



جمهورية العراق

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة تكريت

كلية الزراعة

محاضرات

اقتصاديات الإنتاج الزراعي

المرحلة الثالثة/ الاقتصاد الزراعي

مدرس المادة النظري: م.د. منار صالح حمد

مدرس المادة العملي: م.م. عماد مزاحم محمد

اقتصاديات الإنتاج الزراعي

تعريف اقتصاديات الإنتاج الزراعي: Agricultural Production

هي تطبيق مبادئ الاختيار على استعمال رأس المال والعمل والأرض وعنصر الإدارة في الزراعة. بالطريقة التي تعظم الإنتاج أو تقلل التكاليف أو كليهما معاً بما يحقق معظمة الإشباع في المقتصد.

كما تعرف "اقتصاديات الإنتاج الزراعي" بأنها علم تطبيقي يتم بموجبه تطبيق مبادئ الاختيار في استخدام الموارد الرأسمالية والبشرية والأرضية والإدارة في صناعة الزراعة.

الدالة الإنتاجية: Production Function

يستعمل الاصطلاح دالة في الرياضيات للدلالة على علاقة بين المتغيرات المستقلة والمتغير التابع ويعني الإنتاج الطبيعي لسلعة أو لمحصول ما. وهي: العلاقة بين كمية مستلزمات الإنتاج وكمية الناتج. أو ما يحدث للناتج عندما نغير كمية عوامل الإنتاج المستعملة. أو هي علاقة طبيعية أو تقنية موجودة بين الإنتاج وواحد أو أكثر من عوامل الإنتاج مع الافتراض بثبات المعرفة والخبرة الفنية.

الدالة الإنتاجية عبارة عن العلاقة التي ترتبط بين الموارد الاقتصادية المستخدمة في العملية الإنتاجية والناتج الذي نحصل عليه من هذه العملية.

ان الهدف من العملية الإنتاجية وهو تحقيق أكبر صافي دخل ممكن.

والدالة الإنتاجية هي التي تبين العلاقة بين المقادير المختلفة من عناصر الإنتاج

وبين أكبر قدر من الإنتاج يمكن الحصول عليه منها خلال فترة زمنية معينة بغض النظر عن

الأسعار السائدة. بعبارة أخرى فان الدالة الإنتاجية توضح النسب التي تمزج بها عوامل

الإنتاج لأجل تحويلها إلى ناتج، وبذلك توجد عدد من الدوال يتساوى مع عدد الطرق التي يمكن

ان تمزج بها هذه الموارد لتتحول إلى ناتج. ويمكن التعبير عن دالة الإنتاج رياضياً كما يلي:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

حيث:

$Y =$ حجم الإنتاج.

$X_1, X_2, \dots, X_n =$ الوحدات المستخدمة من عناصر الإنتاج المختلفة.

$f =$ يوضح نوعية العلاقة الرياضية التي تربط مدخلات الإنتاج بمخرجات الإنتاج.

وهكذا فان حجم الناتج يتحدد وفقاً للكميات الموظفة من عناصر الإنتاج. ولكن ما دام

الإنتاج في العادة يمكن ان يتم باستخدام مجموعات مختلفة من الموارد (بنسب مختلفة)،

فالإنتاج يمكن ان يصل إلى أقصاه باستخدام عنصر متغير واحد فقط من عناصر الإنتاج، مع

بقاء حجم العناصر الأخرى ثابتاً.

فعلى سبيل المثال يمكن انتاج القمح باستخدام توليفات (مجموعات) مختلفة من الأرض والعمل والمخصبات والبذور، ومن المتوقع ان يزيد الإنتاج مع زيادة المخصبات وإبقاء العوامل الأخرى على ما هي عليه ثابتة دون تغيير إلى ان يصل الإنتاج إلى أقصى مستوى له. وهكذا فان الدالة يمكن إعادة كتابتها كما يلي:

$$y = f(x_1 | \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$$

حيث ان العنصر الوحيد المتغير في هذه الدالة هو المخصبات (x_1) وباقي العناصر تعد ثابتة. غير ان الدالة قد تحوي أكثر من عنصر متغير واحد، فإذا فرضنا انه يتم تغذية بقرة معينة بتوليفة ما من العليقة (تتضمن العليقة الخضراء والمركزة والحبوب والنخالة والتبن... الخ) فان البقرة في هذه الحالة هي العنصر الثابت وبقية العناصر الإنتاجية تعد متغيرة، فتصبح الدالة كما يلي:

$$y = f(x_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_{n-1} | \bar{x}_n)$$

والعنصر الوحيد الثابت في الدالة هو البقرة.

فروض دالة الإنتاج:

هناك ثلاثة فروض أساسية لأي دالة انتاج هي:

1-التأكد التام: Perfect Certainty

تستخدم نتائج دراسات اقتصاديات الإنتاج عادة في التنبؤ عما سيكون عليه الناتج في المستقبل إذا تم استخدام نفس توليفة الموارد السابقة إذ ان المزارع يتوقع ان يكون الناتج للعام القادم مساوٍ أو على الأقل قريباً من الناتج هذا العام أو العام السابق إذا استخدم نفس القدر من الموارد.

ان هذا التوقع غالباً لا يتم تحقيقه في الزراعة التي يعرف عنها بانها صناعة حيوية معقدة تتدخل فيها عوامل كثيرة لا يمكن التحكم فيها بسهولة إذ لا يستطيع المزارع مثلاً ان يتحكم في الظروف الجوية والحيوية التي تواجهه زراعته ، حتى إذا كانت التقنية المتقدمة قد قللت من العناصر غير المتحكم فيها إلا انه لا زالت هناك بعض العوامل التي لا يستطيع المزارع التحكم فيها مثل عملية التمثيل الضوئي للنبات مثلاً، وهذا من شأنه ان يجعل عملية التأكد من كمية الناتج المتوقعة في الزراعة أمراً مشكوكاً فيه فإذا استخدم المزارع توليفة الموارد السابقة نفسها فانه قد لا يحصل على كمية الإنتاج نفسها إذ ان هذا ممكن في الناتج الصناعي مثلاً حيث ان الناتج لحظي ساكن **Static Instantaneous** فالناتج من توليفة موارد معينة في لحظة معينة هو نفسه في أي لحظة.

ورغم هذا فان ظروف التحليل تقتضي فرضية التأكد التام والمعرفة التامة بكافة الظروف التي تواجه المزارع أي انه على دراية بما سيكون عليه ناتجه عند إضافة وحدات سماد أكثر، كذلك ما سوف تكون عليه أسعار منتجاته وكذلك الكميات التي سيقوم بتسويقها بالإضافة إلى أسعار موارده.

مثل هذه الفروض هي ما يطلق عليها فروض التأكد التام Perfect Certainty Assumptions التي يفترض ان تصاحب العملية الإنتاجية وذلك حتى يمكن تبسيط وشرح دوال الإنتاج.

2- مستوى التقنية: Level of Technology

ان العملية الإنتاجية توضح كما سبق وأشرنا إلى الطريقة التي يتم بها مزج عناصر الإنتاج إذ يوجد العديد من طرق المزج هذه للحصول على الناتج. ان طريقة مزج الموارد أو طريقة الإنتاج عادة ما يطلق عليها مستوى التقنية أو فن الإنتاج

Level of Technology or the State of arts

3- طول الفترة الزمنية: Length of Time Period

يفترض عادة ان الناتج المتحصل عليه من توليفة موارد معينة هو ناتج يمكن الحصول عليه في فترة زمنية معينة، فإذا طالت الفترة الزمنية عن نظيرتها السابقة فان الناتج سوف يختلف ومن هذا المنطلق فانه يمكن تقسيم موارد الإنتاج إلى ثابتة ومتغيرة. فمورد الإنتاج الثابت هو ذلك المورد الذي لا تتغير كميته خلال فترة الإنتاج بعكس مورد الإنتاج المتغير الذي تتغير كميته سواء بالزيادة أو النقص خلال الفترة الإنتاجية.

وعادة ما يطلق على مجموعة الموارد الثابتة في الصناعة خلال فترة زمنية معينة بالمنشأة (Plant) أو بحجم المشروع الإنتاجي.

وعلى ذلك فإن الموارد الثابتة والمتغيرة تستخدم لتمييز طول فترة الإنتاج كالتالي:

1-المدى القصير جدا: Very Short-run

وهو من القصر بحيث ان كل الموارد ثابتة.

2-المدى القصير: Short-run

وفيه يمكن تغيير مورد واحد على الأقل وتظل باقي الموارد ثابتة.

3-المدى الطويل: Long-run

وفيه يمكن تغيير كافة الموارد.

غير ان التقسيم السابق رغم اتفاق العديد من الاقتصاديين عليه فانه يعاني من القصور، فالمزارع دائماً يواجه بمشكلة عدم التحكم في بعض الموارد، وهو بذلك ينتقل من مدى قصير إلى مدى قصير آخر. ولكن تقسيم الموارد وفقاً للنظام السابق كثيراً ما يساعد في فهم طبيعة العملية الإنتاجية ويساعد في التحليل أيضاً.

طرق التعبير عن دالة الإنتاج:

ويمكن عادة صياغة الدالة الإنتاجية أما في:

1-جدول حسابي

2-شكل بياني

3-صيغة رياضية

"وعندما نحصل على ناتج ما باستعمال عامل واحد من عوامل الإنتاج كالأرض وحدها مثلاً فهذا لا يعني اننا استعملنا عاملاً واحداً فقط وانما عوامل طبيعية أخرى كالماء والأسمدة الطبيعية.... الخ". وقبل استعراض كل من هذه الصيغ الثلاث سوف نفترض تغيير أحد الموارد فقط مع ثبات باقي الموارد المستخدمة في العملية الإنتاجية حتى يمكن تبسيط شرح العلاقات الموجودة بين الموارد ومنتجات العملية الإنتاجية. ففي الإنتاج الزراعي يكون أي محصول كالقمح يعتمد على كميات البذور والأسمدة والعمل وغيرها من الموارد الأخرى. إلا ان ذلك يبدو أكثر تعقيداً مقارنة باستخدام مورد انتاجي واحد.

أولاً: الدالة الإنتاجية في جدول حسابي: Schedule Table

يوضح الجدول التالي شكل دالة انتاجية افتراضية لنوع معين من العلف عند استخدامه في تغذية الأبقار مع افتراض ثبات باقي الموارد المستخدمة في التربية. ويتضح من الجدول المذكور ان الدالة الإنتاجية عبارة عن العلاقة بين كل من الصف الأول [[الذي يعبر عن تغير الوحدات المستخدمة من مورد معين (العلف)]] والصف الثاني [[والذي يعبر عن الوزن الكلي للبقرة الواحدة نتيجة تغير الوحدات المستخدمة في كمية من العلف]] (وهو فرض غير واقعي) فان متوسط وزن البقرة الناتج يساوي 40كغم. بينما إذا استخدمت وحدة واحدة فقط من العلف فان وزن البقرة يصبح 44 كيلوغراماً.

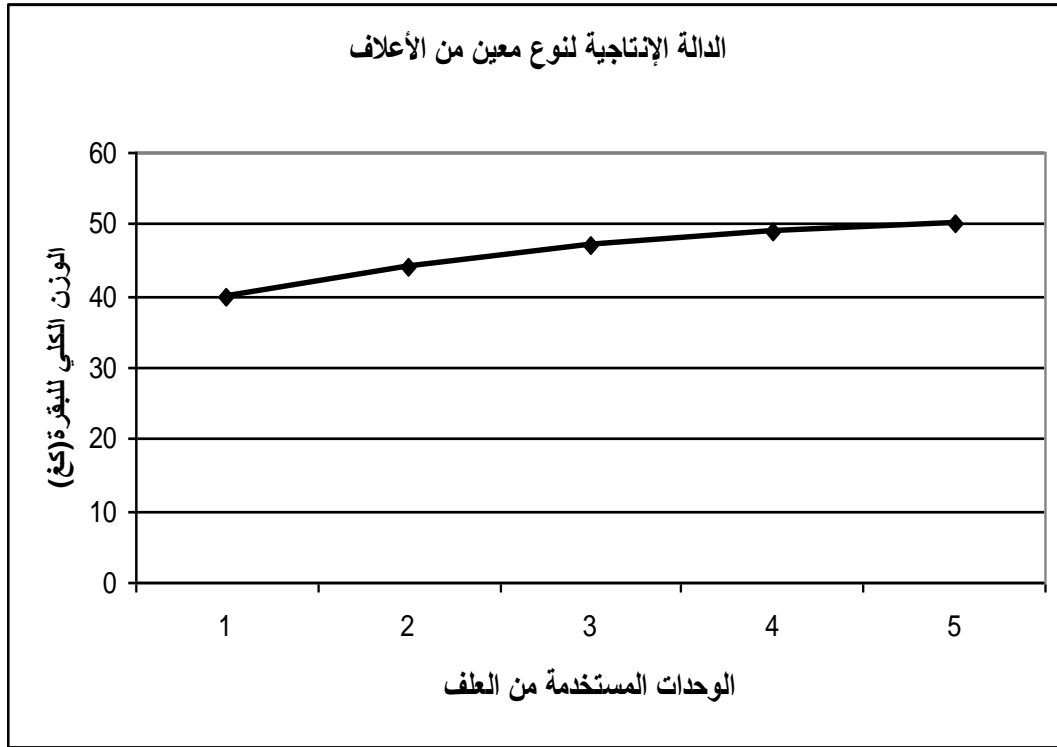
الدالة الإنتاجية لنوع معين من الأعلاف

الوحدات المستخدمة من العلف في وحدة الزمن	صفر	1	2	3	4
وزن البقرة الواحدة في حالة استخدام كميات متزايدة من العلف (كيلوغرام)	40	44	47	49	50

وعند استخدام 4,3,2 وحدة من العلف المستخدم فان متوسط وزن البقرة يزيد إلى 50,49,47 كيلوغراماً على التوالي. وهذه العلاقة الحسابية بين الوحدات المستخدمة من العلف ومتوسط وزن البقرة الناتج هو ما يسمى بالدالة الإنتاجية في شكلها الحسابي.

ثانياً: الدالة الإنتاجية في شكل بياني: Graph

يمكن التعبير عن الدالة الإنتاجية بيانياً في الشكل التالي والذي تم رسمه علي اساس الجدول السابق الخاص بالدالة الإنتاجية لنوع معين من العلف.



ويوضح شكل الدالة الإنتاجية للعلف حيث يوضح المحور الأفقي الوحدات المستخدمة لعنصر الإنتاج المتغير (العلف). بينما يمثل المحور الرأسي متوسط وزن البقرة بالكيلوغرام المقابل لكل مقدار من وحدات العلف المستخدمة في الحدة الزمنية وعلى ذلك فان المنحني (أ، ب، ج، د) يمكن اعتباره الشكل البياني الدالة الإنتاجية للعلف الحيواني.

ثالثاً: الدالة الإنتاجية في صيغتها الرياضية.

ويمكن التعبير عموماً عن الدالة الإنتاجية في صيغتها الرياضية كما يأتي:

$$Q = f(L, C, T)$$

حيث (Q) تعتبر الناتج الكلي كمتغير تابع. بينما كلاً من (L, C, T) المدخلات أو الموارد الاقتصادية المستخدمة في العملية الإنتاجية كمتغيرات مستقلة حيث تعبر (L) عن كمية العمل المستخدم. (C) عبارة عن رأس المال (T) عبارة عن سعة حضائر التربية. وللتبسيط سوف يفترض ان حجم الناتج سوف يتغير كنتيجة لتغير أحد الموارد الإنتاجية المستخدمة فقط مع ثبات باقي الموارد. فإذا فرضنا اننا سوف نقوم بتثبيت كل من رأس المال وسعة الحضائر مع اعتبار العمل كمتغير فإنه يمكن وضع الدالة الإنتاجية في الصيغة (1) كما يأتي:

$$Q = f(L, I, C, T)$$

ومعني العلامة التي تفصل بين (L) وكلاً من (C, T) انه سوف يفترض ثبات العوامل التي علي يمين العلامة (C, T) وافترض تغير العوامل التي علي يسار العلامة وهي (L).

وتأخذ عادة الدالة الإنتاجية صيغاً رياضية تتحدد في ضوء متغيرات عديدة ولذلك يجب إجراء عدة اختبارات اقتصادية وإحصائية قبل اختبار الصيغة الرياضية المناسبة للدالة الإنتاجية المطلوب دراستها بمجالات الإنتاج الزراعي المختلفة. وكل الحالات المشار إليها تعني العلاقة نفسها بين الموارد الإنتاجي والمحصول. إلا أنه يمكن تمثيلها بصيغ مختلفة وحسب متطلبات الدراسة. ففي الدراسات القياسية غالباً ما تستخدم الدالة في صيغتها الرياضية للتعرف كمياً على المتغيرات المستخدمة في الدالة المستخدمة. كما تستخدم الأشكال البيانية للدالة في حالة الرغبة في التعرف على طبيعة العلاقة بين الموارد والمحصول من **النظر** بصورة مباشرة على الشكل البياني. أما الصيغة الأولى وهي العرض الجدولي للدالة فغالباً ما تستخدم في **حصر البيانات** لغرض إعدادها للدراسات القياسية.

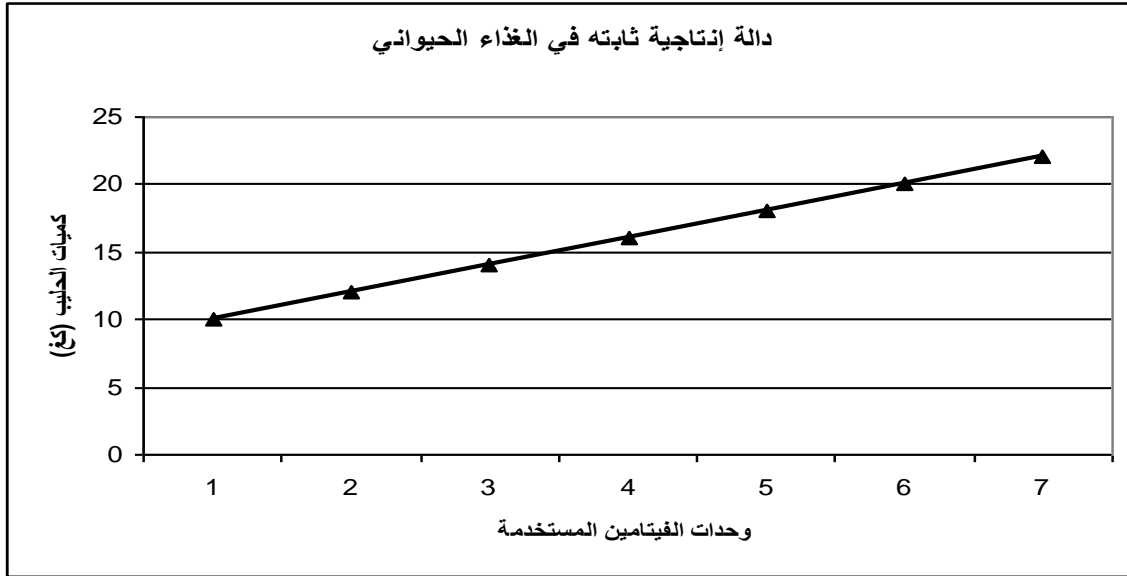
طبيعة الدالة الإنتاجية:

تحدد طبيعة الدالة الإنتاجية شكل العلاقة الموجودة بين المورد المتغير (بفرض ثبات الموارد الأخرى) والإنتاج. ويمكن عادة التعبير عن هذه العلاقة إما في صورة إنتاجية ثابتة أو إنتاجية متناقصة أو إنتاجية متزايدة.

أولاً: الإنتاجية الثابتة Fixed Production (قانون الغلة الثابتة)

يمكن الحصول على الإنتاجية الثابتة في حالة ما إذا أدت الزيادات المتتالية من المورد الإنتاجي المتغير إلى الحصول على زيادات متساوية في الإنتاج بفرض ثبات بقية المتغيرات. وعندئذ تسمى العلاقة بين العنصر المتغير والناتج بانها علاقة خطية.

فمثلاً يؤدي إضافة وحدات متتالية من فيتامين معين إلى غذاء حيوانات الحليب بالمقادير (صفر، 1، 2، 3) للحصول على كميات الحليب (10، 12، 14، 16) كيلوغرام على التوالي. فعندئذ يمكن القول أن لهذا الفيتامين إنتاجية ثابتة حيث أن كل وحدة مضافة من هذا الفيتامين تؤدي إلى الحصول على كيلوغرامين إضافيين من الحليب ويمكن رسم الدالة الإنتاجية كما موضح بالشكل التالي:



ويوضح الشكل أن العلاقة الموجودة بين المورد المتغير (وحدات الفيتامين المستخدمة في العليقة الحيوانية) والإنتاج (الحليب) عبارة عن علاقة خطية. ويمكن توضيح عائد الغلة أو الإنتاجية الثابتة من المثلثات المبينة بالرسم البياني حيث يتضح ان كل زيادة مقدارها وحدة واحدة من الفيتامين تؤدي الي زيادة قدرها وحدتين من الحليب في أي مستوي من المستويات الدالة.

