

## المحاضرة الرابعة

### العنوان

اختيار مستوى الانتاج الذي يحقق أقصى ربح وتحقيق التوليفة المثلى التي تحقق أقصى عائد

### تعظيم الربح ( $\pi$ ) Prodat Maximization

هو العائد الصافي من الايراد الكلي الذي يحصل عليه المنتج او المؤسسة نتيجة قيامها بانتاج وبيع مستوى معين من المنتج النهائي وبين التكاليف الكلية التي يتحملها المنتج او المؤسسة نتيجة قيامهم بالعملية الانتاجية ويمكن تمثيل ذلك اي معادلة الربح وكالاتي :

$$\pi = TR - TC \text{ when } TR = P_y \cdot y \text{ and } Y = F(L, K)$$

and  $P_y$  = price output ,  $Y$  = units that Sells

$\pi$  = profit positive and loss negative .

$TC$  = total cost that equal  $TC = WL + rK + B$  = fixed cost

يمكن كتابة معادلة الربح بالشكل التالي :

$$\pi = P_y \cdot F(L, K) - LPL - KPk - B \dots \dots \text{Fixed cost}$$

ومن هذه الدالة ايجاد النهاية العظمى بالنسبة لكل من  $L, K$  خلال اجراء التفاضل الشرط الضروري المعتاد للكشف عن نهايتها وكالاتي

$$\frac{d\pi}{dL} = P_y MPL - PL = 0 \dots \dots (1)$$

$$\frac{d\pi}{dK} = P_y \cdot MPk - Pk = 0 \dots \dots (2)$$

ومن معادلة (1) و (2) نحصل على

$$P_y \cdot MPL = PL = P_y \cdot MP_L = VMPL = PL \dots$$

الشرط الاول

$$P_y \cdot MPK = PK = P_y \cdot MP_k = VMP_k = PK$$

الشرط الثاني

ويمكن تعظيم الربح المؤسسة والمنشأة والمنتج من خلال تحقيق الشرطين :

$$VMPL = PL$$

$$VMPK = PK$$

وبهذا الشرط يكون (  $VMPL = PL$  ) بحيث يمكن للمنتج زيادة ارباحه كلما استخدم وحدة اضافية واحدة عندما يكون الناتج الحدي للعمل يساوي سعر العمل  $MPL = PL$  والناتج الحدي لرأس المال يساوي سعر رأس المال  $MP_k = PK$

وأن  $VMPL$  هو قيمة الناتج الحدي للعمل

$VMPK$  هو قيمة الناتج الحدي لرأس المال

اما شرط تدنية الكلفة في حالة وجود موردين

$$\frac{MP_1}{P_1} = \frac{MP_2}{P_2} = \frac{MP_n}{P_n}$$

وهذا معناه الدينار المستخدم في اي مورد يعطينا نفس الزيادة في كمية الانتاج الناتج output ومن ذلك يمكن ان نستنتج بأن الدينار الواحد المصروف على اي مورد من الموارد لا بد ان يعطينا نفس كمية الناتج الحدي .

ويمكن كتابة شرط تعظيم ل n من عناصر الانتاج وكالاتي:

$$VMP1 = P1$$

$$VMP2 = P2$$

وبقسمة (1) على P1 وطرفي المعادلة على P2 وكالاتي :

$$\frac{VMP1}{P1} = \frac{P1}{P1} = 1$$

$$\frac{VMP2}{P2} = \frac{P2}{P2} = 1$$

ويمكن كتابة شرط تعظيم الربح وكالاتي:

$$\frac{VMP1}{P1} = \frac{VMP2}{P2} = \dots\dots\dots \frac{VMPn}{Pn} = 1$$

اي ان الشرط لابد ان يساوي واحد فاي زيادة عن الواحد او نقصان عنه معناه لا ينطبق  
وشرط التعظيم الربح ل n من عناصر الانتاج

مثال محلول : اذا توفرت لديك دالة الانتاج التالية :

$$Y = 28L - 2L^2 + 26K - 3K^2 \text{ when } P_Y = 0.55, P_L = 6, P_K = 5$$

1- اوجد مستوى  $L, K$  اللذان يعظمان الربح .

2- اوجد التوليفة المثلى التي تحقق الربح الاعظم .

3- اوجد الناتج الذي يعظم الربح .

4- اوجد الربح الاعظم.

للحل نستخدم القانون التالي :

$$VMPL = PL$$

$$PyMPL = PL$$

$$Y = 28L - 2L^2 + 26K - 3K^2$$

$$MPL = 28 - 4L = 0 \text{ and } Py = 0.55, PL = 6$$

$$0.55 (28 - 4L) = 6$$

$$15.4 - 2.2 L = 6$$

$$9.4 - 2.2 L = 0$$

$$2.2 L = 9.4$$

$$L = \frac{9.4}{2.2}$$

$L = 4.27$  مستوى  $L$  الذي يعظم الربح

$$VMPK = Pk$$

$$PyMPK = Pk$$

$$MPK = 26 - 6K = 0 \text{ and } Py = 0.55 \quad Pk = 5$$

$$0.55 (26 - 6K) = 5$$

$$14.3 - 3.3 K = 5$$

$$9.3 - 3.3K = 0$$

$$3.3K = 9.3$$

$$K = \frac{9.3}{3.3}$$

$K = 2.81$  مستوى  $K$  الذي يعظم الربح

لايجاد التوليفة التي تحقق الربح الاعظم (2.81, 4.27)

3- اوجد الناتج الذي يعظم الربح

تعوض الكميات المثلى التي تعظم الربح فيمكن الحصول عليها بتعويض الكميات المثلى التي تعظم الربح والتي حصلت عليها لكل من  $L, k$  في دالة الانتاج وكالاتي :

$$Y = 28L - 2L^2 + 26K - 3K^2$$

$$= 28(4.27) - 2(4.27)^2 + 26(2.81) - 3(2.81)^2$$

$$= 119.56 - 36.46 + 73.66 - 23.52$$

$$= 192.62 - 59.98 = 132 \text{ The quantity of output}$$

That maximization profit حجم الناتج الذي يعظم الربح .

4- اوجد الربح الاعظم

يمكن الحصول عليه من معادلة الربح وكالاتي :

$$\pi = p_y \cdot y - W_L - r_k$$

$$= 0.55(132) - 6(4.27) - 5(2.81)$$

$$= 72.95 - 25.62 - 14.05 = 33.28$$

كمية الربح الاعظم

مثال واجب :

إذا توفرت لديك دالة الانتاج التالية

$$Y = 18L - L^2 + 14K - K^2 \text{ when } P_Y = 0.65, P_L = 5, P_K = 7$$

1- اوجد مستوى  $L, K$  اللذان يعظمان الربح .

2- اوجد التوليفة الموردية المثلى التي تحقق الربح الاعظم.

3- اوجد الناتج الذي يعظم الربح.

4- اوجد الربح الاعظم .