المحاضرة الثالثة :

دوال الإنتاج:

أولا:- مفهوم الدالة الإنتاجية:

الدالة الإنتاجية عبارة عن العلاقة التي تربط بين الموارد الاقتصادية المستخدمة في العملية الإنتاجية والناتج الذي تحصل عليه من هذه العملية، ويمكن صياغة الدالة الإنتاجية إما في جدول حسابي أو في شكل بياني أو صيغة رياضية ، وقبل استعراض كل من هذه الصيغ الثلاث سوف نفترض تغير احد الموارد فقط مع ثبات باقي الموارد المستخدمة في العملية الإنتاجية حتى يمكن تبسيط شرح العلاقات الموجودة بين الموارد ومنتجات العملية الإنتاجية . ففي القطاع الزراعي يكون إنتاج أي محصول كالقمح يعتمد على عدة موارد مثل كميات البذور والأسمدة والعمل وغيرها من الموارد الأخرى، إلا إن ذلك يبدو أكثر تعقيدا مقارنة باستخدام مورد إنتاجي واحد.

1- الدالة الإنتاجية في جدول حسابي:

يوضح الجدول التالي شكل دالة إنتاجية افتراضية لنوع معين من الأسمدة الكيماوية عند استخدامها لإنتاج محصول الذرة الصفراء في إحدى المزارع مع افتراض ثبات باقي الموارد المستخدمة في الزراعة. ويتضح من الجدول إن الدالة الإنتاجية عبارة عن العلاقة بين كل من الصف الأول الذي يعبر عن تغيير الوحدات المستخدمة من مورد معين وهو (الأسمدة الكيماوية) والصف الثاني يعبر عن كمية الإنتاج من محصول الذرة الصفراء.

جدول رقم (1) الدالة الإنتاجية لنوع معين من الأسمدة الكيماوية

الكمية المستخدمة من الأسمدة الكيماوية (كغم)	0	100	200	300	400
كمية الإنتاج من محصول الذرة الصفراء (طن)	40	44	47	49	50

هذه العلاقة الحسابية بين الوحدات المستخدمة من السماد الكيماوي وكمية الإنتاج من محصول الذرة الصفراء تسمى الدالة الإنتاجية في شكلها الحسابي.

2- الدالة الإنتاجية في شكل بياني:

يمكن التعبير عن الدالة الإنتاجية بيانيا كما في الشكل التالي الذي تم رسمه على أساس الجدول السابق:

شكل رقم (1) دالة الإنتاج

إن المنحنى البياني يمثل شكل دالة الإنتاج بيانيا حيث يمثل المحور الأفقي كمية السماد المستخدم والمحور العمودي كمية إنتاج محصول الذرة الصفراء

3- الدالة الإنتاجية في الصيغة الرياضية:

يمكن التعبير عموما عن الدالة الإنتاجية في صيغتها الرياضية كما يأتي:

$$Q = f (L.C.T)$$

حيث (Q) تعبر عن الناتج الكلي كمتغير تابع. بينما تمثل كلا من (L.C.T) المدخلات أو الموارد الاقتصادية المستخدمة في العملية الإنتاجية كمتغيرات مستقلة حيث تعبر (L) عن كمية

العمل المستخدم. و(C) تعبر عن رأس المال و(T) تعبر عن الأرض . وللتبسيط سوف يفترض إن حجم الناتج سوف يتغير كنتيجة لتغير احد الموارد الإنتاجية المستخدمة فقط مع ثبات باقي الموارد. فإذا فرضنا إننا سوف نقوم بتثبيت كل من رأس المال والأرض واعتبار إن العمل هو المتغير المستقل الوحيد المعتمد لدراسة تأثيره على كمية الإنتاج فانه يمكن وضع الدالة الإنتاجية في الصيغة التالية:

$$Q = f (L / C. T)$$

ومعنى العلامة (/) التي تفصل بين (L) وكلا من (C, T) انه سوف يفترض ثبات العوامل على يمين العلامة وهي (C,T) وافتراض تغير العوامل على يسار العلامة وفي هذه الحالة (L).
وتأخذ عادة الدالة الإنتاجية صيغا رياضية مختلفة تتحدد في ضوء متغيرات عديدة ولذلك يجب إجراء عدة اختبارات اقتصادية وإحصائية قبل اختيار الصيغة الرياضية المناسبة للدالة الإنتاجية المطلوب دراستها بمجالات الإنتاج الزراعي المختلفة.