والدالة الإنتاجية بصورتها الثابتة لا توجد في الزراعة الا نادراً. إذ غالباً ما تسود

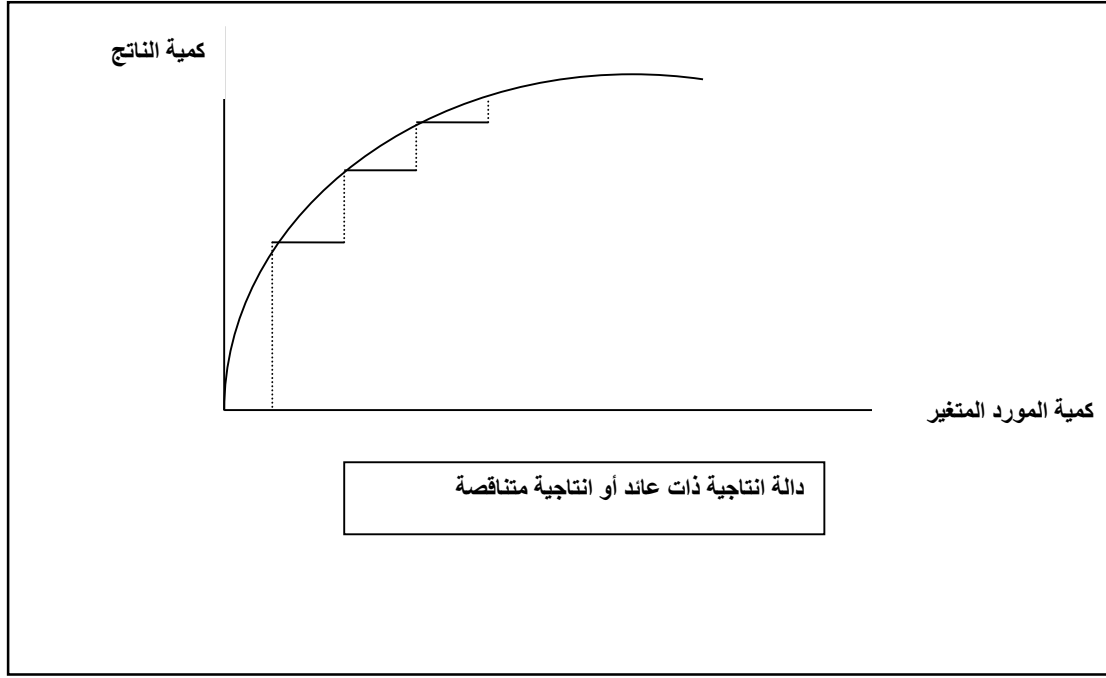
الاشكال الاخرى من الدوال في القطاع الزراعي والتي سنتناولها بالشرح.

ثانياً: الإنتاجية المتناقصة Decreasing Production (قانون الغلة المتناقصة)

تتحقق الإنتاجية المتناقصة للمورد الإنتاجي المتغير في حالة ما إذا أدت الزيادات المتتالية من هذا المورد الإنتاجي إلى الحصول على زيادات متناقصة في الناتج فمثلاً تؤدي الوحدة الأولى من المورد الي زيادة الناتج بمقدار (5) وحدات. بينما تؤدي الوحدة الثانية من هذا المورد الي زيادة الناتج بمقدار (4) وحدات. كما تؤدي الوحدات الثالثة والرابعة والخامسة إلى تناقص الناتج بمقدار (3,2,1) وحدة على التوالي. ويوضح الشكل التالي العلاقة الموجودة بين المورد المتغير والناتج في حالة تحقق الإنتاجية المتناقصة للمورد المتغير.

ويتضح من هذا الشكل ان الدالة الإنتاجية ليست على شكل خط مستقيم كنتيجة لزيادات

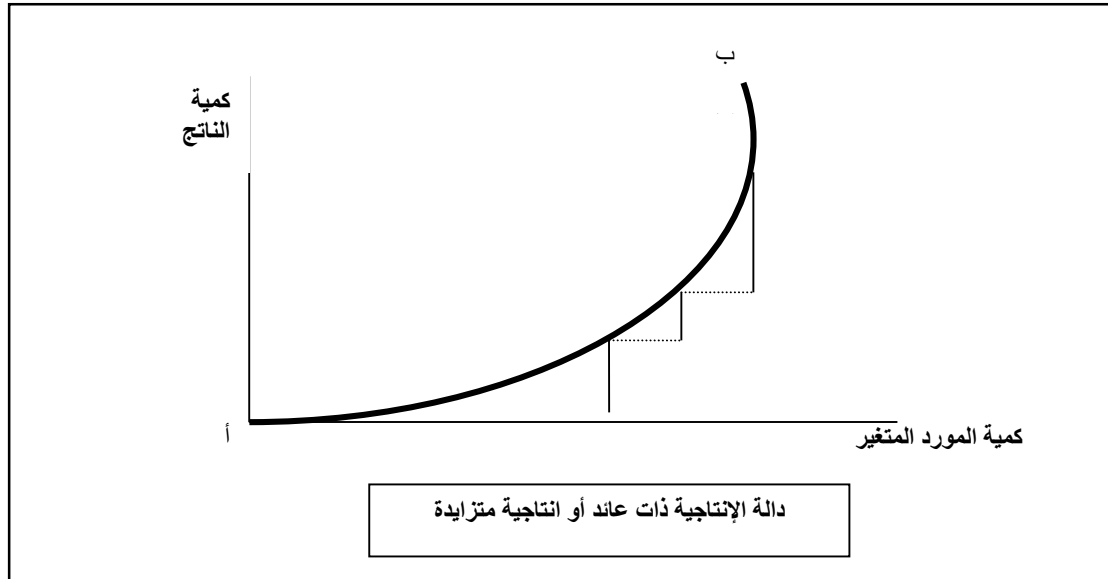
الناتج المتناقصة. ولكنها تأخذ شكل منحنى مقعر ناحية نقطة الأصل أو المحور الأفقي.



وهذا النمط من الدوال غالباً ما يسود الإنتاج الزراعي. إذ بإضافة وحدات متتالية من السماد فإن الناتج يزداد. إلا إنه عند مستوي معين فإن الإضافات المتتالية من السماد تؤدي الي عوائد متناقصة في المحصول المنتج كالقطن مثلاً.

ثالثاً: الإنتاجية المتزايدة: Increasing Production (قانون الغلة المتزايدة)

تتحقق الإنتاجية المتزايدة للمورد الإنتاجي المتغير في حالة ما إذا أدت الزيادات المتتالية من هذا المورد إلى الحصول على زيادات متزايدة من الناتج. وفي الشكل التالي يوضح المنحني (أ، ب) دالة إنتاجية ذات عائد أو إنتاجية متزايدة. ان الدالة الإنتاجية ذات العائد المتزايد تكون محدبة ناحية نقطة الأصل أو المحور الأفقي. وتوضح المثلثات الموضحة بالشكل طبيعة الإنتاجية المتزايدة حيث تؤدي الوحدة الأولى من المورد الإنتاجي المتغير إلى زيادة وحدتين من النباتي. بينما تؤدي اضافة الوحدة الثانية من المورد المتغير الي زيادة الناتج بمقدار اربعة وحدات كما تؤدي إضافة كل من الوحدات المتتالية بعد ذلك الي زيادة وحدات الناتج بمقادير حيث تؤدي الوحدة الثالثة من المورد الي زيادة الناتج بمقدار (6) وحدات. وتؤدي اضافة الوحدة الرابعة من المورد إلى زيادة الناتج بمقدار (8) وحدات وهكذا.



دالة الإنتاج الكلاسيكية:

The Classical Production Function

إن الهدف الأساسي من دراسة دوال الإنتاج الكلاسيكية هو انه من خلال هذه الدوال يمكن فهم طبيعة العلاقات الموردية - الإنتاجية بوضوح وبذلك يمكن إعطاء مديري المزارع بعض المؤشرات عن طبيعة هذه العلاقات التي قد تواجه انتاجه في مزرعته وأهمها الإنتاجية الحدية والإنتاجية المتوسطة ومرونة الإنتاج.

وبالطبع لا يمكننا هنا دراسة أشكال دوال الإنتاج كافة لذا سنبدأ بأبسطها وهو دالة الإنتاج في متغير واحد حيث يشير X للعنصر المتغير، ويشير Y إلى الناتج (التابع) في حين يشير:

(APP) إلى متوسط الناتج الفيزيقي (Average Physical Product)

(MPP) إلى الناتج الحدي الفيزيقي (Marginal Physical Product)

(E) مرونة الإنتاج (Elasticity of Production)

الجدول التالي يوضح العلاقة الموردية الإنتاجية وكذلك النواتج الحدية والمتوسطة ومرونة الإنتاج.

والجدول التالي يوضح قانون تناقص الغلة وما يحدث لكل من الإنتاج الكلي والإنتاج الحدي والإنتاج المتوسط نتيجة لزيادة عنصر العمل مع ثبات عنصر الأرض:

الأرض	عدد العمال	الناتج الكلي	الناتج الحدي	الناتج المتوسط
2	1	8	8	8
2	2	20	12	10
2	3	36	16	12
2	4	60	24	15
2	5	90	30	18
2	6	108	18	18
2	7	112	4	16
2	8	112	0	14
2	9	108	-4	12
2	10	100	-8	10
2	11	88	-12	8

يتبين من الجدول السابق أنه عند زيادة عدد العمال المشتغلين مع ثبات مساحة الأرض يتزايد الناتج الكلي من السلعة التي ينتجها المشروع وهي القمح في البداية بمعدل سريع أي بكميات متزايدة وهنا يكون الناتج الحدي في حالة تزايد، وهذه هي مرحلة تزايد الغلة والتي يتزايد فيها الناتج الحدي (أو الناتج الإضافي) وهنا يكون الناتج المتوسط متزايداً أيضاً.

وبعد حد معين يبدأ الناتج الحدي في التناقص (عند تشغيل العامل السادس في المثال السابق)، وهنا تبدأ مرحلة تناقص الغلة حيث يتزايد الناتج الكلي بمعدل متناقص حتى يصل إلى أعلى مستوى له ثم يثبت (عند 112) حين يكون الناتج الحدي مساوياً للصفر. ومع الاستمرار في زيادة عدد العمال المشتغلين على المساحة الثابتة من الأرض يصبح الناتج الحدي سالباً ويتناقص الناتج الكلي. كما نجد أن الناتج المتوسط يأخذ في التناقص بعد حد معين بسبب تزايد الناتج الكلي بمعدل متناقص ثم تناقصه.

وبالاعتماد على الجدول السابق يمكن توضيح العلاقة بين الناتج الكلي والناتج الحدي على الوجه التالي:

(1) - أنه عند زيادة عدد العمال مع ثبات عنصر الأرض يتزايد الناتج الكلي في البداية بمعدل متزايد وسريع وهنا يكون الناتج الحدي متزايداً. ويصل الناتج الحدي إلى أعلى مستوى له عند توظيف العامل الخامس.

(2) - أن الناتج الكلي يتزايد ولكن بمعدل بطيء وكميات متناقصة بعد العامل الخامس أي أن الإضافات التي تحدث للناتج الكلي تتناقص فيزداد الناتج الكلي ولكن بمعدل متناقص.

منهج مادة اقتصاديات إنتاج زراعي / المرحلة الثالثة اقتصاد زراعي

(3) - يصل الناتج الكلي إلى أعلى مستوى له عند تشغيل العامل السابع ويثبت بعدها، وهنا يصل الناتج الحدي إلى الصفر حيث لا يكون هناك أي إضافة للناتج الكلي نتيجة توظيف العالم الثامن.

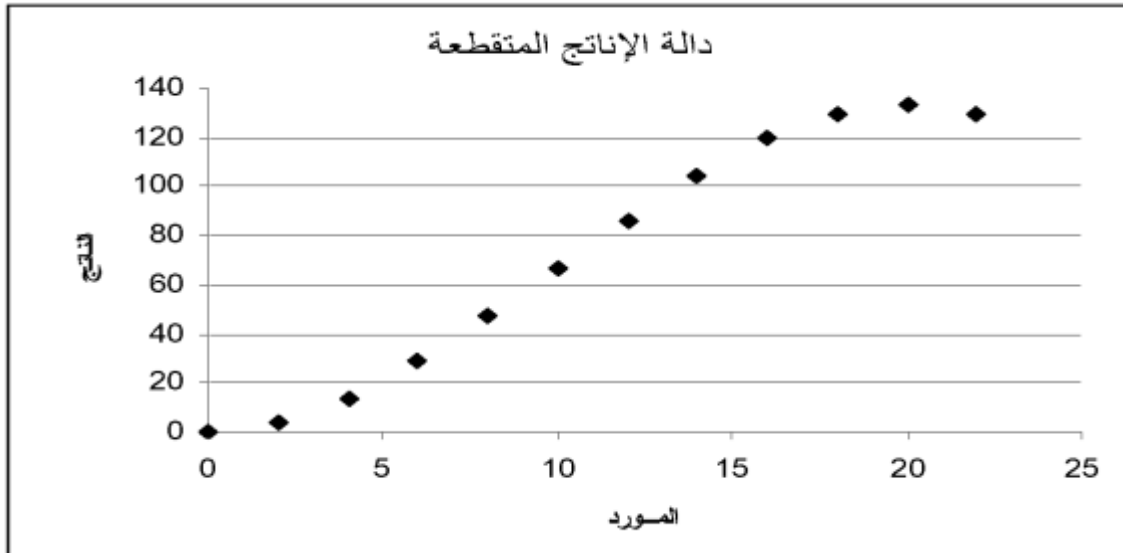
(4) - مع استمرار زيادة عدد العمال يتناقص الناتج الكلي ويصبح الناتج الحدي سالبا. وهنا مثال آخر يعبر عنه الجدول التالي:

الدالة الإنتاجية الكلاسيكية

5	4		3	2	1
مرونة الإنتاج $\frac{MPP}{APP}$	الناتج الحدي MPP		متوسط الناتج APP	الناتج Y	المورد X
$\frac{MPP}{APP}$	المتوسط	الفعلي			
-	-	0.0	-	0	0
1.9	1.9	3.6	1.9	3.7	2
1.8	5.1	6.4	3.5	13.9	4
1.8	7.5	8.4	4.8	28.8	6
1.6	9.1	9.6	5.9	46.9	8
1.5	9.9	10.0	6.7	66.7	10
1.5	9.9	9.6	7.2	86.4	12
1.1	9.1	8.4	7.5	104.5	14
0.8	7.5	6.4	7.5	119.5	16
0.5	5.1	3.6	7.2	129.6	18
0.0	1.9	0.0	6.7	133.3	20
-0.7	-2.1	-4.4	5.9	129.1	22

وبتوقيع بيانات العمود رقم 1 ورقم 2 من الجدول السابق نحصل على دالة الإنتاج

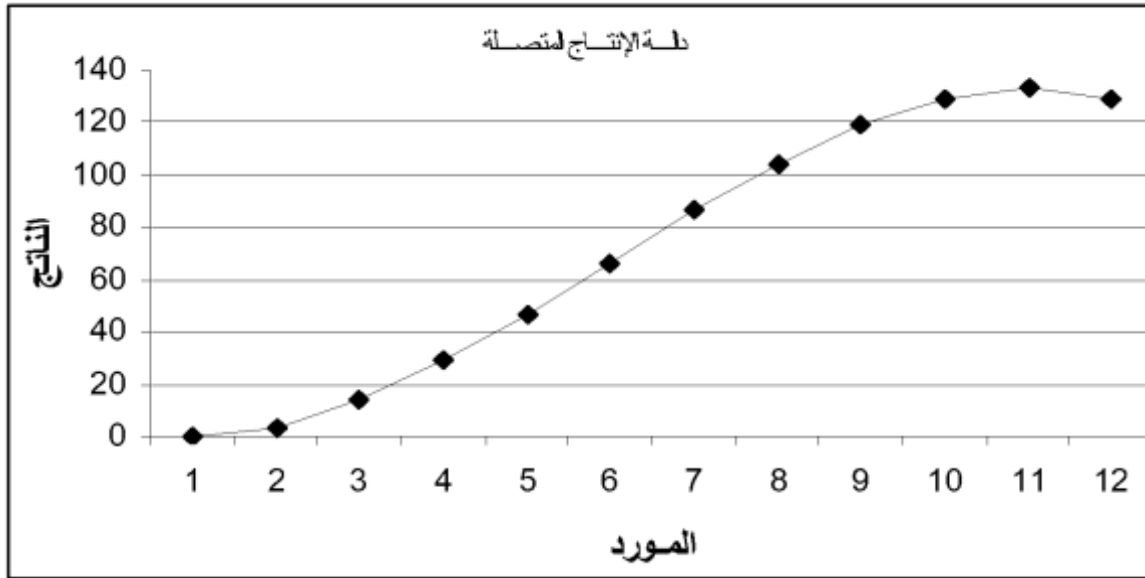
المتقطعة (**Discrete Production Function**) الموضحة في الشكل التالي:



وتشير دالة الإنتاج المتقطعة إلى عدم إمكانية تجزئة مورد الإنتاج وأفضل مثال لذلك

اعتبار (رجل/يوم) هي عنصر الإنتاج X فلا يمكن في هذه الحالة تجزئة العمالة، إلا إذا تغير من

(رجل/يوم) إلى ساعة عمل بشري وفي هذه الحالة يمكن تجزئة مورد الإنتاج وتحويل إلى دالة إنتاج متصلة (Continuous Production Function) كما في الشكل التالي:



ويتضح من الشكل أعلاه ان الناتج الكلي يساوي اصفراً عند عدم إضافة أي قدر من المورد المتغير إلى الموارد الثابتة، ثم يزداد الناتج بمعدل متزايد ثم بمعدل متناقص عند استمرار إضافة المورد المتغير. حتى يصل الناتج الكلي (Y) إلى (133.3) وحدة عند إضافة 12 وحدة من المورد المتغير X إلى الموارد الأخرى الثابتة، باستمرار إضافة وحدات المورد المتغير بعد ذلك فان الناتج الكلي ينخفض.

المشتقات الاقتصادية لدالة الإنتاج:

تتضمن الدالة الإنتاجية بعض المشتقات. وأهم تلك المشتقات التي لا يمكن للطلاب أو الباحث الاستغناء عنها في مجال اتخاذ القرارات في إضافة مورد أو الإنقاص منه والتي يمكن اشتقاقها من الدالة الإنتاجية هي:

1- الناتج المتوسط Average production

2- الناتج الحدي Marginal production

3- مرونة الإنتاج Elasticity of production

أولاً: الناتج المتوسط الفيزيقي: (APP) Average Physical Product

يتحدد الإنتاج المتوسط للمورد الإنتاجي من حاصل قسمة الإنتاج الكلي Y على عدد وحدات المورد المتغير المستخدمة للحصول على الناتج X. وبمعنى آخر فان:
من الجدول السابق نجد انه عندما $X=10$ فان الناتج الكلي $Y=66.7$ والناتج المتوسط

$$(APP = \frac{Y}{X} = \frac{TP}{X_i} = \frac{f(x|y)}{x} = \frac{66.7}{10} = 6.67)$$

هذا وتشير كلمة فيزيقي إلى المقياس بوحدات فيزيقية (كغم مثلاً) وليس بوحدات قيمية أو نقدية (ريال مثلاً).

هذا ويشير الناتج المتوسط الفيزيقي إلى معدل تحويل المورد إلى ناتج إذ من الشكل السابق يتضح ان الناتج المتوسط يصل إلى أقصاه عند الوحدة 15 من المورد المتغير وبعدها يبدأ الناتج المتوسط الفيزيقي في التناقص لان شكل منحنى الناتج المتوسط يعتمد على شكل منحنى الناتج الكلي الفيزيقي.

ويستخدم الناتج المتوسط عموماً لقياس مدى كفاءة المورد المتغير المستخدم في

العملية الإنتاجية إذ تزداد كفاءة المورد في بداية العملية الإنتاجية وينعكس ذلك على تزايد منحنى الناتج المتوسط الفيزيقي بمعدل أسرع، ثم يستمر الناتج المتوسط في الارتفاع ولكن بمعدل أقل مشيراً إلى ان كفاءة المورد وان كانت مازالت مرتفعة لأنها ليست كسابقتها حتى يصل الناتج المتوسط لأقصاه ثم تبدأ كفاءة المورد المتغير في التناقص مما ينعكس على منحنى الناتج المتوسط.

ثانياً: الناتج الحدي الفيزيقي: (MPP) Marginal production

يقاس الناتج الحدي الفيزيقي هندسياً بميل الخط الذي يمس دالة الإنتاج عند النقطة المقابلة لهذا المستوى من المورد المتغير. وعلى هذا فان الإنتاجية الحدية عند 10 وحدات من المورد المتغير تساوي ميل المماس لدالة الإنتاج الكلي عند هذا المستوى الموردي. ويلاحظ ان الناتج الحدي يصل لأقصاه عند هذه النقطة التي تسمى نقطة الانعكاس (Inflection Point) حيث ان ميل المماس عند هذه النقطة أكبر من أي ميل لمماس آخر عند أي نقطة أخرى على منحنى الناتج الكلي. يبدأ الناتج الحدي في التناقص حتى يصل إلى الصفر عندما يصل الناتج الكلي أقصاه. ويلاحظ ان الناتج الحدي يتزايد بمعدل متزايد عندما يكون شكل منحنى الناتج الكلي متزايد بمعدل متزايد أيضاً. كما ان معدل الزيادة في الناتج الحدي قد تكون متناقصة في بداية العملية الإنتاجية ومع ذلك نتوقع الا يمر منحنى الناتج الكلي بمرحلة الزيادة المتزايد بل يبدأ بالزيادة بمعدل متناقص خلال هذه المرحلة، اي ان شكل منحنى الناتج الحدي يتوقف إلى حد كبير على شكل منحنى الناتج الكلي.

