

المحاضرة الخامسة

التكلفة : Cost

تكاليف الانتاج في المدى القصير

1-التكاليف الكلية Total Cost

يمكن تصنيف تكاليف المنشأة في المدى القصير الى تكاليف ثابتة ومتغيرة وتكاليف كلية

أ-التكاليف الثابتة (TFC) Fixed Cost

وهي التكاليف التي تدفع لعناصر الانتاج الثابتة , وبالتالي فهي لا تتغير مع تغير الكمية المنتجة , اي انها مستقلة عن حج الانتاج ثابتة سوى انتجت المنشأة او لم تنتج او حتى توقفت عن الانتاج وهذه التكاليف هي عادة التزامات سبق وان بها المنشأة بغض النظر عن مستويات الانتاج (ايجار الارض , المكنن , اقساط التأمين , الصيانة , استهلاك المباني والألات) , اما بالرسم تاخذ التكاليف الثابتة خط مستقيم افقي .

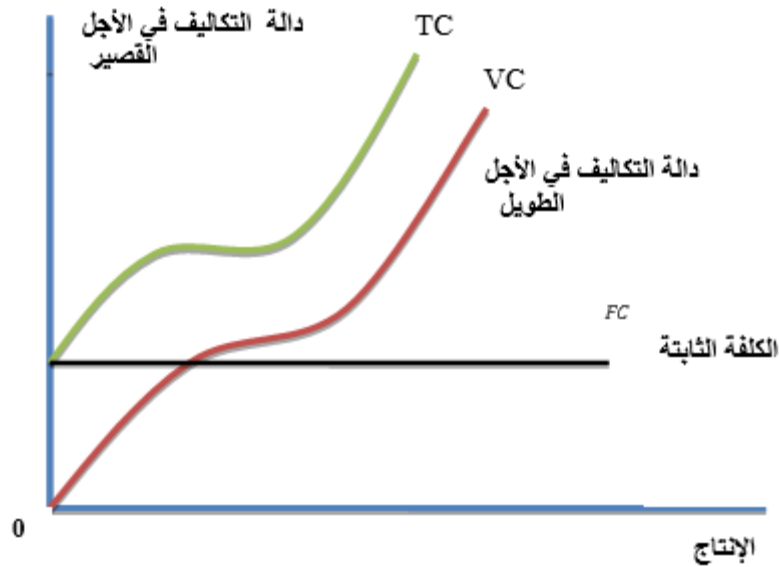
ب-التكاليف المتغيرة (TVC) Variable Cost

وهي التكاليف التي تتغير حسب الكمية المنتجة , فإذا كانت الكمية المنتجة تساوي صفرا فان التكاليف المتغيرة تساوي صفر وكلما زادت كمية الانتاج زادت التكاليف المتغيرة , وبالتالي التكاليف المتغيرة يتجه دائما من اسفل الى الاعلى والى اليمين ضمن هذه التكاليف تكلفة عناصر الانتاج المتغيرة الداخلة في مثل (اجور العمال , قيمة المواد الخام, تكاليف الوقود , نفقات عناصر النقل والتسويق) .

ج- التكاليف الكلية (TC) Total Cost

وهي عبارة عن مجموع التكاليف الثابتة والتكاليف المتغيرة اي $(TC = TFC + TVC)$ وبالتالي فهي تساوي التكاليف الثابتة عندما تكون كمية الانتاج تساوي صفر , وتزيد كلما زادت كمية الانتاج نظرا لزيادة التكاليف المتغيرة , وبالتالي فان منحنى التكاليف الكلية يأخذ شكل منحنى التكاليف المتغيرة نفسه , ولكنه يرتفع عنه الى الاعلى بمقدار التكاليف الثابتة .

الكلفة



التكاليف المتوسطة والحدية: Average and Marginal

1-متوسط الكلفة الثابتة (AFC) Average FIXED COST

وهي عبارة عن التكاليف الثابتة مقسومة على كمية الانتاج اي :

$$\text{متوسط الكلفة الثابتة} = \frac{\text{التكاليف الثابتة}}{\text{كمية الانتاج}}$$

$$AFC = \frac{TFC}{Q}$$

حيث ان التكاليف الثابتة تتغير مع تغير الانتاج فان متوسط الكلفة الثابتة سينخفض مع زيادة الانتاج وبالتالي فان منحنى متوسط الكلفة الثابتة سوف ينحدر من الاعلى الى الاسفل والى اليمين ويقترب من المحور السيني دون ان يلامسه ومعنى ذلك ان زيادة الانتاج تقلل تكلفة الوحدة الواحدة من التكاليف الثابتة.