ثانيا:- المشتقات الاقتصادية لدالة الإنتاج:

تتضمن الدالة الإنتاجية بعض المشتقات التي لا يمكن للطالب أو الباحث الاستغناء عنها في مجال اتخاذ القرارات في إضافة عنصر إنتاجي أو الإنقاص منه وهي:

1- متوسط الإنتاج (**average production**) : يعني معدل ما يمكن أن تنتجه الوحدة الواحدة من عنصر الإنتاج المتغير في مرحلة معينة من العملية الإنتاجية، ويحسب متوسط الإنتاج من خلال قسمة الإنتاج الكلي على عدد وحدات عنصر الإنتاج المتغير في أي مرحلة معينة من مراحل الإنتاج ويمكن التعبير عنها بالصيغة الرياضية التالية.

$$\text{متوسط الإنتاج} = \frac{\text{كمية الإنتاج}}{\text{عدد وحدات عنصر الإنتاج المتغير}}$$

2- الناتج الحدي (**marginal production**): يعني التغير في كمية الإنتاج الناتجة عن التغير في عدد وحدات عنصر الإنتاج المتغير، ويحسب الناتج الحدي من خلال قسمة التغير في كمية الإنتاج على التغير في عدد وحدات عنصر الإنتاج المتغير ويعبر عنه بالصيغة الرياضية التالية:

التغير في كمية الإنتاج (الكمية الجديدة – الكمية القديمة)

الناتج الحدي = ----------

التغير في عدد وحدات عنصر الإنتاج المتغير(الوحدات الجديدة – الوحدات القديمة)

ثالثا:- قانون الغلة المتناقصة ومراحل الإنتاج:

ينص قانون الغلة المتناقصة: إذا أضيفت وحدات متساوية من عنصر إنتاجي (المتغير المستقل) في عملية إنتاجية معينة مع ثبات بقية عناصر الإنتاج (المتغيرات المستقلة) فان الناتج الكلي يزداد بصورة متزايدة ثم يزداد بصورة متناقصة بعد ذلك يبدأ بالتناقص المطلق.

إن هذا القانون يشير بان الناتج الكلي يمر بثلاث مراحل هي:

1- المرحلة الأولى (مرحلة تزايد الغلة): يزداد الإنتاج بصورة متزايدة كلما أضفنا وحدات من عنصر الإنتاج (المتغير المستقل) أي إن الوحدة الجديدة تزيد الإنتاج أكثر من الوحدة التي سبقتها إلى أن نصل إلى **نقطة الانقلاب** وهي النقطة التي عندها يبدأ الإنتاج بالزيادة ولكن بصورة متناقصة أي إن الوحدة الجديدة تضيف إلى الإنتاج اقل من الوحدة القديمة أما الناتج الحدي فانه في هذه المرحلة يزداد إلى أن يصل إلى أعلى مستواه عند **نقطة الانقلاب** وبعدها يبدأ بالنزول أما متوسط الإنتاج فانه يزداد إلى أن يصل إلى أعلى مستواه في نهاية هذه المرحلة.

2-المرحلة الثانية (مرحلة تناقص الغلة): في هذه المرحلة يستمر الإنتاج بالزيادة بصورة متناقصة إلى أن يصل إلى أعلى مستواه في نهاية هذه المرحلة، أما الناتج الحدي فيستمر بالنزول إلى أن يصل إلى الصفر في نهاية هذه المرحلة، كذلك متوسط الإنتاج فهو أيضا يستمر بالنزول إلى نهاية المرحلة ولكنه لا يصل إلى الصفر طالما كان هناك إنتاج.