ويعرف الناتج الحدي بأنه الزيادة في الناتج الكلي الراجعة إلى الزيادة في كمية المورد المتغير بوحدة واحدة (الوحدة لا تعني واحد صحيح) أي ان:

$$MPP = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{\partial TP}{\partial X} = \frac{\partial Y}{\partial X} = \frac{\partial f(X | Y)}{\partial X}$$

ومن الجدول السابق يلاحظ ان الناتج الحدي فيما بين الـ 10 و 12 للمورد المتغير هي:

$$MPP = \frac{86.4 - 66.7}{12 - 10} = \frac{19.7}{2} = 9.9$$

ومن ثم فإنه فيما بين الكميتين 10 و 12 من المورد المتغير فإن إضافة وحدة واحدة من المورد المتغير تؤدي إلى زيادة الناتج الكلي بالقدر 9.9 وحدة. كذلك نجد ان الناتج الحدي الفيزيقي بين الكميتين 20 و 22 هي:

$$MPP = \frac{129.1 - 133.3}{22 - 20} = \frac{-4.2}{2} = -2.1$$

ومن ثم فإن القيمتين 20 و 22 من المورد المتغير فإن إضافة وحدة واحدة من المورد المتغير تؤدي إلى انخفاض الناتج الكلي بالقدر 2.1 وحدة أي بمعنى سالبه الناتج الحدي. وهذا مساوٍ تماماً لميل منحنى دالة الإنتاج الكلي، وعليه فإنه يمكن بالتعويض عن X بمستويات مختلفة من المورد للحصول على مستويات مختلفة للناتج الحدي الفيزيقي.

ثالثاً: مرونة الإنتاج (E):

تستخدم مرونة الإنتاج لتقدير درجة استجابة الناتج Y للتغير في المورد المتغير X أي هي عبارة عن التغير النسبي في المتغير التابع Y مقسوماً على التغير النسبي في المتغير المستقل X وعلى ذلك فإن:

المرونة الإنتاجية = مرونة منحنى الناتج الكلي = التغير النسبي في الناتج / التغير النسبي في مورد الإنتاج

ويعبر عن ذلك رياضياً كما يلي:

$$\begin{aligned} E &= \frac{\Delta Y}{Y} \div \frac{\Delta X}{X} \\ &= \frac{\Delta Y}{\Delta X} \div \frac{Y}{X} \\ &= \frac{MPP}{APP} \end{aligned}$$

هذا وتستخدم مرونة الإنتاج عادة في توضيح مراحل الإنتاج الثلاث كما سيأتي ذكر ذلك عند شرح قانون تناقص الغلة فيما بعد.

وعليه فمن الجدول السابق يمكن الحصول على مرونة الإنتاج القوسية (Arc Elasticity) بقسمة متوسط الناتج الحدي على الناتج المتوسط.

أما مرونة النقطة (Point Elasticity) فيتم حسابها بقسمة الناتج الحدي الفعلي على الناتج المتوسط.

قانون تناقص الغلة والمراحل الثلاثة للإنتاج: Law of Diminishing Returns

لقد طور قانون تناقص الغلة Law of Diminishing Returns بواسطة الاقتصاديين السابقين ليصف العلاقة بين الناتج ومورد واحد متغير عندما تكون الموارد الأخرى ثابتة.

وينص القانون على أنه عند ثبات جميع العناصر الإنتاجية عند مستوى معين فيما عدا عنصر واحد فإن استخدام وحدات متتالية ومتساوية من هذا العنصر في العملية الإنتاجية يؤدي إلى ازدياد الناتج الكلي بمعدل متزايد إلى أن يبلغ القدر المستخدم من العنصر حداً معيناً يأخذ الناتج الكلي بعده في الازدياد بمعدل متناقص، وبالاتمرار في زيادة وحدات العنصر المتغير يتم الوصول إلى حداً آخر يأخذ الناتج الكلي بعده في التناقص.

ولشرح قانون تناقص الغلة نفترض أن وحدات متساوية من مدخل متغير (العمل) قد أضيفت إلى مدخل ثابت (كمية من عنصر الأرض) وتم الحصول على البيانات التالية:

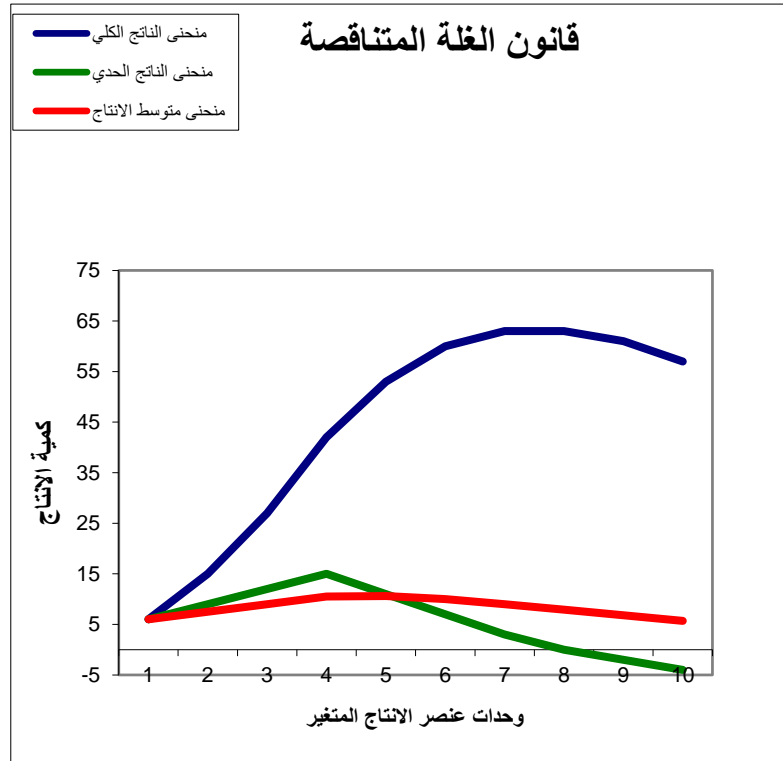
مراحل قانون تناقص الغلة	(5) الإنتاج الفيزيقي المتوسط للعمل	(4) الإنتاج الفيزيقي الحدي للعمل	(3) الإنتاج الكلي الفيزيقي	(2) العمل	(1) الأرض
المرحلة الأولى	3	4	3	1	1
	3	5	7	2	1
	4	4	12	3	1
المرحلة الثانية	4	3	16	4	1
	3.80	2	19	5	1
	3.50	1	21	6	1
	3.14	0	22	7	1
المرحلة الثالثة	2.75	1-	22	8	1
	2.33	6-	21	9	1
	1.50	-	15	10	1

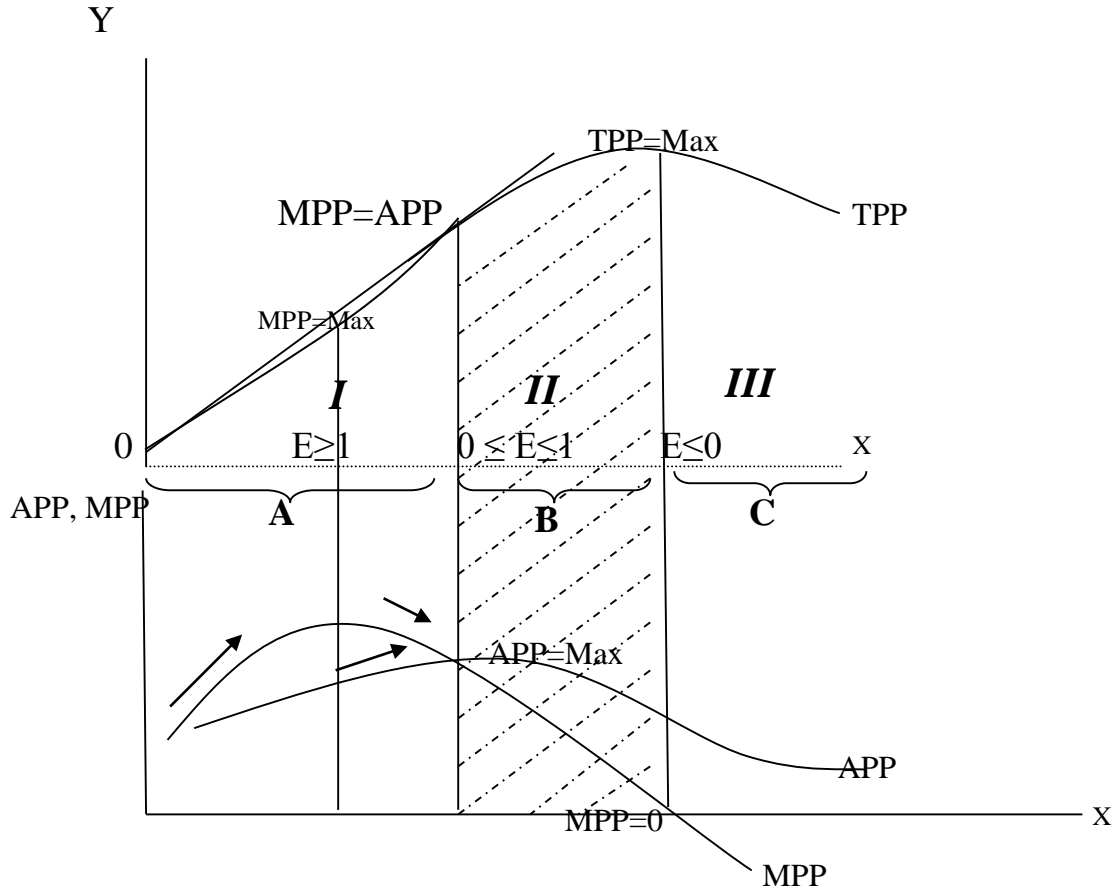
وعرف الناتج الحدي الفيزيقي **MPP** لمورد ما بأنه الزيادة في الناتج الكلي الناشئة عن زيادة الكمية المستخدمة من المدخل المتغير بمقدار وحدة واحدة لكل وحدة زمنية معينة

ويبين العمود (4) من الجدول السابق كيفية احتساب **MPP**. أما العمود (5) من نفس الجدول فيبين الإنتاج الفيزيقي المتوسط **APP** للمدخل المتغير أي العمل وهو عبارة عن إجمالي الإنتاج مقسوماً على عدد الوحدات المستخدمة من المدخل المتغير (العمل).

ودمج أفكار إنتاجية الموارد والعوامل المحددة فإنه يصبح من الممكن توضيح صورة الدالة الإنتاجية.

إن الكمية الكلية من الإنتاج المنتج نتيجة لمدخل متغير تعرف بالإنتاج الكلي الفيزيقي **TPP** وشكله العام يشبه تل صغير، وزيادة العائد بمعدل متزايد يتضح عند بداية الإنتاج حتى استخدام الوحدة الثالثة من العامل المتغير، ثم يبدأ الإنتاج الكلي في الزيادة بمعدل متناقص حتى الوحدة السابعة من العامل المتغير ثم يصل إلى أعلى مستوى له باستخدام الوحدة السابعة ثم يبدأ في التناقص بعد ذلك. بسبب العوامل الغير مساعدة (الضارة) والتي تتواجد نتيجة لزيادة المدخل المتغير (عنصر الإنتاج المتغير).





شكل (1): منحنيات الإنتاج والمرونات الإنتاجية ومراحل الإنتاج.

مراحل الإنتاج:

يمكن تقسيم المراحل الإنتاجية لدالة الإنتاج السابقة إلى ثلاث مراحل انطلاقاً من قواعد فنية واقتصادية.

المرحلة الأولى:

تبدأ من النقطة التي تكون فيها الوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج المتغير مساوية للصفر وتنتهي بالنقطة التي يكون فيها متوسط الإنتاج في أعلى قمة له.

المرحلة الثانية:

تبدأ من نهاية المرحلة الأولى وتنتهي بالنقطة التي يكون فيها الناتج الحدي مساوياً للصفر.

المرحلة الثالثة: تبدأ من نقطة نهاية المرحلة الإنتاجية الثانية.

أمثلة وتمارين محلولة:

مثال (1) إذا توفرت لك دالة الإنتاج التالية: $Y = X + 4X^2 - 0.2X^3$

جد: مستوى X و Y عندما يصل كل من AP ، MP ، TP الى أقصاه راسما الشكل البياني الناتج عن ذلك مع التفسير بموجب النتائج التي توصلت اليها؟

$$AP = Y / X = 1 + 4X - 0.2X^2 \dots\dots\dots (1) / ج$$

$$MP = \partial Y / \partial X = 1 + 8X - 0.6X^2 \dots\dots\dots (2)$$

ولاستخراج مستوى X عندما يصل MP الى أقصاه نشق معادلة MP وكالاتي:

$$\partial MP_X / \partial X = 8 + 1.2X = 0 : X = 8 / 1.2 = 6.66$$

مستوى X عندما يصل MP الى أقصاه.
ثم نستخرج مستوى X عندما يصل AP الى أقصاه باشتقاق معادلة AP وكالاتي:

$$AP / \partial X = 4 - 0.4X = 0 : X = 10 \partial$$

مستوى X عندما يصل AP الى أقصاه.

وللحصول على مستوى X عندما يصل TP الى أقصاه يمكن الاستفادة من معادلة MP لأنه عندما MP يصل الى الصفر يكون TP قد وصل الى أقصاه وكالاتي:

$$MP_X = 1 + 8X - 0.6 X^2 = 0$$

وبحل هذه المعادلة التربيعية بطريقة الدستور بعد ترتيبها وضربها بـ 1 نحصل على:

$$0.6X^2 - 8X - 1 = 0$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$X = \frac{8 \pm 8.148}{1.2}$$

$$X = \frac{8 + 8.148}{1.2} = 13.45$$

مستوى X عندما يصل TP الى اقصاه.

او

$$X = \frac{8 - 8.148}{1.2} = - .120$$

يهمل

ولمعرفة قيم Y عندما يصل كل من TP، AP، MP الى اقصاه نعوض قيم X التي حصلنا عليها عند المستويات السابقة في معادلات TP، AP، MP سنحصل على قيمها وكالاتي:

$$AP_X = 1 + 4X - 0.2 X^2 = 1 + 4(10) - 0.2 (10)^2 = 1 + 40 - 20 = 21$$

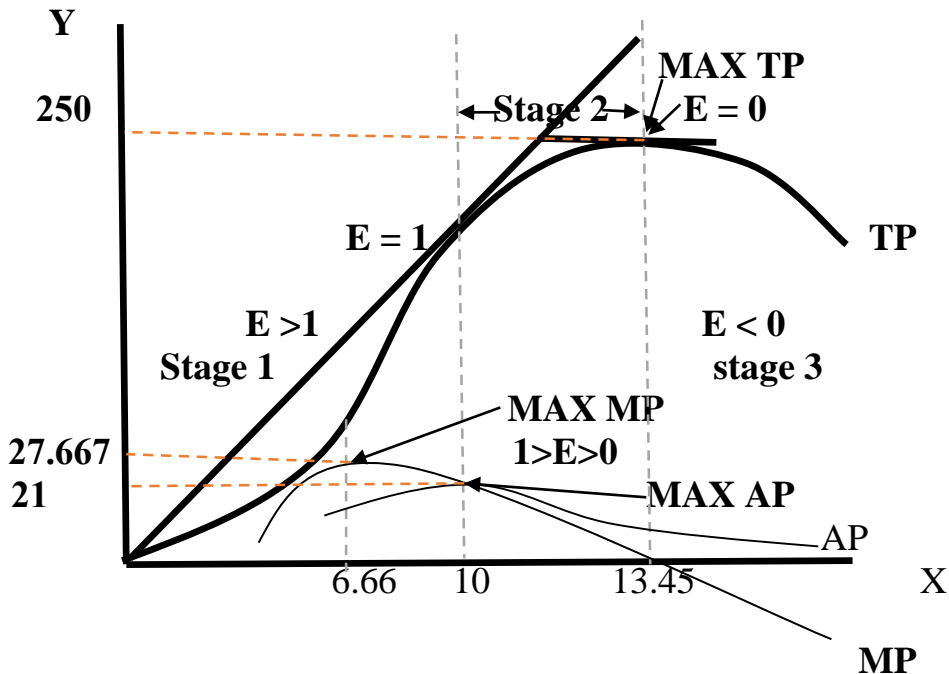
مستوى Y عندما يصل AP الى اقصاه.

$$MP_X = 1 + 8X - 0.6X^2 = 1 + 8(6.66) - 0.6(6.66)^2 = 1 + 53.28 - 26.61 = 27.667$$

مستوى Y عندما يصل MP الى اقصاه.

$$TP_X = X + 4X^2 - 0.2 X^3 = 13.45 + 4(13.45)^2 - 0.2(13.45)^3 = 13.45 + 723.61 - 486.62 = 250$$

مستوى Y عندما يصل TP الى اقصاه.



شكل () يبين مستويات X ومستويات Y عندما يصل كل من TP، MP، AP الى اقصاه وهذا يعني بالإمكان زيادة كميات X حتى تصل الى X= 13.45 حيث يصل TP الى اقصى

حد وبعد هذا المستوى 13.45 عند زيادة كمية X عن هذا الحد فان الإنتاج سينخفض وسيستمر بالانخفاض بزيادة كمية X وهذا يعني زيادة تكاليف الإنتاج مع نقص في كمية الإنتاج , الامر الذي يجعل العائد الصافي يتناقص باستمرار بالإضافة من عنصر الإنتاج X وبذلك تكون هذه المنطقة غير منطوية (اقتصادية) وهذا بالمرحلة الثالثة , اما بالمرحلة الثانية فان زيادة كمية X عن المستوى 10 سيجعل الإنتاج يزداد كلما اضفنا كميات متتالية من X الى ان يصل الى المستوى 13.45 تصبح الإضافة عن هذا الحد غير مجدية وعلية يجب التوقف عند هذا المستوى ويعتبر هذا افضل مستوى يصل اليه المنتج لتعظيم انتاجه وان المنطقة المحصورة بين (10 , 13.45) هي المنطقة الرشيدة (الاقتصادية) , اما مستوى الإنتاج عندما تكون كمية X محصورة بين (0 - 6.66) فهي تستوجب زيادة كمية X لان زيادة X تؤدي لزيادة الإنتاج وكميات متزايدة كلما زادت كمية X ولا يصح التوقف عن الإضافة لان عنصر الإنتاج مازال بالإمكان الاستفادة من خواصه الفيزيقية.

دالة الإنتاج [العلاقة بين عناصر الإنتاج وحجم الإنتاج]:

إن إنتاج السلعة أو الخدمة في أي مشروع يتم عن طريق استخدام أكثر من عنصر من عناصر الإنتاج، ويتوقف حجم الإنتاج على كمية عناصر الإنتاج المستخدمة. ودالة الإنتاج Production Function تعبر عن العلاقة بين حجم الإنتاج وكمية عناصر الإنتاج المستخدمة، ويمكن التعبير عن دالة الإنتاج كالاتي:

$$Q = f(L, K)$$

حيث (Q) أي حجم الإنتاج دالة في كمية المستخدم من عناصر الإنتاج، مثل عنصر العمل (L) ورأس المال (K)... وهذا يعني أن حجم الإنتاج من السلعة التي ينتجها المشروع يتوقف على كمية المستخدم من عناصر الإنتاج. وعلى ذلك فإن حجم الإنتاج (Q) يكون هو المتغير التابع في دالة الإنتاج بينما يمثل المستخدم من عناصر الإنتاج L، K، المتغيرات المستقلة في الدالة.

ويمكن زيادة حجم الإنتاج في المشروع أو المنشأة بطريقتين:

الطريقة الأولى:

أن يتم زيادة حجم الإنتاج من السلعة التي ينتجها المشروع عن طريق زيادة كمية المستخدم من أحد عناصر الإنتاج (أو بعضها) مع ثبات عناصر الإنتاج الأخرى. ويحدث ذلك في المدى القصير Short Run وهو المدى أو الفترة الزمنية التي لا يتمكن فيها المشروع من تغيير جميع عناصر الإنتاج المستخدمة وإنما يتمكن من تغيير بعضها فقط، بحيث إذا أراد زيادة حجم ما ينتج من السلعة فإنه يلجأ إلى زيادة كمية المستخدم من بعض عناصر الإنتاج مثل عنصر العمل أو كمية المستخدم من المواد الأولية بينما يبقى حجم المشروع ثابتاً وتبقى عناصر الإنتاج الأخرى مثل رأس المال الثابت من آلات ومعدات ومباني ثابتة.