2-متوسط التكاليف المتغيرة:- (Average Variable Cost (AVC)

وهي عبارة عن التكاليف المتغيرة مقسومة على كمية الانتاج اي :

$$\text{متوسط الكلفة المتغيرة} = \frac{\text{التكاليف المتغيرة}}{\text{كمية الانتاج}}$$

$$AVC = \frac{TVC}{Q}$$

ويتخذ منحنى متوسط الكلفة المتغيرة عادة حرف U اي ينحدر من الاعلى الى الاسفل والى اليمين ويصل ادنى حد ممكن ثم من الاسفل الى اعلى والى اليمين , ومعنى ذلك ان متوسط الكلفة المتغيرة يتزايد مع زيادة الانتاج في المراحل الأولى للعملية الانتاجية ثم يصل متوسط الكلفة المتغيرة الى حده الادنى عند مستوى انتاج معين , ثم يبدأ في الزيادة وسوف تعود لتوضح ذلك بشكل واضح عند ربط منحنيات الانتاج مع منحنيات التكاليف فيما بعد .

3-متوسط الكلفة الكلية : (Average Total Cost (ATC)

يمكننا الحصول على متوسط الكلفة الكلية بطريقتين :-

الاولى : عن طريق جمع متوسط الكلفة الثابتة مع متوسط الكلفة المتغيرة. اي $ATC = AFC + AVC$

الثانية : عن طريق قسمة التكلفة الكلية على الانتاج اي

$$\text{متوسط الكلفة الثابتة} = \frac{\text{التكاليف الثابتة}}{\text{كمية الانتاج}}$$

$$ATC = \frac{TC}{Q}$$

وان كلتا الطريقتين ستعطيان نفس النتيجة , وياخذ متوسط الكلفة الكلية شكل حرف U ايضا , ولكنه يقع دائما فوق منحنى متوسط الكلفة المتغيرة .

4-الكلفة الحدية : Marginal Cost (MC)

وهي عبارة عن مقدار ما تضيفه كل وحدة منتجة الى التكلفة الكلية اي مقدار الزيادة في التكلفة الكلية الناجمة عن زيادة الكمية المنتجة بوحدة واحدة , وتقاس الكلفة الحدية بقسمة التغير في الكلفة الكلية على التغير في الكمية المنتجة اي:

$$\text{متوسط الكلفة الثابتة} = \frac{\text{التغير في التكاليف الكلية}}{\text{التغير في كمية الانتاج}}$$

$$MC = \frac{\Delta TC}{\Delta Q}$$

ولتوضيح ما سبق شرحه يمكن تمثيلة بجدول يبين فيه الناتج الكلي والتكاليف باقسامها الثابتة (TFC) والمتغيرة (TVC) والكلفة الكلية (TC) وكذلك متوسطاتها (ATC, AVC, AFC) والتكلفة الحدية (MC).

جدول (1) الانتاج والتكاليف الكلية والمتوسطة لمنشأة زراعية

الناتج الكمي Q	التكاليف الثابتة TFC	التكاليف المتغيرة TVC	التكاليف الكلية TC	متوسط كلفة ثابتة AFC	متوسط كلفة متغيرة AVC	متوسط كلفة كلية ATC	الكلفة الحدية MC
0	60	0	60				7
1	60	7	67	60	7	67	1
2	60	8	68	30	4	34	1
3	60	9	69	20	3	23	7
4	60	16	76	15	4	19	14
5	60	30	90	12	6	18	42
6	60	72	132	10	12	22	61
7	60	133	193	8.6	19	27.6	91
8	60	224	284	7.5	28	35.5	127
9	60	351	411	6.7	39	45.7	169
10	60	520	580	6	52	58	

تفسير الجدول:

1-العمود الثاني - يمثل التكاليف الثابتة لا تتغير مع زيادة او نقصان الانتاج اما العمود الخامس يمثل متوسط الكلفة الثابتة فهو يتناقص باستمرار مع زيادة الانتاج.

2-العمود الثالث -التكاليف المتغيرة تزيد مع زيادة الانتاج اما العمود السادس فهو متوسط الكلفة المتغيرة يتناقص الى ان يصل الصفر ثم يبدأ بالتزايد .

3-العمود الرابع - الكلفة الكلية وهي عبارة عن مجموع العمودين الثالث والثاني ($TFC + TVC$) فهي تزيد بزيادة الانتاج اما العمود السابع يمثل متوسط التكلفة الكلية وهو عبارة عن مجموع العمودين الخامس والسادس ($AFC + AVC$) ان متوسط التكلفة الكلية يتناقص في بادئ الامر ويصل 0 حدة الادنى ثم يبدأ في الزيادة بعد ذلك.

