كيفية تطبيق هذه القوانين على ظواهر الجريان ، يمكن افتراض وجود عنصر ذو حجم صغير «مكعب» من التربة والتي يحدث فيها دخول الجريان وخروجه بمعدل مختلف . فقانون حفظ الكتلة يعبر عنه بمعادلة الاستمرارية التي تنص على انه اذا كان معدل الجريان الداخل الى حجم العنصر المحدد اكبر من معدل خروجه ، فان حجم العنصر يخزن زيادة في الماء الجاري ومن ثم يزداد فيه المحتوى المائي (عكس ذلك يحصل عندما يكون معدل الجريان الخارج اكثر من الداخل ، فالخزن يقل) . ويأخذ في نظر الاعتبار الحالة

البسيطة المتضمنة الجريان في اتجاه واحد ، فان (qx) يكون ممثلا للتدفق في اتجاه المحور (x) ، فمعدل الزيادة بـ qx للمحور x يجب ان يساوي معدل النقصان في المحتوى الحجمي (θ) خلال الزمن (t)

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial qx}{\partial x}$$

والتي تصبح في الاتجاهات المتعددة (نظام ثلاث اتجاهات) بالصيغة الآتية :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \nabla . q$$

وعند النظر الى قانون دارسي فان الصيغة لثلاث اتجاهات هي $q = k \nabla H$

حيث ان H هي الشحنة المائية ، k هي الايصالية المائية . وعند ربط هذه المعادلة مع معادلة الاستمرارية نحصل على معادلة الجريان $\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla . K \nabla H$ وفي تطبيق هذه المعادلة ، يلاحظ بأن الماء يكون مستمراً خلال نطاق الجريان وان صفة ظروف تساوي الحرارة وظاهرة التغير الكيميائية أو البايولوجية لاتغير السائل أو الوسط المسامي ، فالمعادلة الآنفة الذكر في اتجاه واحد تصبح $\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial X}\left(k \frac{\partial H}{\partial X} \right)$

وبسبب ان الشحنة المائية يمكن اعادة حلها الى شحنة الضغط (H_p) وشحنة الجاذبية (المستوى فوق المستوى القياسي) يمكن كتابتها $\frac{\partial \theta}{\partial t} = \text{div} [k (\nabla H_p + \nabla z)$

وفي حالة الجريان الافقي ($\nabla z = 0$) وعليه $\frac{\partial \theta}{\partial t} = \text{div}\, k \left(\frac{\partial H_p}{\partial x} \right)$

في حين حالة الجريان العمودي ($\nabla z = 1$) $\frac{\partial \theta}{\partial t} = \text{div} \left[k \left(\frac{\partial H_p}{\partial z} + 1 \right) \right.$

وعليه

في الترب المشبعة فان الوسط غير المضغوط $\left(\frac{\partial \theta}{\partial t} = 0 \right)$ ، الايصالية المائية عادة ماتفترض ان تكون ثابتة ، وعليه فالمعادلة

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial H}{\partial x} \right)$$

$$Ks \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = 0$$

حيث ان K_s هي الايصالية المائية للترب المشبعة (الايصالية المشبعة) تحت ظروف الجريان في ثلاث اتجاهات وعند عدم تساوي الصفات anisotropy

$$K_x \frac{\partial^2 H}{\partial X^2} + K_y \frac{\partial^2 H}{\partial Y^2} + K_z \frac{\partial^2 H}{\partial Z^2} = 0$$

بصورة عامة معادلة المشتقة لها ارقام مالانهاية في حلولها ولتقدير الحل النوعي لاي حالة معينة فن الضروري تحديد ظروف حدود المعادلة ، في حالة الجريان غير المستقر. اما الظروف المستقرة ، انواع مختلفة من ظروف الحدود يمكن تواجدها (مثال : الحدود غير النفاذة ، سطح الماء الحر، الحدود التي لها ضغط معلوم ، أو معدل الجريان الداخل والخارج معروفة) ، لكن في كل حالات التدفق وشحنة الضغط يجب ان تكون مستمرة خلال النظام. في الترب الطبقية ، فالايصالية المائية والمحتوى المائي ربما يكونان غير مستمرين عبر حدود الطبقات الداخلية ، فمعادلة الجريان في حالة عدم التجانس وعدم تساوي الخصائص قد شرحت من قبل (Bear واخرون ، ١٩٦٨ و Phillips ١٩٦٩ أ) حلل حديثا الجريان في الاوساط المتمددة (المضغوطة) ، وفي حالة الجريان غير المستقر، هيكل التربة الصلب والمتمدد يتحرك ونتيجة لذلك قانون دارسي يطبق لحركة الماء نسبة الى الجزيئات بدلا من نسبة الفراغات الفيزيائية والعمليات التجريبية لمثل هذه التربة نقدت من قبل(Smiles و Rosenthal ، ١٩٦٨) .