الطريقة الثانية:

أن يتم زيادة الإنتاج عن طريق زيادة حجم المشروع بالكامل بحيث يتم زيادة جميع عناصر الإنتاج المستخدمة بنفس النسبة. ويحدث ذلك في المدى الطويل Long Run وهو المدى أو

الفترة الزمنية التي تكفي لتغيير جميع عناصر الإنتاج المستخدمة في المشروع وبالتالي تغيير الطاقة الإنتاجية وحجم المشروع بالكامل.

تحديد المرحلة الاقتصادية:

تعد المرحلة الثانية من مراحل الإنتاج هي المرحلة الاقتصادية التي يتحدد فيها عدد العمال المستخدمين في المشروع وذلك على أساس المقارنة بين قيمة ما ينتجه العامل الإضافي أي قيمة ما يضيفه للدخل الكلي في المشروع وبين قيمة التكلفة التي يتحملها المشروع لتشغيل هذا العامل الإضافي. بعبارة أخرى يحدد المشروع عدد العمال المستخدمين عند المستوى الذي يتساوى عنده قيمة الإيراد الحدي للعمل مع التكلفة الحدية للعمل. فطالما أن الإيراد الحدي للعمل (ما يضيفه العامل الإضافي للدخل أو الإيراد الكلي) يزيد عن التكلفة الحدية للعمل (ما يكلفه المشروع لتشغيل العامل الإضافي) فإن المشروع يستمر في زيادة عدد العمال المشغولين ويتوقف عند المستوى الذي يتحقق فيه التوازن أو التساوي بين الإيراد الحدي للعمل (ويساوي قيمة الناتج الحدي للعمل في أسواق المنافسة الكاملة) والتكلفة الحدية للعمل (تتوقف أساساً على أجر العامل).

وعموماً يمكن تلخيص خصائص المراحل الإنتاجية الثلاث الواردة في الشكل السابق كما يلي:
تتسم المرحلة الأولى بالتالي:

- 1- الناتج الكلي يساوي الصفر عندما تكون كمية المورد المتغير مساوية للصفر.
- 2- يزداد الناتج بمعدل متزايد ثم بمعدل متناقص.
- 3- الناتج الحدي يتزايد ويكون أعلى من الناتج المتوسط ويصل لأقصى قيمة ثم يهبط.
- 4- الناتج المتوسط يتزايد ولكن أقل من الناتج الحدي.
- 5- يتساوى الناتج الحدي مع الناتج المتوسط عند نهاية المرحلة الأولى وعندما يصل الناتج المتوسط لأقصاه.
- 6- مرونة الإنتاج للمورد المتغير تكون أكبر من الواحد الصحيح (الناتج الحدي يتزايد بمعدل متزايد) أو أقل من الواحد الصحيح (ناتج حدي يتزايد بمعدل متناقص).

تتسم المرحلة الثانية بالتالي:

- 1- الناتج الكلي يتزايد بمعدل متناقص حتى يصل إلى قمته في نهاية المرحلة الثانية.
- 2- الناتج الحدي ينخفض وكذلك الإنتاج المتوسط.

- 3- الناتج الحدي يكون أقل من الإنتاج المتوسط أثناء الانخفاض.
- 4- الناتج الحدي يصل إلى الصفر عندما يصل الناتج الكلي إلى حده الأقصى.
- 5- مرونة الإنتاج للمورد المتغير أقل من الواحد وأكبر أو تساوي الصفر ($0 \leq E \leq 1$)

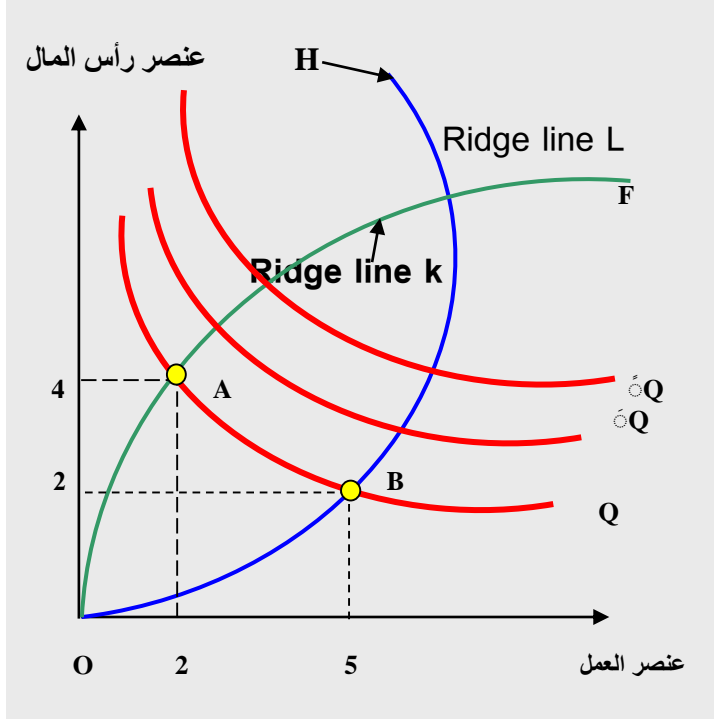
تتسم المرحلة الثالثة بالتالي:

- 1- الإنتاج الكلي يتناقص.
- 2- الإنتاج المتوسط يتناقص ولكن لا يصل إلى الصفر.
- 3- الناتج الحدي يتناقص بعد ان يكون قد وصل إلى الصفر أي يقع في منطقة الإنتاج السالب.
- 4- مرونة الإنتاج للمورد المتغير أقل من الصفر ($E < 0$).

التمثيل البياني لدالة الإنتاج في المدى الطويل:

يمكن التعبير بيانياً عن دالة الإنتاج في المدى الطويل باستخدام منحنيات سواء تسمى منحنيات الناتج المتساوي Production Iso-quants. ومنحنى الناتج المتساوي يعبر عن مستوى معين ثابت من الناتج يمكن الحصول عليه باستخدام توليفات مختلفة من عناصر الإنتاج (عنصر العمل وعنصر رأس المال مثلاً).

يبين الرسم عدة منحنيات للناتج المتساوي وهي المنحنيات Q ، Q_0 ، Q_1 ليعبر كل منحنى منها عن مستوى معين ثابت من ناتج السلعة التي ينتجها المشروع، فمثلاً المنحنى (Q) يعبر عن حجم معين من الناتج (10 وحدات مثلاً) يمكن إنتاجه باستخدام توليفات مختلفة من عنصري العمل ورأس المال. النقطة (A) الواقعة على المنحنى (Q) تدل على أن تحقيق هذا الحجم من الناتج يتم باستخدام توليفة مكونة من 2 وحدة عمل، و4 وحدات رأس مال. أما النقطة (B) الواقعة على نفس المنحنى فتدل على أن إنتاج نفس مستوى الناتج تم باستخدام توليفة أخرى من عناصر الإنتاج مكونة من 5 وحدات عمل، و2 وحدة من رأس المال، أي أن التحرك على منحنى الناتج المتساوي من أعلى إلى أسفل جهة اليمين يعني إحلال عنصر العمل محل رأس المال في عملية إنتاج السلعة.



هذا ويتم إحلال عنصر محل آخر على أساس معدل يعرف بالمعدل الفني للإحلال Technical Rate of Substitution أو معدل الإحلال الحدي بين عناصر الإنتاج. فمثلاً المعدل الحدي لإحلال عنصر العمل محل عنصر رأس المال $\frac{\Delta K}{\Delta L}$ أي التنازل عن وحدة واحدة من رأس المال مقابل الزيادة بوحدة واحدة من العمل

ويعرف بأنه الكمية من عنصر رأس المال التي يمكن أن يحل محلها وحدة واحدة من عنصر العمل للحصول على نفس المستوى من الناتج.

والمعدل الحدي لإحلال العمل محل رأس المال هو نفسه يمثل ميل منحنى الناتج المتساوي عند نقطة معينة، وهو ميل سالب لأن زيادة استخدام عنصر العمل يكون مقترناً بنقص استخدام العنصر الآخر وهو عنصر رأس المال.

ويقل ميل منحنى الناتج المتساوي كلما انتقلنا على المنحنى من أعلى إلى أسفل أي كلما اتجه المشروع إلى إحلال عنصر العمل محل عنصر رأس المال، حيث تقل نسبة الإنتاجية الحدية للعمل إلى الإنتاجية الحدية لرأس المال كلما زادت الكمية المستخدمة من العمل وقلت الكمية المستخدمة من رأس المال، فميل منحنى الناتج المتساوي (نسبة التغير في المستخدم من رأس المال إلى المستخدم من العمل) هو نفسه يعبر عن نسبة الإنتاجية الحدية للعمل إلى الإنتاجية الحدية لرأس المال.

وعلى ذلك يلاحظ أن منحنى الناتج المتساوي يكون محدباً تجاه نقطة الأصل. وإذا ارتفع منحنى الناتج المتساوي إلى أعلى من (Q) إلى (Q̄) إلى (Q̄̄) فهذا يدل على زيادة حجم الإنتاج في المشروع والذي يتم من خلال زيادة الكمية المستخدمة من العنصرين معا في المدى الطويل.

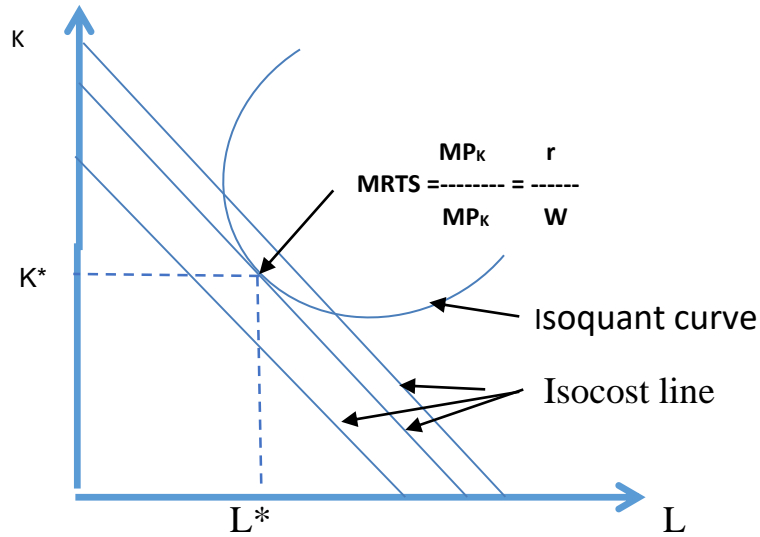
ويلاحظ أيضاً أن الانتقال من نقطة إلى أخرى على نفس منحنى الناتج المتساوي أي إحلال عنصر محل آخر في عملية الإنتاج تكون في حدود معينة في المنطقة المحصورة بين الخطين الحرجين (OH)، (OF) في الرسم، أما خارج هذه الحدود الاقتصادية فتكون عملية الإحلال بين عنصرَي الإنتاج عملية غير اقتصادية حيث تصل الإنتاجية الحدية للعنصر المتزايد إلى الصفر، مما يعني سوء استغلال للموارد وعناصر الإنتاج لكون زيادة الكمية المستخدمة من العنصر لا يترتب عليها حدوث أي إضافة في مستوى الناتج الكلي من السلعة.

ومع زيادة الكميات المستخدمة من عناصر الإنتاج في المشروع يزداد حجم الإنتاج ويرتفع منحنى الناتج المتساوي إلى أعلى، ويمكن أن يزداد الإنتاج بنسبة أكبر من نسبة الزيادة في عناصر الإنتاج وهذه هي حالة تزايد الغلة مع الحجم. هذا وقد يزداد الإنتاج بنسبة أقل من الزيادة في عناصر الإنتاج فنكون أمام حالة تناقص الغلة مع الحجم، أما حالة ثبات الغلة مع الحجم فهي التي يزداد فيها الناتج بنفس نسبة الزيادة في عناصر الإنتاج.

المعدل الحدي للإحلال (Marginal Rate of Technical Substitution)

يعرف بأنها كمية مورد رأس المال الذي يمكن أن تتنازل عنه المنشأة بزيادة كمية العمل المستخدم بمقدار وحدة واحدة بحيث يستمر بقاءه على نفس منحنى الناتج المتساوي. أو يبين عدد الوحدات التي تم التخلي عنها من أحد عناصر الإنتاج عند إضافة وحدة واحدة من عنصر إنتاجي آخر، بحيث يبقى مستوى الإنتاج كما كان سابقاً.

وهو أيضاً نسبة الإحلال بين عنصري الإنتاج لكل من رأس المال (K) والعمل (L)، حيث أن معدل الإحلال الحدي (MRTS) يساوي $(-dL/dK)$ وهذه النسبة تمثل ميل منحنى الناتج المتساوي عند أي نقطة واقعة عليه في الجزء السالب منه ويسمى أيضاً بمعدل الإحلال الفني، ويساوي أيضاً الناتج الحدي لعنصر العمل مقسوماً على الناتج الحدي لعنصر رأس المال، ويساوي النسبة السعرية لعنصري الإنتاج $(w \setminus r)$ ، حيث (w) سعر العمل و (r) سعر الفائدة على رأس المال.



أما إذا أريد تحديد المزيج الأمثل من عنصري الإنتاج الذي يعظم الأرباح التي يحصل عليها المنتج سواء كان ذلك في حالة تعظيم الإنتاج عند وضع قيد على كلفة معينة أو تدنيه التكاليف عند وضع قدر معين من الإنتاج حيث أن:

$$MRS_{L, K} = - \frac{dK}{dL} = \frac{MP_K}{MP_L} = \frac{r}{w}$$

ويعبر عن معدل الإحلال الحدي في هذه الحالة بقسمة الإنتاجية الحدية للرأس المال على إنتاجية الحدية للعمل عندما يزداد العمل وينقص رأس المال.
ويمتاز معدل الإحلال الحدي الفني بالتناقص كلما تناقصت وحدات رأس المال وازدادت وحدات العمل لتحقيق مستوى ثابت من الإنتاج، ولتزايد أهمية رأس المال المضحي بها مقابل الحصول على وحدة واحدة من العمل.

مثال: () إذا توفرت لك دالة الإنتاج التالية متكونة من عنصري الإنتاج L, K :

$$Y = 4 + 3L - 5L^2 + 7K - 3K^2$$

جد:

- 1- المعدل الحدي للاستبدال RTS لكل من L, K .
- 2- مرونة الاستبدال Elasticity of substitution.

ج/

$$1-RTS = MP_L / MP_K \quad -1$$

$$MP_L = 3 - 10L = 0, \quad MP_K = 7 - 6K = 0$$

$$RTS_{K,L} = \frac{3-10L}{7-6K}$$

$$2-E = MPL / APL, \quad E = MP_K / AP_K \quad -2$$

$$MP_L = 3 - 10L, \quad APL = 3 - 5L$$

$$\therefore E = 3 - 10L / 3 - 5L = 2$$

$$MP_K = 7 - 6K, \quad AP_K = 7 - 3K$$

$$E = 7 - 6K / 7 - 3K = 2$$

الكفاءة الاقتصادية (Economic efficiency)

يقصد بالكفاءة الاستخدام الأمثل للموارد الإنتاجية المتاحة للمجتمع، لإنتاج أكبر قدر ممكن من السلع والخدمات. ويمكن التمييز بين نوعين من الكفاءة، وهما الكفاءة الفنية والكفاءة الاقتصادية.

إذ تشير الكفاءة الفنية (Technical Efficiency) حسب مقياس (Farrell) إلى اختيار دالة الإنتاج التي تتلاءم مع فعاليات الوحدة الإنتاجية والأنشطة الفعلية كافة سواء في مجال القطاع الزراعي أم القطاع الصناعي، كما وينظر إلى الكفاءة الفنية ليس باعتبارها مقياس لمدى الكفاءة فقط ولكنها أيضاً مؤشراً للتنمية الاقتصادية.

كما أن الكفاءة الفنية تقيس درجة نجاح الوحدة الاقتصادية في استغلال الموارد الاقتصادية المتاحة. وبذلك يتعظم الناتج بالنسبة لكل وحدة من المدخلات المستخدمة. وعليه فإن مفهوم الكفاءة الفنية هي مفهوم هندسي صرف مجرد تماماً من أثر الاسعار، ومن محددات الكفاءة الفنية هي القابلية الإدارية (Managerial ability) والعناصر الطبيعية (المادية) كخصائص التربة، والعوامل الاقتصادية، والاجتماعية، والسياسية، وعوامل عشوائية مثل الظروف الجوية.

ويمكن للكفاءة الفنية ان تتحقق بواسطة خمس علاقات مختلفة وهي:

- 1- (زيادة الإنتاج والمدخلات، لكن الزيادة في المدخلات input أقل نسبياً من الزيادة في الإنتاج output)
- 2- (زيادة الإنتاج output مع بقاء المدخلات input على حالها دون تغير)
- 3- (زيادة الإنتاج out put في حين يتم تقليل المدخلات input)
- 4- (يبقى الإنتاج output على حاله بينما تقلل المدخلات input)
- 5- (تناقص الإنتاج output في حين يكون مستوى الانخفاض في المدخلات أكبر).

أما الكفاءة الاقتصادية فهي نسبة قيمة الناتج إلى قيمة عناصر الإنتاج. فالعملية الانتاجية التي تعطي ناتجاً ذو قيمة أكبر من قيمة عناصر الإنتاج فهي ذات كفاءة اقتصادية وإن الاختيار الأمثل للمدخلات يأخذ فكرة الكفاءة الاقتصادية.

كما يمكن تناول موضوع الكفاءة الاقتصادية بكونها تشير إلى التوليفة الموردة المثلى التي يحقق من خلالها تعظيم أهداف الفرد والمجتمع، ويمكن تعريفها في ضوء شرطين هما الشرط الضروري (Necessary Condition) والشرط الكافي (Sufficient Condition) إذ أن الشرط الضروري يتعلق بمراحل الإنتاج ويتحقق في حالتين.

أولهما توافر امكانية الحصول على مقدار الناتج نفسه باستخدام كميات أقل من الكمية المستخدمة من الموارد الإنتاجية، والأخرى عدم توافر إمكانية تدفق مستوى أكبر من الناتج باستخدام كميات الموارد المستخدمة نفسها ويتفق هذا الشرط مع المرحلة الثانية من مراحل الإنتاج عندما تكون مرونة الإنتاج (E):

$$0 \leq E \leq 1$$

أي أن الشرط الضروري يشير إلى العلاقة المادية فقط، وعند معرفة علاقة المورد- الناتج، فهناك توليفات مختلفة يتحقق من خلالها هذا الشرط، لهذا السبب سنحتاج الى الشرط الاخر لاختيار التوليفة الموردية المناسبة من التوليفات المختلفة، وهو الشرط الكافي الذي يمثل هدف الفرد والمجتمع، وأنه شرط موضوعي بطبيعته ويختلف باختلاف أهداف الوحدة الإنتاجية، ويسمى هذا الشرط بمؤشر الاختيار (Choice Indicator) الذي يساعد الإدارة في تحديد الكميات المستخدمة من المدخلات وبما يتفق مع أهدافه.

ومما سبق يمكن القول بأن تحقيق الكفاءة الاقتصادية في استخدام الموارد يتم عند استخدام تلك الموارد بطريقة تحقق الهدف المطلوب من العملية الإنتاجية، سواء كان الهدف تعظيم الأرباح أم تدني التكاليف ام تعظيم العائد.

معيار استخدام الكفاءة الاقتصادية:

في ظل الحاجة الى معايير يتم من خلالها الحكم على اداء السياسة المالية في الدولة يستخدم علماء الاقتصاد معيار الكفاءة الاقتصادية بوصفه أحد المعايير الأساسية التي من خلالها يتم تقويم فاعلية الموازنة العامة. فالكفاءة الاقتصادية تشير الى العلاقة بين المخرجات والمدخلات وذلك من خلال انجاز الكثير بأقل ما يمكن، اي انها تعني استخدام الموارد الاقتصادية بالكيفية التي تعظم المردود الاقتصادي والاجتماعي من ذلك الاستخدام للوصول الى أعظم مستوى ممكن من الناتج الاجمالي وتحقيق معدل مقبول للنمو والعمل على تحقيق وانتاج تشكيلة مثلى من السلع والخدمات التي تتيح اقصى درجات الاشباع للحاجات الفردية والمجتمعية.

فالدولة تستطيع تحقيق الكفاءة عند تخصيص الموارد من خلال تحقيق ما يعرف بشرط سامولسون لمواجهة الفشل الحكومي اي ان هناك حاجة ماسة للتوفيق بين التدخل الحكومي لمعالجة الفشل السوقي وبين ضمان ان يكون هذا التدخل هو الاكفاء

- فالنظام الاقتصادي يسمى نظاماً اقتصادياً كفوئاً إذا تحقق فيه ما يلي:--
- 1- لا يمكن تحسين فرد دون ان يؤثر ذلك على شخص اخر اي جعل شخص اخر أسوأ.
 - 2- لا يمكن الحصول على ناتج اكثر بدون زيادة كمية المدخلات .
 - 3- العملية الانتاجية عند اقل وحدة تكاليف ممكنة.