4-العمود الاخير يمثل الكلفة الحدية (MC) حيث تتناقص وتصل الى حدها الادنى من الانتاج ثم تبدأ في الزيادة مع زيادة الكمية المنتجة .

منحنيات الانتاج والتكاليف : Production and Cost Curve

بالرجوع الى المثال السابق نجد عنصري انتاج هما العمل ورأس المال وحيث العمل هو العنصر الوحيد المتغير فان التكلفة المتغيرة هي تكلفة العمل , ان الكمية المستخدمة هي L واجرة الوحدة الواحد من العمل هي W فان العمل (التكلفة المتغيرة) ($TVC = WL$) وبالتالي يمكن حساب التكلفة المتغيرة وكما يأتي :

$$AVC = W.L/Q = W = L/Q = 1/APL = W/APL$$

ان المقدار L/Q هو مقدار الناتج المنتج لعنصر العمل , وبالتالي يمكن صياغة العلاقة بين متوسط الكلفة المتغيرة والناتج المتوسط وكالاتي :

علاقة عكسية بين AVC , APL

$$AVC = W \cdot 1/APL = W/APL$$

$$AVC = W/APL$$

كذلك يمكن استنتاج العلاقة بين الكلفة الحدية ونتاج الحدي , حيث ان كلفة عنصر العمل فقط تتغير مع تغير وحدات الانتاج الكلفة الحدية هي عبارة عن مقدار التغير في كلفة عنصر العمل مقسوما على مقدار التغير في كمية الانتاج اي ان الكلفة الحدية

$$MC = \frac{\Delta TVC}{\Delta Q}$$

$$MC = \frac{\Delta WL}{\Delta Q} \text{ وحيث الاجر ثابت}$$

$$MC = W \cdot \frac{\Delta L}{\Delta Q}$$

$$1/MPL = \frac{W}{MPL}$$

المقدار $\frac{\Delta L}{\Delta Q}$ هو المطلوب

النتاج الحدي لعنصر العمل وبالتالي يمكن الوصول الى العلاقة بين الكلفة والنتاج الحدي لعنصر العمل كما يأتي :

$$MC = \frac{W}{MPL}$$

والمعادلة (1و2) توضحان العلاقة بين منحنيات الانتاج ومنحنيات التكاليف بافتراض ان سعر عنصر العمل ثابت , ويمكن توضيح ان منحنيات التكاليف (MC, AVC) هما مقلوب الانتاج (MP, AP).

العلاقة بين (MC, AC, AVC)

حيث يقطع منحنى MC كل من AVC, AC عند ادنى نقطة لهما اي عند النقطتين A, B على التوالي

الكفاءة الاقتصادية

ويمكن البرهنة رياضيا على ذلك كما يأتي :

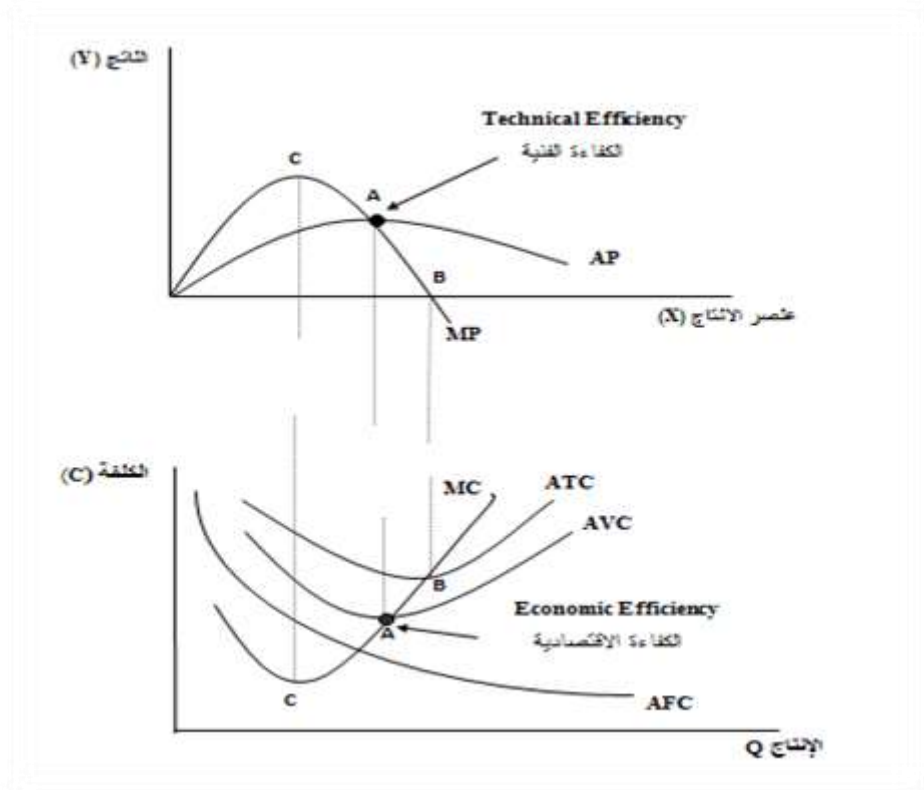
اذا كانت التكاليف الثابتة والتكاليف الكلية