3- المرحلة الثالثة (مرحلة الغلة السالبة): في هذه المرحلة يبدأ الإنتاج بالتناقص المطلق أي إن وحدة عنصر الإنتاج (المتغير المستقل) الجديدة سوف تنقص الإنتاج بدلا من زيادته أما الناتج الحدي فتكون قيمته سالبة ويستمر متوسط الإنتاج بالتناقص .

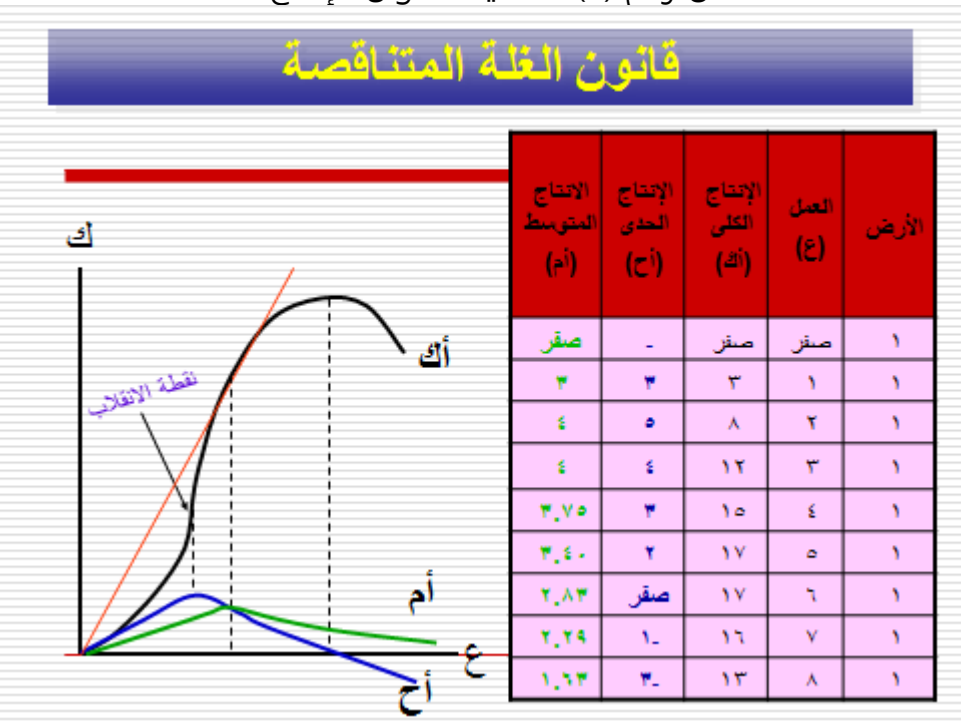
إن أفضل مستوى للإنتاج بالنسبة للمزارع هي نهاية المرحلة الثانية حيث يتحقق له اكبر قدر ممكن من الإنتاج.

إن الجدول الافتراضي التالي يوضح هذه المراحل الثلاثة لقانون الغلة المتناقصة وعلى أساسه يكون المخطط البياني الذي يبين المنحنيات البيانية للناتج الكلي والناتج الحدي ومتوسط الإنتاج.

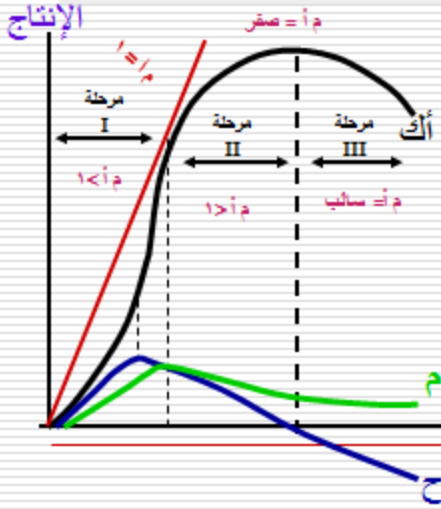
جدول رقم (2) مراحل قانون الغلة المتناقصة