وتجدر الاشارة الى ان هناك اختلافاً بين كلاً من مفهوم الكفاءة ومفهوم الكفاية مفهوم الكفاءة **Efficiency** يعني كما تم ذكره درجة المهارة في تحويل المدخلات الى مخرجات بأفضل وانسب الاشكال من حيث التكاليف والجودة والوقت أما مفهوم الكفاية **Sufficiency** فيقتصر مدلولها على الكفاية العددية للمعروض من مورد او سلعة او خدمة مقارنة بحجم الطلب عليها . وعلى الرغم من ان مجال استخدام الكفاءة كان في بادئ الامر محدود واقتصر على المجالات التقنية المتعلقة بكيفية استخدام الآلات والمعدات من خلال مقارنة الانتاج المتحقق مع الطاقة القصوى لتلك الآلات الا ان مفهوم الكفاءة انتشر بفضل التطور العلمي والبحوث والدراسات وتطور الاساليب والنماذج العلمية. لذلك ظهرت عدة مفاهيم للكفاءة مثل كفاءة الأداء، الكفاءة الفنية، الكفاءة الانتاجية، الكفاءة الاقتصادية ... الخ من المفاهيم التي تعكس ذلك التطور والكفاءة في القطاعات الانتاجية الخاصة تختلف عن الكفاءة في القطاعات العامة فالكفاءة الاقتصادية في القطاعات الخاصة قد تستخدم معايير لا تتوافق مع تلك التي في القطاع العام، فقد يستخدم معيار الانتاجية او معيار القيمة المضافة او معيار العائد على الاستثمار وهكذا بالطبع على سبيل المثال لا الحصر

وبالتالي فهناك مجموعة من الشروط الواجب استيفائها لتحقيق الكفاءة الاقتصادية ويمكن توضيحها بالاتي-

- 1- الاستخدام الكامل للموارد الاقتصادية
- 2- التخصيص الكفاء للموارد الاقتصادية
- 3- تحقيق الانتاجية
- 4- تحقيق الكفاءة الاستثمارية

كيفية الحصول على حجم الإنتاج الأمثل وحجم الإنتاج المعظم للربح:
الحجم الأمثل للإنتاج المدنى للتكاليف:

لتحقيق الأمثلية فى الإنتاج يتحتم على المنشأة ان تتخذ ما يلى:

- 1- تحقيق أدنى تكلفة لتوليفة عناصر الإنتاج التي تمكن المنشأة من تحقيق مستوى معين من الإنتاج.
- 2- تحقيق توليفة عناصر الإنتاج التي تعظم الإنتاج عند تكلفة معينة.

ولتحقيق الشرط الأول (تدنية الكلفة) تتحقق عندما يكون ميل منحنى الناتج المتساوي مساويا لميل خط الكلفة المتساوي، أي ان كل منشأة لها سعة إنتاجية (Scale of Plan) خاصة بها وهذه السعة تصل إلى أعلى مستوى من الكفاءة الإنتاجية (Maximum Efficiency) التي عندها يتم تدنية التكاليف عندما يمس خط التكاليف الأقل قدرأ من خطوط التكاليف البعيدة عن نقطة الاصل لمنحنى الناتج المتساوي المعطى فى نقطة واحدة، ولذلك فأن مشكلة اتخاذ القرار فى فترة المدى الطويل هى تحديد مستوى الإنتاج الأمثل. ويمكن توضيح ذلك رياضياً كما يأتي:

1- شرط التدنية

$$\frac{MP_K}{MP_L} = \frac{r}{W}$$

حيث ان:

$$\frac{MP_k}{MP_L}$$

يمثل ميل منحنى الناتج المتساوي

$$\frac{R}{W}$$

يمثل ميل خط الكلفة المتساوي

ويمكن كتابة الشرط أعلاه بالشكل التالى:

$$\frac{MP_k}{R} = \frac{MP_L}{W}$$

الشرط الأول لتوازن المنتج

ومعنى ذلك ان المنشأة تدنى تكلفة انتاج مستوى معين من الناتج باستعمال الموارد بشكل نكون معه الإنتاجية الحدية للدينار الواحد متساوية بالنسبة لجميع الموارد.
ويمكن اثبات ذلك رياضياً وكالاتي:

$$C = WL + rk$$
$$Q^* = f(L, k)$$
$$Q^* - f(L, k) = 0$$

حيث تمثل Q^* كمية انتاج ثابتة وباستعمال طريقة لاجرانجيا لتدنية الكلفة في ظل قيد الإنتاج. نحصل على المعادلة التالية:

$$Z = WL + Rk + \lambda \{q^* - f(L, k)\}$$

وبأخذ المشتقة الجزئية الأولى بالنسبة لـ L, K, λ نحصل على:

$$\frac{\partial Z}{\partial L} = W - \lambda \frac{\partial Z}{\partial L} = 0 \dots (1)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial K} = r - \lambda \frac{\partial Z}{\partial K} = 0 \dots (2)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial L} = MP_L$$

$$\frac{\partial Z}{\partial K} = MP_K$$

$$\frac{\partial Z}{\partial K}$$

ومن معادلة 1 و2 نحصل على:

$$W - \lambda MP_L = 0 \dots \rightarrow \lambda = \frac{W}{MP_L}$$

$$r - \lambda MP_K = 0 \dots \rightarrow \lambda = \frac{r}{MP_K}$$

وبما ان $\lambda = \lambda$ إذن :

$$\frac{W}{MP_L} = \frac{r}{MP_K}$$

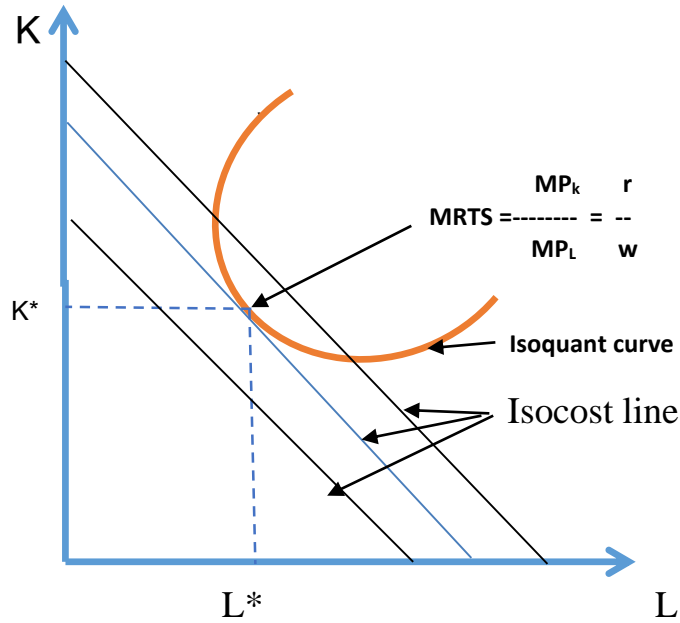
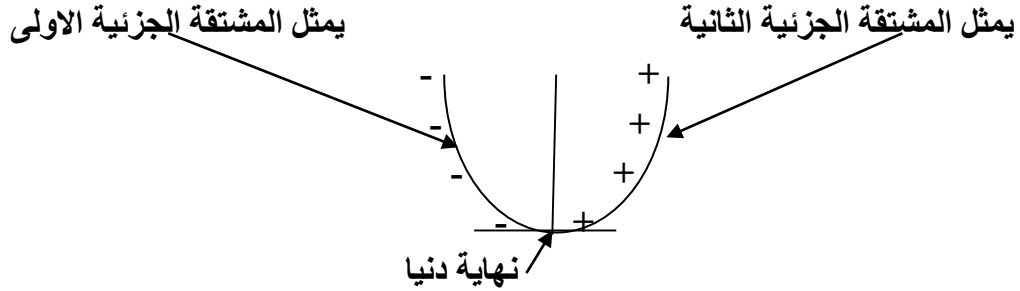
$$\frac{MP_K}{MP_L} = \frac{r}{W}$$

وهذا هو شرط التدنية: ويمكن كتابته بالشكل التالي:

$$\frac{MP_K}{r} = \frac{MP_L}{W}$$

ليصبح الشرط الأول لتوازن المنتج.

ولأجل تحقيق التمنية فلا بد ان يكون الجزء الأول من المنحنى أدناه النازل ذو الإشارة السالبة يمثل المشتقة الجزئية الأولى , أما الجزء الصاعد ذو الإشارة الموجبة فيمثل المشتقة الجزئية الثانية من المنحنى التالي.



شكل (2): الحجم الأمثل المدني للتكاليف

2- الشرط الثاني للأمنلية هو تعظيم الناتج من خلال وضع قيد على الكلفة ويكون وكالاتي:

$$Q = f(L, k)$$

$$C^* = wL + rk$$

$$C^* - WL - rk = 0$$

حيث تمثل C^* قيد الكلفة وباستعمال طريقة لاجرانجيا لتعظيم الناتج في ظل قيد الكلفة. نحصل على المعادلة التالية:

$$V = F(L, K) + \lambda\{C^* - WL - rk\}$$

وبأخذ المشتقة الجزئية الأولى بالنسبة لـ K, L, λ نحصل على:

$$\frac{\partial V}{\partial L} \quad \frac{\partial V}{\partial K}$$

$$----- = ----- - \lambda W = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial V} \quad \frac{\partial L}{\partial F}$$

$$----- = ----- - \lambda r = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial K}{\partial F}$$

$$----- = MP_L$$

$$\frac{\partial L}{\partial F}$$

$$----- = MP_K$$

$$\frac{\partial K}{\partial F}$$

وبقسمة معادلة 1 و 2 نحصل على:

$$MP_L \quad \cancel{\lambda W}$$

$$----- = -----$$

$$MP_K \quad \cancel{\lambda r}$$

$$MP_L \quad W$$

$$----- = -----$$

$$MP_K \quad r$$

وهو شرط التعظيم بظل قيد على الكلفة.

ويمكن كتابة هذه المعادلة بشكل اخر وكالاتي:

$$MP_L \quad MP_K$$

$$----- = -----$$

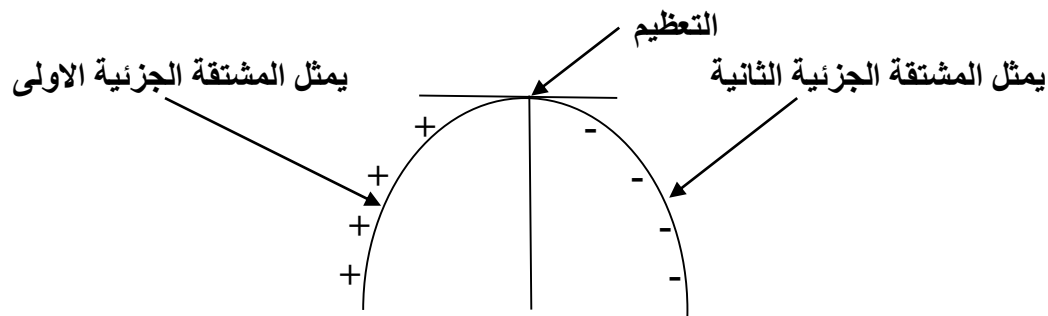
$$W \quad r$$

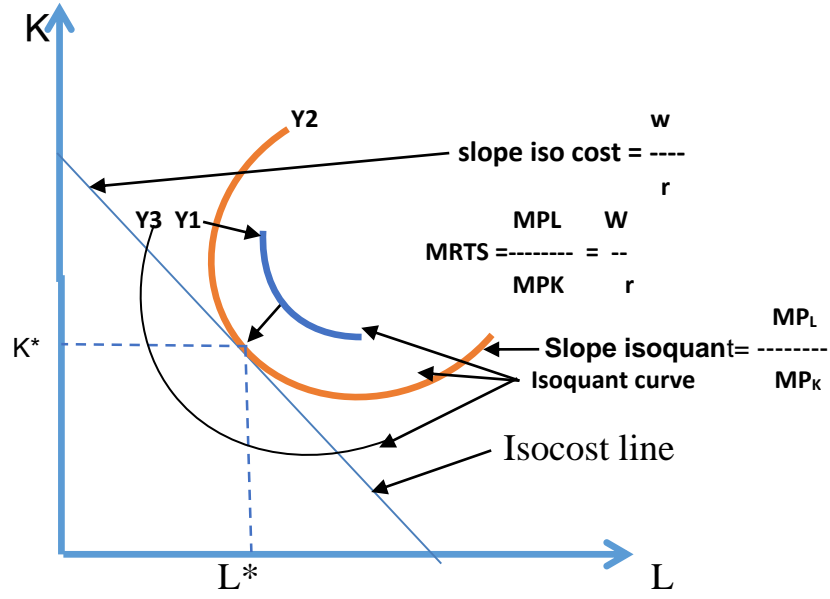
وهو يمثل الشرط الأول لتوازن المنتج.

ولأجل تحقيق التعظيم فلا بد ان يكون الجزء الأول من المنحنى أدناه الصاعد ذو الإشارة

الموجبة يمثل المشتقة الجزئية الأولى , أما الجزء النازل ذو الإشارة السالبة فيمثل

المشتقة الجزئية الثانية من المنحنى التالي.





شكل (2): الحجم الأمثل المعظم للانتاج

أما شرط التوازن الثاني فيمكن كتابته بالشكل التالي:

$$C \geq WL + rK$$

كلفة عناصر الإنتاج تساوي المبلغ المخصص لشراء عناصر الإنتاج (كلفة الإنتاج)

تحديد توليفة الموارد التي تعظم أرباح المنشأة الإنتاجية:

تعظيم الربح : Profit maximization

يعرف معدل الربح الذي يرمز له بالرمز (π) بأنه العائد الصافي بين الإيراد الكلي الذي يحصل عليه المنتج أو المؤسسة نتيجة قيامها بإنتاج وبيع مستوى معين من المنتج النهائي وبين التكاليف الكلية والتي يتحملها المنتج أو المؤسسة نتيجة قيامهم لا بالعملية الإنتاجية, ومن الممكن تمثيل دالة الربح بالمعادلة التالية:

$$\pi = TR - TC$$

حيث ان:

$$TR = (P * Q) \dots \dots (1) \text{ الإيراد الكلي.}$$

$$Q = F(L, K) \text{ = الناتج الكلي.}$$

$$TC = (WL + RK) \text{ = التكاليف المتغيرة الكلية.}$$

$$B \text{ = الكلفة الثابتة.}$$

$$TR = P \cdot F(L, K) \text{ ::}$$

وان P يمثل السعر و Q يمثل الكمية المنتجة او الوحدات المباعة وان π يمثل الربح , TC تمثل التكاليف الكلية والتي تأخذ الشكل التالي:

$$TC = P_L \cdot L + P_K \cdot K + B \dots \dots (2)$$

وبربط معادلة 1 و2 نحصل على دالة الربح التالية:

$$\Pi = TR - TC$$

$$= P \cdot Q - (WL + rK) + b$$

$$= P \cdot F(L, K) - P_L \cdot L - P_K \cdot K - b$$

يتضح من المعادلة أعلاه ان معدل الربح π هو دالة في K, L ويمكن تحديد نهايتها العظمى بالنسبة لكل من K, L رياضيا بأجراء الشرط الضروري أي المشتقة الجزئية الأولى وكالاتي:

$$\pi = P \cdot F(L, K) - P_L \cdot L - P_K \cdot K - b$$

وباشتقاق دالة الربح π بالنسبة لعنصر الإنتاج L نحصل على :

$$\frac{\partial \pi}{\partial L} = P \cdot \frac{\partial \pi}{\partial L} - P_L = 0$$

$$= P \cdot MP_L - P_L = 0 \dots\dots\dots > P \cdot MP_L = P_L \dots\dots\dots > P = \frac{MP_L}{P_L}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial K} = P \cdot \frac{\partial MP_L}{\partial K} - P_K = 0$$

$$= P \cdot MP_K - P_K = 0 \dots\dots\dots > P \cdot MP_K = P_K \dots\dots\dots > P = \frac{MP_K}{P_K}$$

بما ان P يساوي P اذن :

$$\text{وهو شرط التوازن} \quad \frac{MP_L}{P_L} = \frac{MP_K}{P_K}$$

ولكن لتعظيم الربح لابد من تحقيق $MP_L = P_L$ وكذلك $MP_K = P_K$

أي:

بما ان :

$$MP_L - P_L = 0 \quad \text{و} \quad MP_K - P_K = 0$$

اذن $MP_L = P_L$ و $MP_K = P_K$ وهما شرط تعظيم الربح

وان MP_L تمثل نسبة الإنتاجية الحدية لـ L أي نسبة أرباح المنتج وبإمكانه زيادتها إذا استخدم كميات أكثر من عنصر العمل L .

وان الشرط اللازم للنهية العظمى لمعدل الربح هو ان يستخدم كل عنصر من عناصر الإنتاج عند المستوى الذي تتساوى عنده قيمة الإنتاجية الحدية للعنصر مع سعره أي:

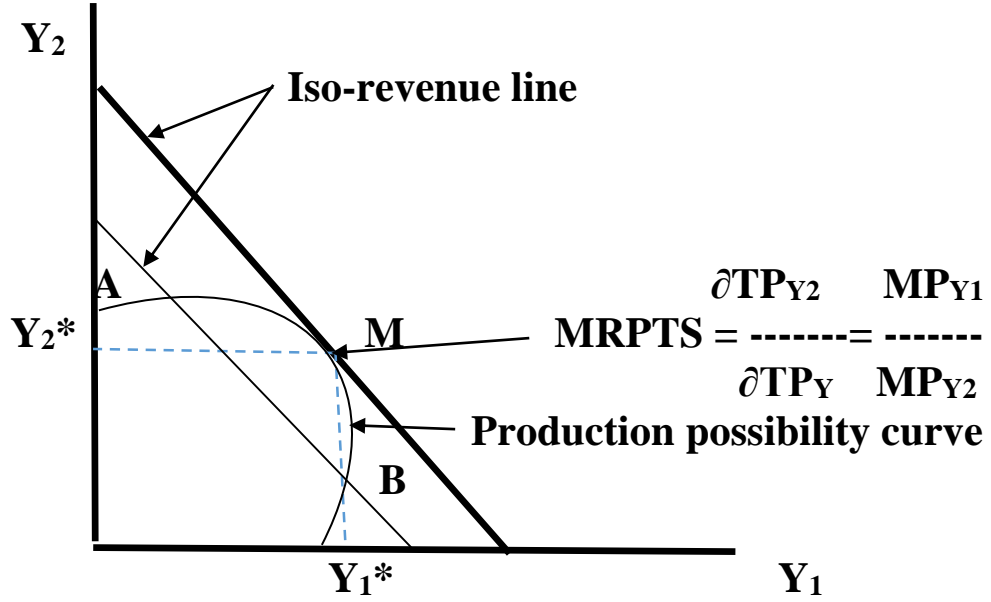
$$V \cdot MP_L = P_L$$

$$V \cdot MP_K = P_K$$

أي يمكن للمنتج زيادة أرباحه مادام استخدام وحدة إضافية من العنصر يضيف الى ايراده مقدار اكبر من المقدار المضاف الى الكلفة, وتقع توليفة عناصر الإنتاج التي تحقق اكبر ربح على خط التوسع للمنتج او المنشأة او المؤسسة.

2- الشرط الكافي:

وللتحقق من ان الربح وصل فعلا الى أقصاه نجري الشرط الكافي وهو استخدام المشتقة الثانية $FLL < 0$, $FKK < 0$ أي $0 >$



شكل () منحنى التوليفة المثلى للعائد (الربح):

الإنتاجية الحدية للمورد الإنتاجي في انتاج الناتج الاول

الإنتاجية الحدية للمورد الإنتاجي في انتاج الناتج الثاني

= معدل الاحلال التكنولوجي

تحديد التوليفة المثلى التي تحقق أقصى عائد: Optimum output combination

تحدد التوليفة التي تحقق أقصى عائد اجمالي او ربح من منتجين عند تساوي معدل التبادل بالسوق مع معدل الاحلال الحدي او عند تكاس خط العائد المتماثل مع منحنى الناتج الممكن عند نقطة M في الشكل أعلاه حيث يتساوى ميل خط العائد مع ميل منحنى الإنتاج الممكن وتتحدد نقطة التوازن في التوليفة التي تحقق أعلى ربح صافي نظرا لاستخدام كمية ثابتة من المورد, وبذلك تكون الكلفة واحدة, ولا تحقق أي نقطة أخرى عائد أكبر لان انخفاض العائد نتيجة خفض الإنتاج من أحد المنتجين يكون أعلى من زيادة العائد من المنتج الاخر. ويمكن تحديد التوليفة المثلى بطريقة بيانية كما في أعلاه. والنقطة M هي التوليفة المثلى للمنتجات التي تحقق أقصى عائد ممكن عند انتاج Y_1^* من Y_1 و Y_2^* من Y_2 .

وهذا المستوى هو أعلى عائد يمكن تحقيقه لكمية معينة من المورد حيث انه يمس منحنى الإنتاج الممكن في نقطة واحدة فان تقاطع خط العائد مع المنحنى في نقطتي B,A فانه يمكن مقارنة ميل المماسين لمنحنى الإنتاج عند النقطتين B,A مع ميل خط العائد.

ويلاحظ ان ميل خط العائد يكون أكبر من معدل الاستبدال الحدي عند النقطة A مما يعني الاستمرار في إضافة Y_1 هو في مصلحة المنتج Y_1 لزيادة العائد وبالعكس عند النقطة B يكون ميل المماس لمنحنى الإنتاج الممكن أكبر وهذا يعني ان التوسع في انتاج Y_2 هو في مصلحة المنتج Y_2 لأنه يزيد من العائد، ولكن ميل منحنى الإنتاج وخط العائد يكونان متساويان عند نقطة التوازن M وبذلك ما دامت نسبتا الاحلال الحدي والسوقي غير متساويين فان المنتج يستطيع الحصول على عائد أكبر بالاتجاه نحو المساواة بين النسبتين.