ATC = متوسط الكلفة الكلية بقسمة دالة الكلفة الكلية على الانتاج Q

$$VC = F(Q) \quad FC = A$$

$$TC = VC + FC = A + F(Q)$$

$$ATC = A/Q + F(Q)/Q$$



يتبين من الشكلين اعلاه ان منحنيات متوسط الكلفة المتغيرة والكلفة الحدية معكوس منحنيات متوسط الانتاج والناتج الحدي على التوالي:

حيث ان النهاية الدنيا على منحنى متوسط الكلفة المتغيرة النقطة (A)

في الشكل تقابل النقطة A على منحنى متوسط الانتاج في الشكل الاسفل والتي يكون متوسط الانتاج في اقصاه

كذلك عند النهاية الدنيا على منحنى الكلفة الحدية في النقطة (C) في الشكل الاعلى التي تقابلها النقطة C في الشكل الاسفل وفي نقطة النهاية العظمى لمنحنى الناتج الحدي .

اما الاثبات الرياضي للكفاءة الاقتصادية اي $MC = AVC$

تتحقق الكفاءة الاقتصادية في حالة التدنيه

عندما يكون متوسط الكلفة المتغيرة = متوسط الكلفة الحدية في الاجل القصير والبرهان الرياضي يوضح ذلك:

$$ATC = TC / X \text{ في الاجل الطويل}$$

$$AVC = TVC / X \text{ في الاجل القصير}$$

$$ATC = \text{متوسط الكلفة الكلية}$$

$$AVC = \text{متوسط الكلفة المتغيرة}$$

$$TC = \text{الكلفة الكلية}, X = \text{يمثل حجم الانتاج}.$$

$$TC = ATC.X \dots \text{When } ATC = Z$$

$$TC = Z.X \dots \text{When } Z = F(x)$$

$$C = \frac{dTC}{dx} = Z + X \cdot \frac{dz}{dx} = 0$$

$$\frac{dz}{dx} \text{ في نقطة تقاطع } = \text{الميل} = \text{صفر}$$

$$MC = Z + 0 = ATC \text{ في الاجل الطويل}$$

$$MC = Z = AVC \text{ في الاجل القصير}$$

اما الاثبات الرياضي للكفاءة الفنية :

تتحقق الكفاءة الفنية في حالة التعظيم عندما يتساوى متوسط الناتج الكلي مع الناتج الحدي ($MP = AP$) حيث ان :

$$TP = TP / X$$

$$TP = \text{الانتاج الكلي}$$

$$ATP = \text{متوسط الانتاج}$$

$$X = \text{يمثل عنصر الانتاج}$$

$$= ATP . X$$

$$ATP = Z$$

$$=Z.X$$

$$=dtp/dx =dy/dx= Z*dX/dX + X.dZ/dX$$

$$Z + X.dZ/dX \quad \text{When } dZ/dX = \text{الميل} = 0 = \text{نقطة تقاطع}$$

$$= dy//dx = ATP + X.SLOP \dots MP = ATP \quad \text{في نقطة تقاطع}$$

كذلك يمكن البرهنة الرياضية على $MC=AVC$

$$VC= F(Q)$$

$$TC = VC + FC \quad \dots \text{When } FC = A$$

$$TC= A + VC = A + F(Q)$$

$$AVC= F(Q) /Q$$

AVC يصل الى نهايته الدنيا عندما تكون المشتقة الجزئية الاولى له مساوية للصفر

$$dAVC/dQ =d(F(Q)/Q =0$$

$$Q F(Q) - F(Q) / Q^2 =0$$

$$=i/Q (F(Q) - F(Q) /Q) =0$$

يجب ان تساوي صفر $F(Q) - F(Q) /Q$ /كبر من 0 فإن

$$\text{Or } F(Q) = F(Q)/Q$$

حيث $F(Q)$ تمثل الكلفة الحدية و $F(Q) / Q$ تمثل AVC تتساوى التكاليف الحدية مع متوسط التكاليف المتغيرة عند ادنى نقطة AVC

وبنفس الطريقة يمكن البرهنة على ان التكاليف الحدية تتساوى مع متوسط التكاليف الكلية (ATC) عند ادنى نقطة لها باحدى باحدى الطريقتين .