عنصر الإنتاج المتغير X	الانتاج الكلي TP	الناتج الحدي MP_X	متوسط الإنتاج AP_X	مراحل الإنتاج
صفر	صفر	صفر	صفر	
1	6	6	6	
2	15	9	7.5	المرحلة الأولى
3	27	12	9	(تزايد الغلة)
4	42	15	10.5	
5	55	13	11	
6	60	5	10	المرحلة الثانية
7	63	3	9	(تناقص الغلة)
8	63	0	7.9	
9	61	2-	6.8	المرحلة الثالثة
10	57	4-	5.7	(الغلة السالبة)

شكل رقم (2) منحنيات دوال الإنتاج



تحديد مراحل الانتاج
باستخدام المرونة



المرحلة الأولى: م أ > ١

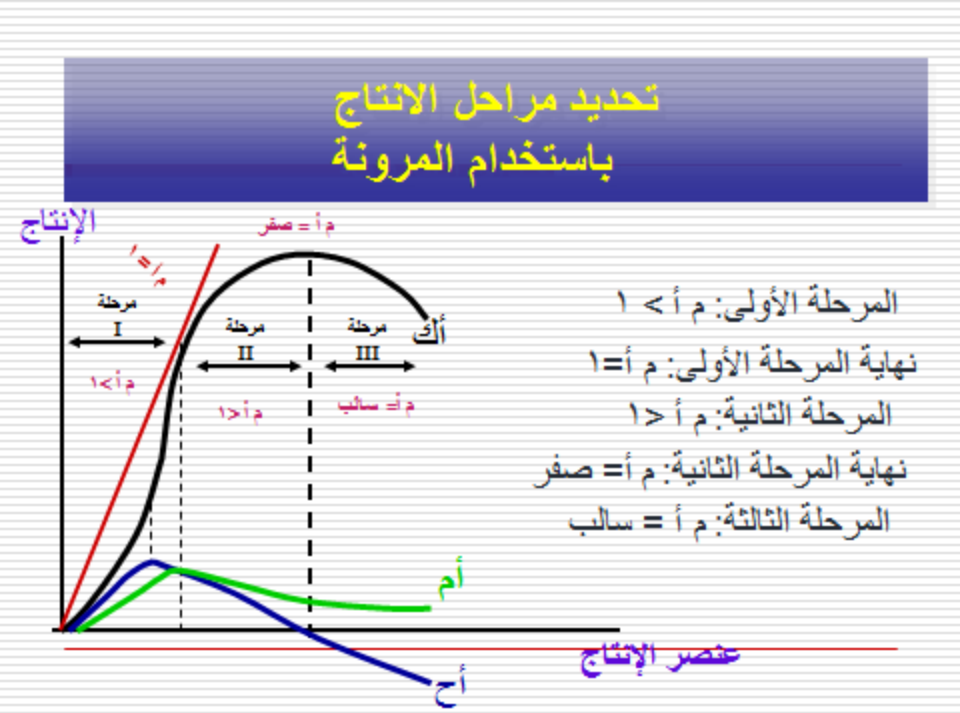
نهاية المرحلة الأولى: م أ=١

المرحلة الثانية: م أ <١

نهاية المرحلة الثانية: م أ= صفر

المرحلة الثالثة: م أ = سالب

تحديد مراحل الانتاج
باستخدام منحنيات الانتاج


تحديد مراحل الانتاج
باستخدام المرونة
الإنتاج
م أ = صفر
م أ = ١
مرحلة I
مرحلة II
مرحلة III
أك
م أ < ١
م أ > ١
م أ = سالب
أم
أح
عنصر الإنتاج
المرحلة الأولى: م أ > ١
نهاية المرحلة الأولى: م أ=١
المرحلة الثانية: م أ <١
نهاية المرحلة الثانية: م أ= صفر
المرحلة الثالثة: م أ = سالب