هناك أيضاً ثلاثة طرق لتحديد توليفة الموارد التي تعظم الربح وهي:

1- الطريقة الجدولية.

2- الطريقة الهندسية.

3- الطريقة الجبرية.

وسوف يتم التركيز على الطريقة الجبرية مع توضيح رسم بياني يحدد مستوى الاستخدام الأمثل للموارد المتغيرة التي تحقق أهداف المنتج (تعظم الإنتاج، تدني التكاليف، تعظم الربح) كما يلي:

بافتراض أن دالة الإنتاج كالتالي: $Y = F(X_1, X_2)$

وأن معادلة التكاليف تأخذ الصورة التالية:

$$TC = r_1X_1 + r_2X_2 + b$$

حيث: $Y =$ كمية الناتج، $X_1, X_2 =$ موارد الإنتاج، $r_1, r_2 =$ أسعار موارد الإنتاج، $b =$ التكاليف الثابتة، $TC =$ التكاليف الكلية. مما سبق يتضح أن معادلة الربح يمكن كتابتها كما يلي:

$$\pi = P_y Y - r_1X_1 - r_2X_2 - b$$

وبالتعويض في دالة الإنتاج يمكن إعادة كتابة دالة الربح π كما يلي:

$$\pi = p_y F(X_1, X_2) - r_1X_1 - r_2X_2 - b$$

ولتحقيق هدف المنتج لمعظمة الأرباح فإن هناك شرطان هما:

الشرط الأساسي الضروري: Necessary Condition

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x_1} = P_y \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} - r_1 = 0$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x_2} = P_y \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} - r_2 = 0$$

ومن الشرط الأساسي نحصل على القانون الأساسي لمعظمة الأرباح وهو:

$$P_y MPP_{X1} = r_1$$

$$P_y MPP_{X2} = r_2$$

وهذا يعني حتى يتحقق تعظيم الربح فلا بد من تحقيق المعادلتين التاليتين:

$$V.MP_{X1} = r_1$$

$$V.MP_{X2} = r_2$$

أي ضرورة تساوي قيمة الناتج الحدي للمورد الإنتاجي مع سعر الوحدة من هذا المورد الإنتاجي.

ومن هذا الحل يمكن الحصول على منحنى الطلب للمورد الأول وكذلك على منحنى الطلب للمورد الثاني والذي يتخذ كل منهما الصورة التالية:

$$X_1^* = h_1 (p_y, r_1, r_2)$$

$$X_2^* = h_2 (p_y, r_1, r_2)$$

وفي حالة معرفة قيم كل من r_2, r_1, p_y فإنه يمكن تحديد الكمية من X_1^*, X_2^* التي تؤدي لتعظيم الربح.

الشرط الكافي: Sufficient Condition

للتأكد من أن مستوى الاستخدام من X_2, X_1 المتحصل عليه من الشرط الأساسي يؤدي فعلاً إلى تعظيم الربح فإنه لا بد من التأكد من توفر الشرط الكافي والذي يتطلب سالبية التفاضل الثاني لدالة الربح بالنسبة لوحدات المورد المتغير كما يلي:

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial x_1^2} < 0$$
$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial x_2^2} < 0$$

مثال () إذا توفرت لك دالة الإنتاج التالية:

$$Y = 28L - 2L^2 + 26K - 3K^2 \text{ when } P_Y = 0.55, P_L=6, P_K=5$$

$$VMP_Y = P_K, \quad VMP_Y = P_L \text{ التالية}$$

جد: التوليفة الموردية من الموردين K, L اللذان يعظمان الربح مع إيجاد كمية الناتج التي تعظم الربح ومقدار الربح الأعظم المتحقق من الدالة , راسماً النتائج التي ستتوصل إليها مع التفسير؟

الحل: عندما $VMP_Y = P_L$ فإن:

$$0.55((28 - 4L) = 6$$

$$15.4 - 2.2L = 6 \quad 9.4 - 2.2L = 0$$

$$\therefore L = 9.4/2.2 = 4.27$$

كمية المورد التي تعظم الربح

وعندما $VMP_Y = P_K$ فان:

$$0.55(26 - 6K) = 5$$

$$14.3 - 3.3K = 5$$

$$\therefore 9.3 - 3.3K = 0$$

$$\therefore K = 9.3/3.3 = 2.81$$

كمية المورد التي تعظم الربح
ولا يجاد الإنتاج المعظم للربح نعوض كميات الـ K, L التي حصلنا عليها في دالة الإنتاج وكالاتي:

$$Y = 28(4.27) - 2(4.27)^2 + 26(2.81) - 3(2.81)^2$$

$$= 119.56 - 36.46 + 73.06 - 23.52$$

$$= 192.62 - 59.98 = 132.64$$

كمية الناتج المعظم للربح

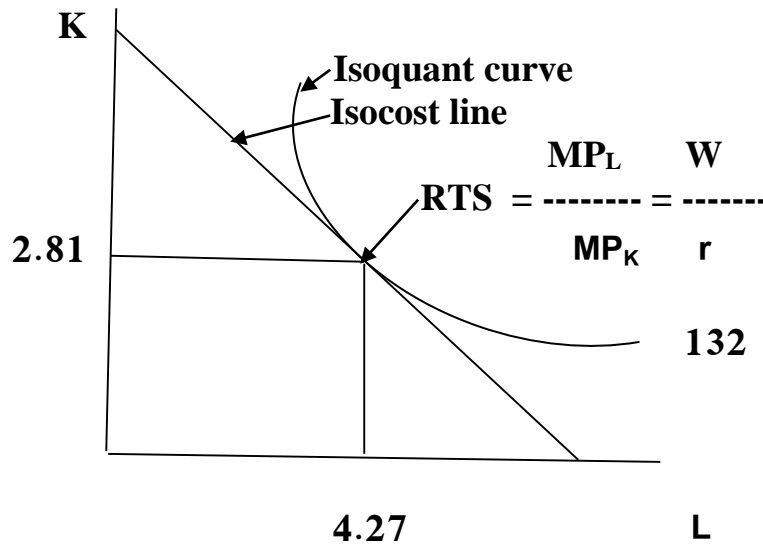
اما لا يجاد كمية الربح الأعظم المتحقق فيمكن ايجاده من معادلة الربح : $\pi = TR - TC$

$$\pi = Y P_Y - WL - rK$$

$$= 132.64 (0.55) - 4.27(6) - 2.81(5)$$

$$= 72.95 - 25.62 - 14.05 = 33.28$$

كمية الربح الأعظم



دالة إنتاج (كوب – دوكلص) (Cobb – Douglas Production Function)

سميت هذه الدالة بهذا الاسم نسبة إلى مكتشفها الاقتصادي Paul H . Douglas وعالم الرياضيات Charles W.Cobb، وهي دالة ضربية مستخلصة من الواقع التجريبي ، أول تطبيق عملي لها كان في الصناعة الأمريكية ، وفي بدايتها كانت دالة بسيطة يستعمل فيها عنصر العمل ورأس المال ، كذلك تقترض هذه الدالة بأنها دالة متجانسة من الدرجة الأولى أي أن عوائد الحجم ثابتة وبذلك يكون مجموع مرونة الإنتاج $(b_1 + b_2)$ تساوي واحد. ثم طورت هذه الدالة لتشمل متغيرات اقتصادية أخرى، كما إنها تحررت من مجموع مرونة الإنتاج المساوي للواحد الصحيح.

ويمكن التعبير عن دالة كوب – دوكلص بالطريقة الرياضية الآتية:

$$Y = A L^{b_1} K^{b_2}$$

حيث أن:

Y = تمثل الناتج الكلي (كغم).

A = تمثل (الحد الثابت) معامل الدالة التناسب (Factor proportionality)

L = تمثل مورد العمل (رجل / يوم).

K = تمثل مورد رأس المال (دينار) .

b_1 = مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل وهي موجبة وتقل قيمتها عن الواحد.

b_2 = مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس لمال وهي موجبة وتقل قيمتها عن الواحد.

بعض الصفات الرياضية لدالة كوب – دوكلص:

1- دالة متجانسة من الدرجة $(b_1 + b_2)$.

2- عندما تكون $b_1 + b_2 = 1$ (في حالة خاصة) فيكون هناك تجانس خطي أي دالة

متجانسة من الدرجة الأولى وتتميز بثبات عوائد السعة.

3- أن ميل المنحنى الناتج المتساوي سالب ومحدب تجاه نقطة الأصل بالنسبة للقيم

الموجبة للعنصرين الإنتاجيين.

4- لا يمكن استخدام أحد العناصر الإنتاجية (العمل أو رأس المال) بمفرده في العملية

الإنتاجية، وإذا تم ذلك يكون الناتج صفر.

$$Y = f(L, 0) = 0 \quad ; \quad Y = f(0, K) = 0$$

5- إذا كان نصيب العناصر الإنتاجية من الأجور بمقدار لإنتاجية الحدية، فإن مجموع ما يدفع لهذه العناصر يساوي قيمة الناتج. أي أن:

$$K \frac{dY}{dK} + L \frac{dY}{dL} = Y$$

وهذا مطابق لمبدأ نظرية أيلر Euler ، والتي تنص في حال كون عوائد الحجم ثابتة فإن حجم الناتج يستنفذ بالكامل إذا دفعت أجور لعناصر الإنتاج بمقدار إنتاجيتها الحدية.

6- منحنى الإنتاجية الحدية والمتوسطة في دالة كوب - دوكلص لا يتقطعان، وتبقى النسبة بينهما ثابتة، والاستثناء الوحيد عندما تكون المرونة الإنتاجية لأحد عناصر الإنتاج تساوي واحد صحيح، وهذه الخاصية تنطبق على الدوال اللوغاريتمية والاسية لأنها لا تبلغ النهاية العظمى.

ويمكن استخراج مرونة العناصر الإنتاجية في دالة كوب - دوكلص من خلال قانون المرونة:

$$Y = a L^{b_1}$$
$$\frac{dY}{dL} = b_1 a L^{b_1-1}$$

$$E_L = \frac{dY}{dL} \cdot \frac{L}{Y}$$

$$\frac{dY}{dL} = b_1 a L^{b_1-1}$$
$$E_L = b_1 a L^{b_1-1} \cdot \frac{L}{Y}$$
$$Y = a L^{b_1}$$

$$E_L = b_1 a L^{b_1-1} \cdot \frac{L}{a L^{b_1}}$$
$$E_L = b_1 \frac{a L^{b_1}}{L} \cdot \frac{L}{a L^{b_1}}$$
$$E_L = b_1$$

7- سهولة تحويل الدالة إلى الصيغة اللوغاريتمية، ومن خلالها نحصل على دالة خطية.

8- ان قيمة كل من (b_1+b_2) تتراوح بين الصفر والواحد الصحيح والفرضيات الآتية تبين ذلك.

الشرط الضروري: necessary condition

$$dy/dL > 0 , dy/dK > 0$$

الشرط الكافي sufficient condition

$$d^2y / dL^2 < 0 , d^2y / dk^2 < 0$$

وهذه الفرضيات تتحقق عندما يكون

$$0 < B < 1, 0 < a < 1$$

عوائد السعة (غلة الحجم) Return to Scale

يشير قانون النسب المتغيرة إلى مقدار التغير الحاصل في حجم الناتج الكلي نتيجة لتغير أحد العناصر الإنتاجية عند بقاء العناصر الأخرى ثابتة دون تغير. أما غلة الحجم فأنها عبارة عن التغير في الإنتاج الكلي نتيجة لتغير جميع عناصر الإنتاج بما في ذلك المستوى التكنولوجي.

وتقيس دالة انتاج كوب - دوكلص عوائد السعة من خلال $(b_1 + b_2)$ ويمكن أن نميز ثلاث حالات من غلة الحجم وكالاتي:

- 1- إذا كانت $(b_1 + b_2) < 1$ ، فالدالة تكون ذات عوائد سعة متزايدة
Increasing Return to Scale
- 2- إذا كانت $(b_1 + b_2) > 1$ ، فالدالة تكون ذات عوائد سعة متناقصة
Decreasing Return to Scale
- 3- إذا كانت $(b_1 + b_2) = 1$ ، فالدالة تكون ذات عوائد سعة ثابتة
Constant Return to Scale

منحنيات الناتج المتساوي (Isoquant)

يعرف منحنى الناتج المتساوي، بأنه المحل الهندسي لمجموعة عوامل الإنتاج المستخدمة في العملية الإنتاجية والتي تعطي كل منها نفس المستوى من الإنتاج. أو هو عبارة عن مساهمة عوامل الإنتاج في العملية الإنتاجية التي تستطيع أن تنتج نفس المستوى من الناتج، وبتوليفات مختلفة عندما يعتمد الإنتاج على مدخلين. ويمثل التوليفات المختلفة من موردي العمل ورأس المال، والتي تمثل مستوى الإنتاج الكلي نفسه، ويبين منحنى الناتج المتساوي المرتفع بأنه يعطي كمية أكبر من الناتج، في حين يمثل المنحنى المنخفض بأنه يعطي كمية أقل من الناتج. وتتصف هذه المنحنيات بأنها لا تتقاطع، وميلها سالب ، كما إنها محدبة تجاه نقطة الأصل. وتتحدر من أعلى اليسار وإلى أسفل اليمين. ويعود السبب في ذلك إلى خاصية الإحلال الحدي المتناقص بين المدخلات لإنتاج مستوى الناتج نفسه.

أما رياضياً فيمكن الحصول على منحنيات الناتج المتساوي من خلال تثبيت الإنتاج عند مستوى معين (Y) كما يأتي.

$$Y = b_0 K^{b_1} L^{b_2}$$
$$L^{b_2} = (Y/b_0 K^{b_1})$$

بالنسبة لمورد العمل

$$\therefore L = (Y/b_0 K^{b_1})^{1/b_2}$$

$$= Y^{\frac{1}{b_2}} b_0^{-\frac{1}{b_2}} K^{-\frac{b_1}{b_2}}$$

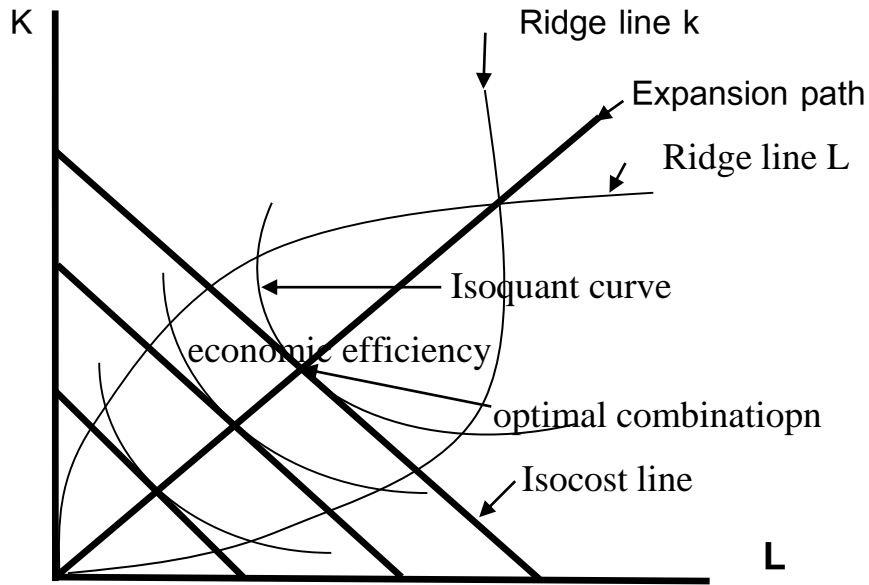
$$K^{b_1} (Y/b_0 L^{b_2})$$

بالنسبة لمورد رأس المال

$$\therefore K = (Y/b_0 L^{b_2})^{\frac{1}{b_1}}$$
$$= Y^{\frac{1}{b_1}} b_0^{-\frac{1}{b_1}} L^{-\frac{b_2}{b_1}}$$

مسار التوسع (Expansion path)

وهو الخط الذي يصل نقاط التماس بين كل من منحنيات الناتج المتساوي وخطوط التكلفة المتساوية. وبالإضافة الى ذلك فهو الخط الذي يربط بين النقاط ذات الميل المتساوي على منحنيات الناتج المتساوي بالخطوط المحددة (Ridge lines) وهي المنحنيات التي تمر بالنقاط التي يكون عندها معدل الاحلال الحدي (MRTS) صفر او ما لانهاية وتمثل المنطقة المحصورة بين الخطين الطرفين المحددين بالمنطقة الانتاجية الرشيدة. وكما مبين بالشكل البياني الآتي:



شكل (3): منحنيات الناتج المتساوي والخطوط المحددة

مرونة الإحلال الموردي (Elasticity of Factor substitution)

تعرف مرونة الإحلال بين الموارد بأنها التغير النسبي في مورد إنتاجي معين (L_1) مقسومة على التغير النسبي في مورد آخر (k_2) وتعبّر عن معدل التغير في ميل منحنى الناتج المتساوي. يمكن اشتقاق مرونة الإحلال الموردي على وفق الصيغة الآتية:

$$E_S = \frac{dL_1}{dk_2} \left(\frac{k_2}{L_1} \right)$$

$$E_S = MRTS_{L_1 \text{ for } k_2} (r/w)$$

$$\text{or } E_S = MRTS_{k_2 \text{ for } L_1} (w/r)$$

$$\text{Since } \rightarrow MRTS_{k_2 \text{ for } L_1} = d_{L_1}/d_{k_2} = MP_{L_1}/MP_{k_2}$$

Thus :

$$E_S = MP_{K_2}/MP_{L_1} (r/w)$$

$$\text{or } E_S = MP_{L_1}/MP_{K_2} (w/r)$$

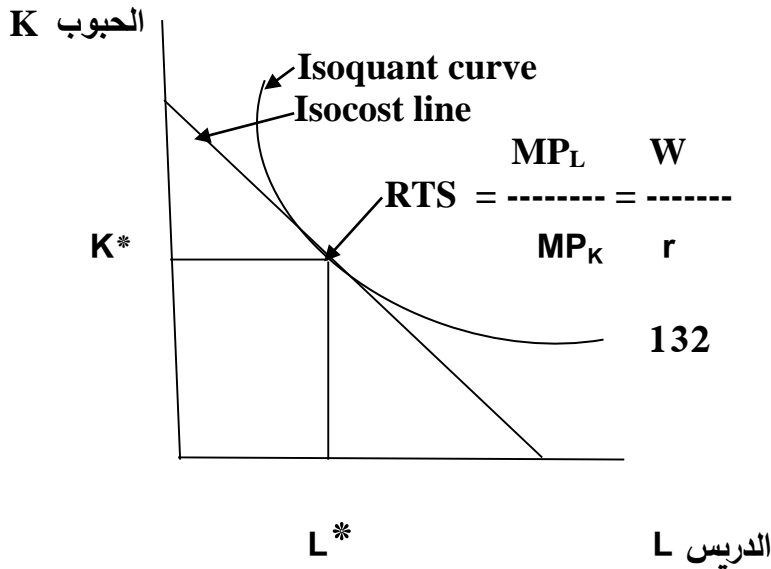
لذا تكون مرونة الإحلال عبارة عن رقم مطلق لقياس المعدل الذي تتم من خلاله عملية التعويض، والتي تعبر عن تجاوب التغير في نسبة المزج المثلى لخدمات عامل الإنتاج بالنسبة للتغير في الأسعار النسبية.

فإذا كانت قيمة المرونة $(\sigma = 0)$ دل ذلك على عدم إمكانية الإحلال بين عناصر الإنتاج، وإذا كانت $(\sigma = \infty)$ فأنها تشير إلى إمكانية إحلال أحد العنصرين محل الآخر بشكل كامل، وإذا كانت $(\sigma = 1)$ هذا يعني أن هناك تكافؤ في الإحلال، واحدة من العمل محل واحدة من رأس المال وهذه النسبة تبقى ثابتة دون أن ينقص معدل الإحلال.

أنواع القرارات الإنتاجية:

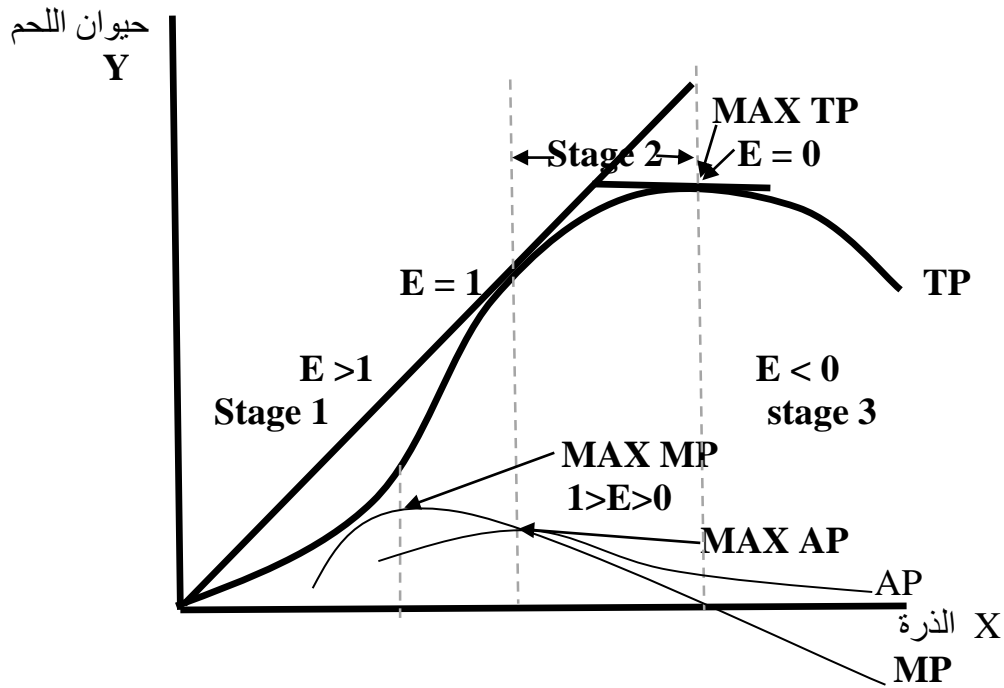
* قرارات العنصر - العنصر: (factor - factor)

في هذا النوع القرارات فإن على المزارع أن يقرر أنواع المدخلات التي سوف يستخدمها في إنتاج منتج معين , وقرارات العنصر - العنصر تعني استبدال عنصر إنتاجي بآخر. وهذا لا يعني بالضرورة أن يحل عنصر كلية محل عنصر آخر. فهي تعني أكثر عملية تغيير نسبة المدخل في حدود معينة أكثر مما تعني إخراج كلي لأحد المدخلين.



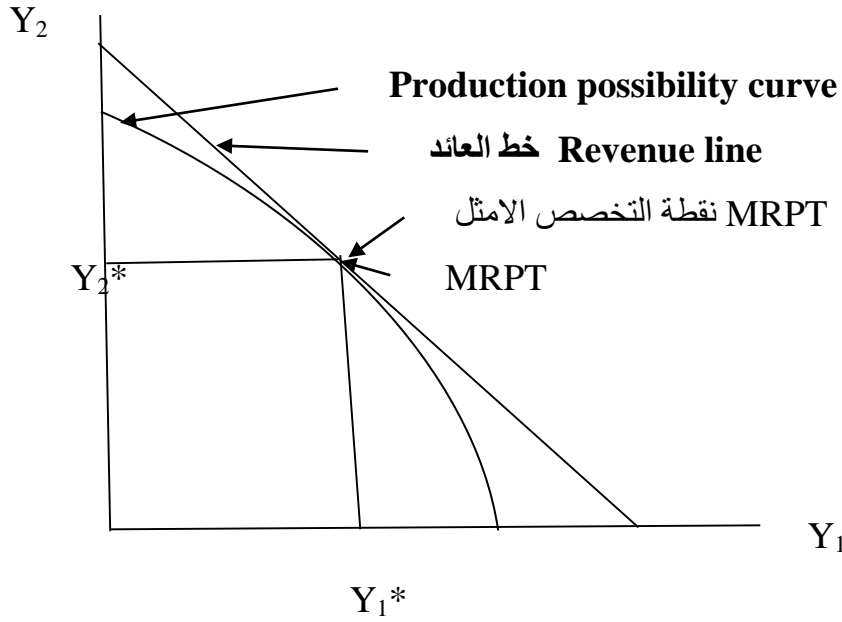
* قرارات العنصر – المنتج : (factor – product)

هذه الحالة هي الصورة العامة المستخدمة التي بدأنا بها مناقشة الدالة الإنتاجية فالإنتاج يعتمد على كمية من مدخل متغير واحد والذي يؤلف مع مجموعة ثابتة من الموارد فمثلاً الذرة والمواد البروتينية تعتبر عوامل عديدة تستخدم في إنتاج الحيوانات. ولكن الذرة والسيلاج (عناصر عديدة) يمكن أن تنتج لحم الظان والصوف كمنتج متعدد).



* قرارات المنتج – المنتج: (product - product):

في هذه الفئة من القرارات يقرر مديري المزارع عدد المشروعات في المزرعة وكمية الإنتاج في كل مشروع فإذا كان عند المزارع قطاع من الحيوانات اللحم ومجموعة من الإناث الولادة فيجب عليه تحديد عدد أفراد القطيع وعدد الإناث الولادة التي يمكن أن يقنتيها حتى يستطيع أن يدير مجموعة الموارد التي في حوزته بصورة مربحة.



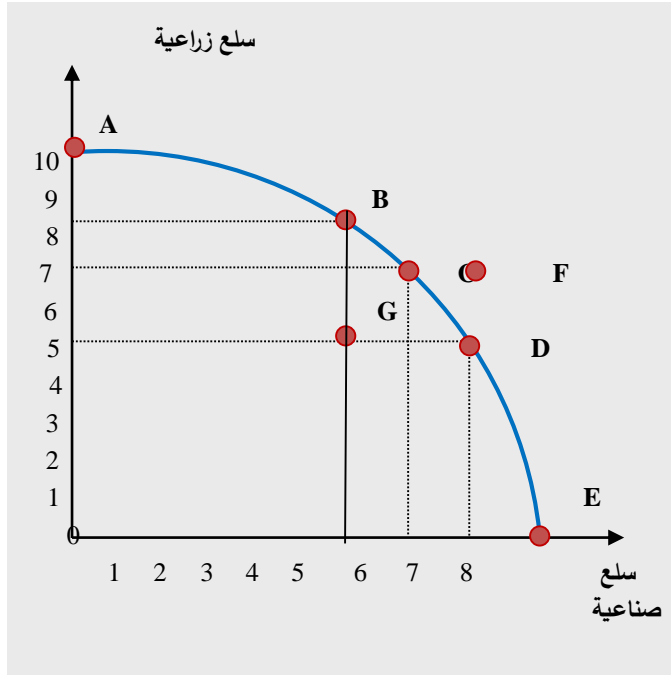
شكل () منحني إمكانيات الإنتاج يمثل العلاقة بين منتجين Y_1 و Y_2 .

منحني إمكانية الإنتاج : Production Possibilities Curve

سنفترض في البداية أن موارد المجتمع محدودة وثابتة، وأن مستوى الفن الإنتاجي المستخدم ثابت وأن المجتمع سوف يوجه الموارد بالكامل لإنتاج نوعين من السلع ولتكن السلع الصناعية والزراعية مثلاً. والجدول التالي يوضح التوليفات المختلفة أو الخيارات البديلة التي يمكن أن يختارها المجتمع عند توجيه موارده لإنتاج كل من السلع الصناعية والسلع الزراعية:
جدول () يبين التوليفات المثلى من السلع الزراعية والصناعية.

السلع الصناعية	السلع الزراعية	التوليفات (الخيارات)
0	10	A
5	8	B
6	7	C
7	5	D
8	0	E

وبتمثيل البيانات بيانياً نحصل على ما يسمى بمنحنى إمكانية الإنتاج والمبين في الشكل. وقد رسم منحنى إمكانية الإنتاج بافتراض أن الاقتصاد مقيد بكمية ثابتة ومحددة من الموارد، وهو يستخدم هذه الموارد بالكفاءة **Efficiency** بمعنى أنه مع توظيفه لموارده توظيفاً كاملاً، فلا بد أن يضحى بإنتاج وحدات من السلعة عندما يقوم بإنتاج المزيد من السلعة الأخرى. وهذا الإحلال هو عملية ضرورية تعكس قانون الحياة في كل اقتصاد يوظف كل موارده الإنتاجية. وعلى ذلك



يمكن تعريف منحنى إمكانية الإنتاج بأنه: "ذلك المنحنى الواصل بين النقاط المختلفة والتي تمثل التوليفات من السلع التي يمكن إنتاجها في المجتمع باستخدام جميع الموارد المتاحة لديه".

ومن الواضح أن منحنى إمكانية الإنتاج يوضح أقصى ما يمكن إنتاجه من السلع باستخدام الموارد المتاحة خلال فترة معينة وليس ما يرغب المجتمع في إنتاجه، لأن ما يرغب المجتمع في إنتاجه قد لا يكون في حدود إمكانية

المجتمع والموارد المتوفرة لديه. ويوضح الجدول والرسم السابق الاختيارات المختلفة أو التوليفات المختلفة من كل من السلع الزراعية والسلع الصناعية التي يمكن للمجتمع إنتاجها باستخدام موارده المتاحة. التوليفة الممثلة بالنقطة (A) تدل على أن المجتمع استخدم جميع موارده لإنتاج 10 وحدات من السلع الزراعية ولم ينتج شيء من السلع الصناعية. أما التوليفة الممثلة بالنقطة (B) فتدل على أن المجتمع يستخدم موارده لإنتاج 8 وحدات من السلع الزراعية و5 وحدات من السلع الصناعية. وهكذا نجد أن أي نقطة تقع على منحنى إمكانية الإنتاج (A, B, C, D, E) هي نقاط ممثلة لتوليفات تقع في حدود الإمكانية الإنتاجية، أي يمكن للمجتمع إنتاجها محققاً التوظيف الكامل لموارده.

ويجدر بنا أن نشير هنا إلى أن أي نقطة تكون واقعة داخل منحنى إمكانية الإنتاج أي على يساره، كالنقطة (G) مثلاً تمثل توليفة يمكن الحصول عليها وإنتاجها ولكنها لا تمثل استخداماً واستغلالاً كاملاً لموارد المجتمع المتاحة. أما النقطة (F) أو أي نقطة أخرى خارج المنحنى أي على يمين منحنى إمكانية الإنتاج، فتمثل توليفة لمستوى إنتاجي لا يمكن الحصول عليه لكونه

يفوق إمكانيات المجتمع الإنتاجية. ولكن يمكن القول بأن الوصول إلى مستوى إنتاجي عند أي نقطة خارج حدود منحنى إمكانية الإنتاج مثل النقطة (F) مرهون بإمكانية النمو الاقتصادي Economic Growth وزيادة الإمكانية الإنتاجية للمجتمع.

انتقال منحنى إمكانية الإنتاج:

مع زيادة إمكانية الإنتاج والقدرة الإنتاجية للمجتمع مع النمو الاقتصادي ينتقل منحنى إمكانية الإنتاج إلى جهة اليمين، وهذا يحدث لسببين:

- (1)- زيادة الموارد الاقتصادية في المجتمع، وذلك من خلال اكتشاف موارد طبيعية جديدة مثل حقول للبتروك أو ثروات طبيعية أخرى أو زيادة القوة العاملة في المجتمع.
- (2)- التقدم التقني، أي التطور الفني وتطور أساليب الإنتاج والذي ينعكس على ارتفاع الإنتاجية وزيادة القدرة الإنتاجية للمجتمع.

تكاليف الإنتاج Cost of Production:

من السهل أن يستخلص المشروع من دالة الإنتاج ما يسمى بدالة التكاليف، فدالة التكاليف تعبر عن العلاقة بين تكاليف الإنتاج وحجم الإنتاج. فمثلا إذا افترضنا أن دالة الإنتاج تتخذ الصورة التالية:

$$Q = f(L, K)$$

حيث: (Q) تمثل حجم الإنتاج من السلعة التي ينتجها المشروع.

(L) تمثل كمية المستخدم من عنصر العمل.

(K) تمثل كمية المستخدم من عنصر رأس المال.

فإن دالة التكاليف تكون:

$$TC = f(Q)$$

حيث: (TC) تمثل التكاليف الكلية للإنتاج، و (Q) تمثل حجم الإنتاج من السلعة.

وعلى ذلك تكون:

$$\text{التكلفة الكلية} = [\text{كمية عنصر العمل } L \times \text{ثمن عنصر العمل } w]$$

+ [كمية عنصر رأس المال $K \times$ ثمن عنصر رأس المال r]

$$TC = L \times w + K \times r$$

وهذا يعني أن تكاليف الإنتاج هي مجموع قيمة عناصر الإنتاج المستخدمة في عملية الإنتاج أو هي مجموع ما كلفة المشروع لإنتاج كمية معينة من السلعة خلال مدة معينة.

أولاً- تكاليف الإنتاج في المدى القصير:

يمكن أن نميز بين عدة مفاهيم للتكاليف وهي: التكاليف الكلية، والتكاليف المتوسطة، والتكاليف الحدية. ونحدد مفهوم كل منها على الوجه التالي:

[1]- التكاليف الكلية: Total Cost (TC)

تتمثل التكاليف الكلية في مجموع ما كلفة المشروع لإنتاج حجم معين من الناتج خلال مدة معينة، أي مجموع قيمة خدمات عناصر الإنتاج المستخدمة في عملية الإنتاج، وبالتالي فإن تكاليف الإنتاج تشمل على إيجار أو ريع الأرض، وأجور العمال، وأثمان المواد الأولية وقيمة استهلاكات رأس المال الثابت أو الأصول الثابتة في المشروع خلال فترة الإنتاج، كما تشمل (من وجهة النظر الاقتصادية) على عائد عنصر التنظيم والذي يعرف بالربح العادي للمنظم مقابل جهده في إدارة وتنظيم مشروعه ويحتسب على أساس تكلفة الفرصة البديلة. تنقسم التكاليف الكلية في المدى القصير إلى: تكاليف كلية ثابتة، وتكاليف كلية متغيرة.

أ- التكاليف الكلية الثابتة Total Fixed Costs (TFC): وتتمثل في تكلفة عناصر الإنتاج الثابتة التي يستخدمها المشروع والتي لا تتغير مع تغير حجم الإنتاج وإنما يتحملها المشروع حتى إذا كان حجم الإنتاج مساوياً صفرًا، مثل إيجار الأرض أو المصنع أو أي مصاريف يتحملها المشروع بشكل ثابت.

ب- التكاليف الكلية المتغيرة Total Variable Costs (TVC): هي تكلفة عناصر الإنتاج المتغيرة اللازمة لإنتاج السلعة أي التي تتغير مع تغير حجم الإنتاج، مثل أجور العمال وأثمان المواد الأولية وأثمان الطاقة المستخدمة في الإنتاج، وهذه التكاليف تزداد مع زيادة كمية الإنتاج وتنقص بنقصه. والتكاليف الكلية الإجمالية = التكاليف الكلية الثابتة + التكاليف الكلية المتغيرة.

$$TC = TFC + TVC$$

[2]- التكاليف المتوسطة Average Cost : ويقصد بها تكلفة إنتاج الوحدة الواحدة من الإنتاج وتحسب كالآتي:

$$\frac{TC}{Q} = \frac{\text{التكاليف الكلية}}{\text{حجم الإنتاج}} = (AC) \text{ التكاليف المتوسطة}$$

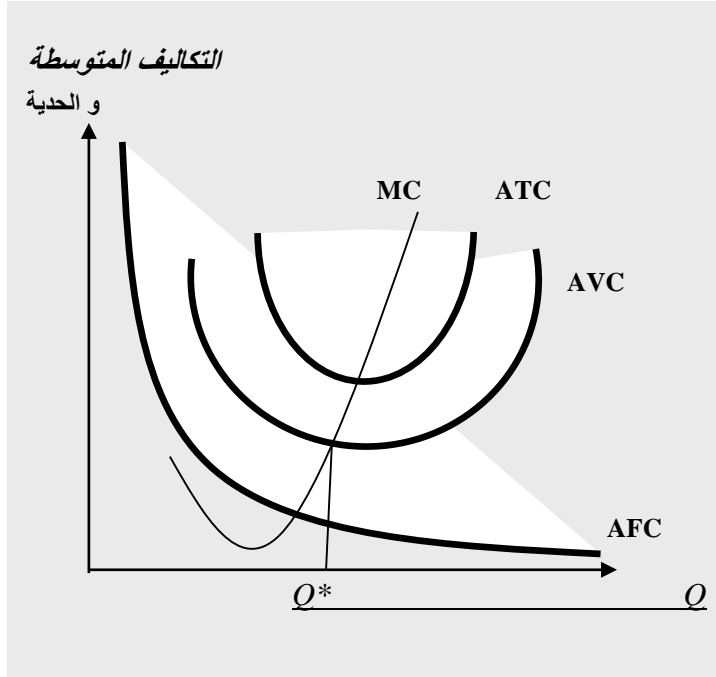
التكاليف الكلية تشتمل على مجموع التكاليف الثابتة والتكاليف المتغيرة:

$$\frac{\text{التكاليف الكلية الثابتة} + \text{التكاليف الكلية المتغيرة}}{\text{حجم الإنتاج}} = \text{التكاليف المتوسطة}$$

[3]- التكاليف الحدية Marginal Cost : وهي التغير في التكاليف الكلية الناتج عن تغير الإنتاج بوحدة واحدة أو هي تكلفة الوحدة الإضافية من الناتج أي أن:

$$\frac{\Delta TC}{\Delta Q} = \frac{\text{التغير في التكاليف الكلية}}{\text{التغير في حجم الإنتاج}} = (MC) \text{ التكاليف الحدية}$$

ولما كانت التكاليف الكلية الثابتة لا تتغير في المدى القصير مع تغير حجم الإنتاج وإنما الذي يتغير هو التكاليف الكلية المتغيرة، فإنه يمكن تعريف التكاليف الحدية بطريقة



أخرى بأنها هي مقدار التغير في التكاليف الكلية المتغيرة نتيجة لتغير حجم الإنتاج بوحدة واحدة.

ونوضح بالرسم أشكال دوال أو منحنيات التكاليف المتوسطة والحدية في المدى القصير: يتبين من الرسم أن:

1- دالة التكاليف المتوسطة الثابتة (AFC) تتناقص مع زيادة حجم الإنتاج.

2- أن التكاليف المتوسطة الإجمالية (AC) وهي مجموع التكاليف المتوسطة الثابتة والتكاليف المتوسطة المتغيرة تتناقص في البداية مع زيادة حجم الإنتاج ثم تتزايد نتيجة

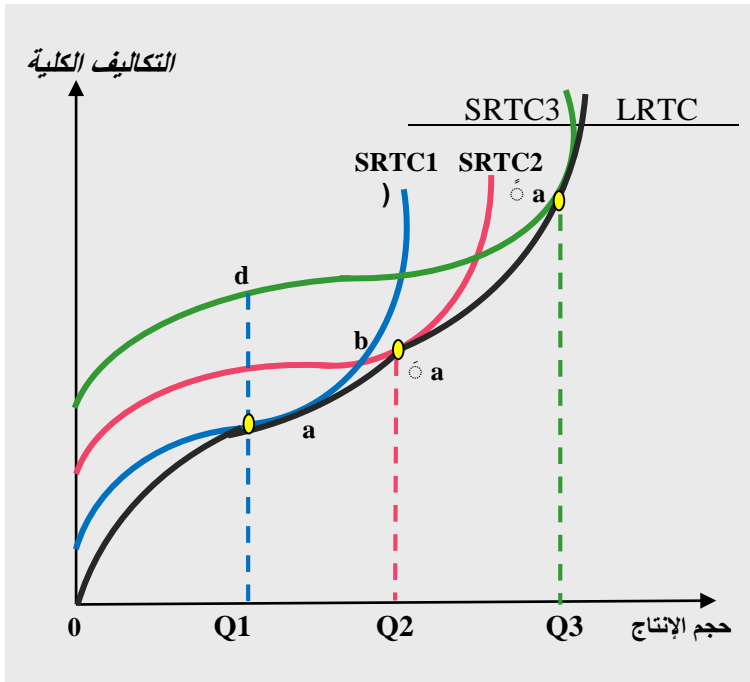
لتزايد التكاليف المتوسطة المتغيرة. ويلاحظ أن المسافة الرأسية بين منحنى التكاليف المتوسطة المتغيرة والتكاليف المتوسطة الإجمالية تمثل قيمة التكاليف المتوسطة الثابتة.

3- أن التكاليف الحدية تتناقص مع زيادة الإنتاج ثم تتزايد، ويتقاطع منحنى التكاليف الحدية (MC) مع منحنيات التكاليف المتوسطة عند أدنى نقطة. ويلاحظ أنه في المرحلة التي تتناقص فيها التكاليف المتوسطة تكون التكاليف الحدية أقل منها وأما في المرحلة التي تتزايد فيها التكاليف المتوسطة فتكون التكاليف الحدية أعلى منها.

ثانياً-تكاليف الإنتاج في المدى الطويل:

في المدى الطويل يمكن زيادة الإنتاج عن طريق زيادة حجم المشروع كله أي زيادة كل عناصر الإنتاج المستخدمة وتصبح كل عناصر الإنتاج متغيرة ولا يكون هناك تكاليف ثابتة لأن التكاليف كلها تكون متغيرة. ويمكن التمييز بين التكاليف في المدى الطويل كالآتي:

(1)-التكاليف الكلية في المدى الطويل: توضح دالة التكاليف الكلية في المدى الطويل أقل



التكاليف اللازمة لإنتاج الأحجام المختلفة من الناتج في حالة إذا كان لدى المشروع الوقت الكافي لتغيير حجمه. ويوضح الرسم التالي كيفية اشتقاق منحنى التكاليف الكلية في المدى الطويل. وإذا أراد المشروع إنتاج حجم الناتج (0Q1) وليكن 1000 وحدة مثلاً، فإن أنسب حجم للمشروع يكون هو المشروع رقم (1) وهو أقل المشروعات حجماً حيث يمكنه إنتاج هذا الحجم من الناتج بأقل تكلفة ممكنة (aQ)، وبالتالي

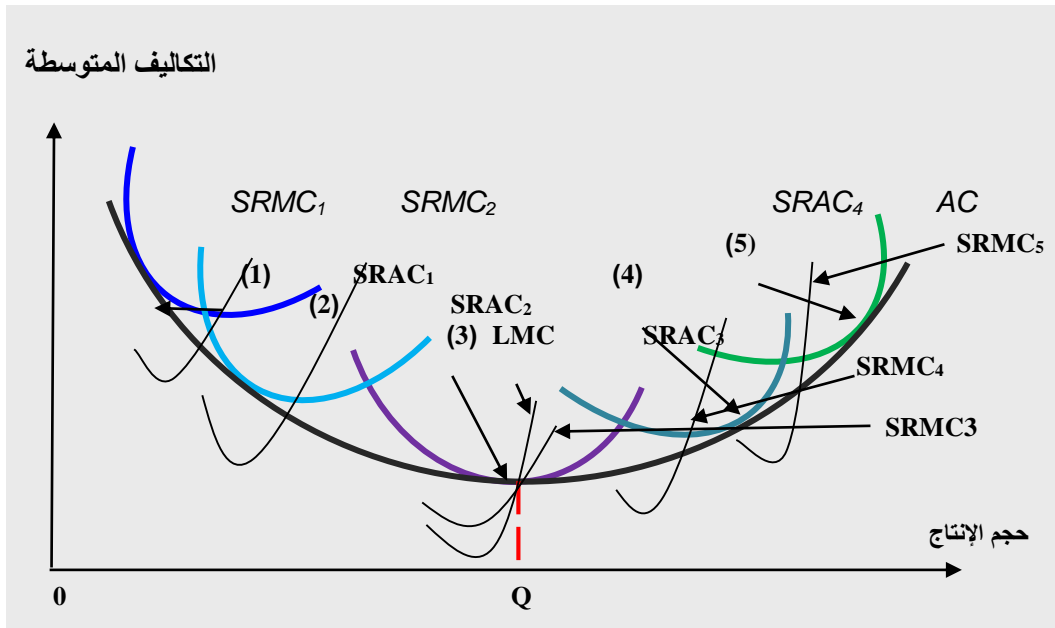
فإن النقطة (a) تقع على منحنى التكاليف الكلية في المدى الطويل (وهي تقع في نفس الوقت على منحنى التكاليف الكلية في المدى القصير للمشروع رقم (1) حيث يمثل المنحنى في الرسم منحنى التكاليف الكلية في المدى القصير للمشروع رقم (1) وهو أقل المشروعات حجماً).

وأما إذا أراد المشروع زيادة حجم الناتج إلى المستوى 0Q2 (وحدة مثلاً) فإن أنسب حجم للمشروع لإنتاج هذا المستوى من الناتج هو الحجم (2) حيث يمكن إنتاج هذا المستوى من الناتج بأقل تكلفة ممكنة (المسافة aQ_2) وتكون النقطة (a) واقعة على منحنى التكاليف الكلية في المدى الطويل. وأما إذا أراد المشروع زيادة حجم الإنتاج إلى المستوى 0Q3 (وحدة 3000) فيكون أنسب حجم للمشروع لإنتاج هذا المستوى من الناتج هو الحجم (3) حيث يمكن إنتاج هذا المستوى من الناتج بأقل تكلفة ممكنة (aQ_3) وتكون النقطة (a) واقعة على منحنى التكاليف الكلية في المدى الطويل. و يلاحظ أن النقط a ، a ، a .. وهي النقاط الممثلة لأقل تكلفة ممكنة لإنتاج المستويات المختلفة من الناتج هي نقط واقعة على منحنى التكاليف الكلية

في المدى الطويل (TC) وكل منها يدل على حجم مختلف للمشروع. ويكون منحنى التكاليف الكلية في المدى الطويل هو المنحنى الغلافي لمنحنيات التكاليف الكلية في المدى القصير للأحجام المختلفة من المشروعات، ويلاحظ أنه يبدأ من نقطة الأصل (O) حيث لا يكون هناك تكاليف ثابتة في المدى الطويل.

(2)-التكاليف المتوسطة في المدى الطويل:

يقصد بالتكاليف المتوسطة في المدى الطويل تكلفة إنتاج الوحدة الواحدة أي نصيب الوحدة المنتجة من التكاليف الكلية. وعرفنا أنه في المدى الطويل لا يكون هناك تكاليف ثابتة ولكن تكون جميع التكاليف متغيرة. ومع زيادة حجم المشروع في المدى الطويل نتيجة لزيادة الطلب على السلعة التي ينتجها المشروع فإن المشروع يستفيد في البداية من وفورات الإنتاج الكبير أي مرحلة تزايد الغلة مع الحجم وهي تقترن بانخفاض التكاليف المتوسطة وعندما يصل المشروع للحجم الأمثل تصل التكلفة المتوسطة لأدنى مستوى، وبعد ذلك إذا زاد حجم المشروع عن هذا الحد تحدث وفورات سلبية ويكون هناك تناقص للغلة مع الحجم والتي تقترن بارتفاع التكاليف المتوسطة.



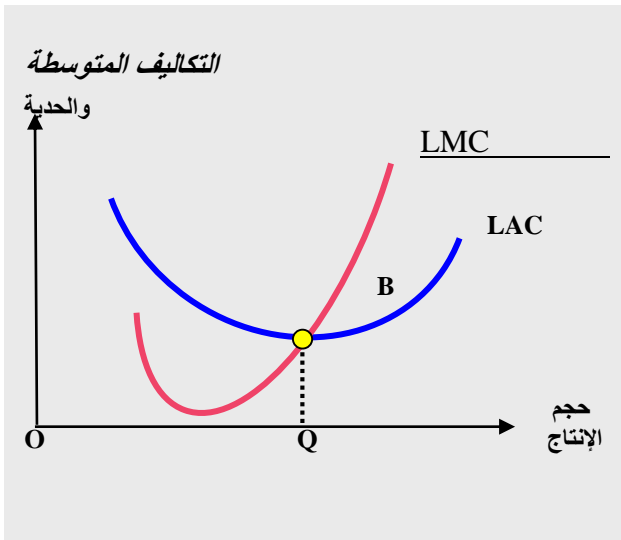
شكل () يبين منحنيات متوسطات الكلفة في المدى القصير والطويل

يتبين من الرسم أنه مع زيادة حجم المشروع ينتقل محنى التكاليف المتوسطة إلى أسفل من (1) إلى (2) إلى (3) ويفسر ذلك بالوفورات التي تتحقق مع زيادة حجم المشروع إلى أن نصل إلى الحجم الأمثل للمشروع (وهو الحجم رقم (3) والذي تصل عنده التكاليف المتوسطة إلى أدنى مستوى لها. ويكون الحجم رقم (3) هو أنسب حجم لإنتاج مستوى الناتج (OQ) حيث يمكن إنتاجه بأقل تكلفة ممكنة.

ومع زيادة حجم المشروع عن الحجم الأمثل تبدأ التكاليف المتوسطة في التزايد بسبب الوفورات السلبية. ويتضح من المنحنيات (1)، (2)، (3)، (4)، (5) أن كل منحنى منها يمثل منحنى التكاليف المتوسطة في المدى القصير لأحجام مختلفة من المشروعات، وكل منحنى منها (مثل المنحنى (1) يتجه إلى التناقص ثم التزايد وهذا يفسر بقانون تناقص الغلة والذي يحدث في المدى القصير. أما في المدى الطويل فيكون الانتقال على المنحنى الغلافي AC وهو منحنى التكلفة المتوسطة في المدى الطويل وكل نقطة عليه تمثل حجم مختلف للمشروع. والنقطة الواقعة على هذا المنحنى تمثل أدنى تكلفة متوسطة ممكنة لإنتاج الأحجام المختلفة للناتج والتي تتم عن طريق زيادة حجم المشروع. ويتبين لنا أن منحنى التكاليف المتوسطة في المدى الطويل (AC) هو المنحنى الغلافي لمنحنيات التكاليف المتوسطة في المدى القصير.

(3) التكاليف الحدية في المدى الطويل:

التكاليف الحدية هي التغير في التكاليف الكلية نتيجة لتغير حجم الإنتاج بوحدة واحدة. والعلاقة بين منحنى التكاليف الحدية في المدى الطويل ومنحنى التكاليف المتوسطة في المدى الطويل شبيهة تماما بالعلاقة بين منحنى التكاليف الحدية ومنحنى التكاليف المتوسطة في المدى القصير



والرسم المقابل يوضح العلاقة بين التكاليف الحدية والتكاليف المتوسطة في المدى الطويل. ويتبين من الرسم أن منحنى التكاليف الحدية في المدى الطويل (MC) يتناقص مع زيادة حجم الإنتاج ثم يتزايد، ويتقاطع منحنى التكاليف الحدية مع التكاليف المتوسطة في المدى الطويل

(AC) عند أدنى نقطة وهي النقطة (B) والتي تقابل حجم الإنتاج (OQ).

المشتقات الاقتصادية من دالة التكاليف :

- يمكن اشتقاق عدد من العلاقات لدالة الكلفة والتي هي أيضاً دوال بمستوى الناتج أهمها:
- أ-متوسط التكاليف الكلية (Average total cost) : يمكن الحصول اليها عن طريق قسمة التكاليف الكلية على عدد وحدات الناتج .
- ب-متوسط التكاليف الثابتة (Average Fixed cost) : وهي التي يمكن الحصول اليها عن طريق قسمة التكاليف الثابتة على عدد وحدات الإنتاج .
- ج-متوسط التكاليف المتغيرة (Average Variable Cost) : وهي التي يمكن التوصل لها عن طريق قسمة التكاليف المتغيرة على عدد وحدات الإنتاج .
- د-التكاليف الحدية (Marginal Cast): وتعرف على أنها التغير الحاصل في التكاليف الكلية الناشئ عن التغير الحاصل في الناتج بمقدار وحدة واحدة. كما يعبر عنها أيضاً بأنها التغير الحاصل في التكاليف الكلية المتغيرة الناشئ عن التغير في الإنتاج بمقدار وحدة واحدة.

دالة التكاليف في المدى القصير (الصياغة والتوصيف)

تأخذ دالة التكاليف اشكالا متعددة وأكثر هذه الاشكال شيوعاً بين الاقتصاديين هي الدالة التكعيبية لسهولة التحليل ولكن ذلك لم يكن كافياً لاعتمادها في الدراسة دون خضوعها للاختبارات النظرية والاحصائية وهذا ما سنتناوله لاحقاً.

اما دوال متوسطات الكلفة والكلفة الحدية فهما من الدرجة الثانية اذ تتناقص اولاً ثم تبدأ بالزيادة عند زيادة الانتاج وهي الاخرى تعتمد على درجة التجانس لدالة الانتاج او درجة تحقق الوفورات.

اما التكاليف الثابتة فأنها لا تؤثر في قرارات المنتج فيما يتعلق بالأمتلية، لأنها تدفع بغض النظر عن مستوى الانتاج. وان المستوى التوازني للإنتاج لا يتأثر بحجم التكاليف الثابتة بل بالتكاليف المتغيرة فقط وهذا التحليل يتم في المدى القصير.

ونظراً لاعتمادنا الصيغة التكعيبية لدالة التكاليف في دراستنا , فيمكن اشتقاق دالة الكلفة الكلية بالأجل القصير للحصول على الحجم الامثل للإنتاج من خلال الصيغة العامة الاتية:

$$TC = b_0 + b_1Y - b_2Y^2 + b_3Y^3 \text{ -----(1)}$$

اذ إن:

$$TC = \text{التكاليف الكلية (دينار)}$$

$$Y = \text{كمية الإنتاج الكلي (كغم)}$$

$$b_0 = \text{الحد الثابت للتكاليف الثابتة (بالدينار)}$$

$$b_i = \text{معاملات الانحدار}$$

ومن الدالة (1) يتبين ان (b_0) يمثل التكاليف الثابتة (TFC) اما التكاليف المتغيرة (TVC) فأنها تمثل الجزء المتبقي من الدالة:

$$TVC = b_1Y - b_2Y^2 + b_3Y^3 \text{ -----(2)}$$

وفي المدى القصير فأن أقل سعر مزرعي يبيع به المنتج إنتاجه هو أدنى متوسط للتكاليف المتغيرة ولهذا نبدأ بحسابها:

$$AVC = TVC / Y = b_1 - b_2Y + b_3Y^2 \text{ -----(3)}$$

وان النهاية الصغرى لمتوسط التكاليف المتغيرة تتحقق بأجراء التفاضل الجزئي لها ومساواتها بالصفر وكالاتي:

$$dAVC / dY = - b_2 + 2 b_3Y = 0 \text{ -----(4)}$$

$$2b_3Y = b_2 \text{ -----(5)}$$

$$Y = b_2 / 2b_3 \quad \text{الحجم الأمثل للإنتاج}$$

المشتقات الاقتصادية لدوال التكاليف في المشاريع الزراعية:

تُعد المشتقات الاقتصادية لدوال التكاليف من المؤشرات الأساسية في التعرف على طبيعة المرحلة الاقتصادية التي يعمل بها المشروع أو المزرعة. يمكن الحصول على أربعة أنواع من المشتقات الاقتصادية لدوال التكاليف وهي:

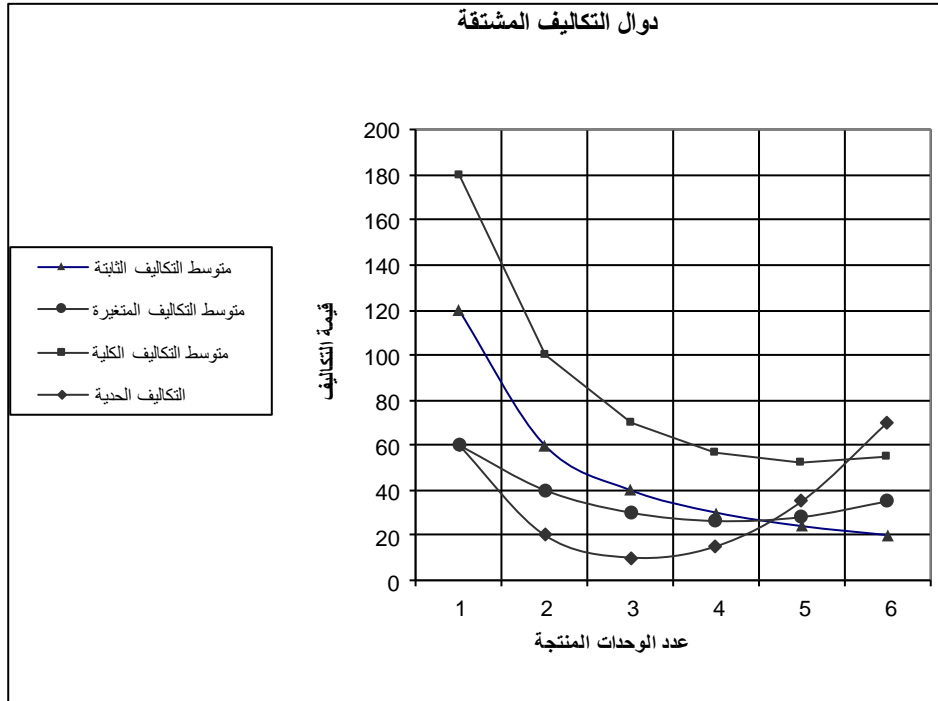
- 1- متوسط التكاليف الكلية: وتحسب بقسمة التكاليف الكلية على عدد الوحدات المنتجة
- 2- متوسط التكاليف المتغيرة: وتحسب بقسمة التكاليف المتغيرة على عدد الوحدات المنتجة
- 3- متوسط التكاليف الثابتة: وتحسب بقسمة التكاليف الثابتة على عدد الوحدات المنتجة
- 4- التكاليف الحدية: وتحسب بقسم التغير في التكاليف الكلية (أو المتغيرة) على التغير في عدد الوحدات المنتجة.

من جدول التكاليف التالي والذي يمكن إيجاد الدوال المشتقة أعلاه منه وكما يمكن رسم هذه الدوال بيانياً.

جدول رقم (7) جدول التكاليف ومشتقاته

التكاليف الحدية	متوسط التكاليف الكلية	متوسط التكاليف المتغيرة	متوسط التكاليف الثابتة	التكاليف الكلية	التكاليف المتغيرة	التكاليف الثابتة	عدد الوحدات المنتجة
				120	0	120	0
60	180	60	120	180	60	120	1
20	100	40	60	200	80	120	2
10	70	30	40	210	90	120	3
15	56.25	26.25	30	225	105	120	4
35	52	28	24	260	140	120	5
70	55	35	20	330	210	120	6

شكل رقم (17) منحنيات التكاليف المشتقة من الجدول (7)



طرق خفض تكاليف الإنتاج:

هناك عدة طرق لتقليل تكاليف الإنتاج منها:

أ- من خلال تقليل تكاليف الإنتاج الثابتة

ب- استخدام مواد تشغيلية ذات إنتاجية عالية وبالتالي يمكن زيادة الإنتاج من خلال استخدام نفس عدد الوحدات أو يمكن المحافظة على نفس الإنتاج من خلال التقليل من هذه الوحدات ذات الإنتاجية العالية، وبالتالي سوف تقل تكاليف الإنتاج. باستخدام البذور المحسنة بدلا من البذور المحلية

مبادئ الإنتاج والتكاليف:

أولاً: مبدأ تعيين أحسن مستوى للإنتاج:

قام أحد المزارعين بتجربة لتربية أفراخ دجاج لغرض إنتاج اللحوم، استمرت التجربة 15 أسبوعاً ففي بداية التجربة في الأسبوع الأول كان وزن الفرخ 0,06 كغم وكان سعر الكيلوغرام من لحم الدواجن 2000 دينار ويشترى الكيلوغرام من العلف بسعر 520 دينار. والجدول التالي يوضح معايير تعيين أحسن مستوى للإنتاج:

جدول رقم (8) لتعيين أحسن مستوى للإنتاج

الأسبوع	الوزن الكلي كغم (ص)	كمية العلف كغم (س)	التغير في الوزن ص	التغير في كمية العلف في ص	الناتج الحدي = ص/س	قيمة الناتج الحدي دينار	سعر كغم علف دينار
1	0.06	0.13					
2	0.12	0.26	0.06	0.13	0.46	920	520
3	0.2	0.44	0.08	0.18	0.44	880	520
4	0.28	0.64	0.08	0.2	0.4	800	520
5	0.41	0.95	0.13	0.31	0.42	840	520
6	0.59	1.41	0.18	0.46	0.39	780	520
7	0.75	1.86	0.16	0.45	0.36	720	520
8	0.93	2.36	0.18	0.5	0.36	720	520
9	1.12	2.95	0.19	0.59	0.32	640	520
10	1.31	3.63	0.19	0.68	0.28	560	520
11	1.5	4.36	0.19	0.73	0.26	520	520
12	1.69	5.18	0.19	0.82	0.23	460	520
13	1.83	5.98	0.14	0.8	0.18	360	520
14	1.95	6.8	0.12	0.82	0.15	300	520
15	2.04	7.69	0.09	0.89	0.1	200	520

بلغ وزن الدجاجة 2.04 كغم وقد استهلكت 7.69 كغم في نهاية الأسبوع 15 وهذا يعني إن قيمة الدجاجة بلغت 4080 دينار (2.04 كغم وزن الدجاجة خلال 15 أسبوع X 2000 دينار) في حين إن كلفة العلف الذي استهلكته بلغ 3998.8 دينار (7.69 كغم وزن العلف المستهلك خلال 15 أسبوع X 520 دينار) وهذا يعني إن الربح المتحقق هو 81.2 دينار فقط (4080 - 3998.8)، والسؤال الذي يطرح نفسه هو هل هذا هو أعلى ربح يمكن إن يحققه المزارع؟ والجواب على هذا السؤال هو عند اعتماد مبدأ أحسن مستوى للإنتاج الذي ينص: إن أحسن مستوى للإنتاج يتحقق عندما تتساوى قيمة الناتج الحدي أي الدخل الحدي (قيمة التغيير في وزن الدجاجة في نهاية كل أسبوع) مع الكلفة الحدية لعنصر الإنتاج المتغير (سعر الكيلوغرام من العلف).

في مثالنا السابق إن أحسن مستوى للإنتاج (إي إن أعلى ربح متحقق) يتحقق عند الأسبوع 11 والذي يتساوى فيه قيمة الناتج الحدي (520 دينار) مع الكلفة الحدية لعنصر الإنتاج المتغير وهو في مثالنا سعر الكيلوغرام من العلف وهو (520 دينار) حيث يبلغ وزن الدجاجة 1.5 كغم وقيمتها 3000 دينار (1.5 X 2000) وكمية العلف المستهلك 4.36 كغم بلغت كلفتها 2267.2 دينار (4.36 X 520) وبذلك يكون الربح المتحقق 732.8 دينار (3000 - 2267.2) وهو بلا شك أكثر من الربح المتحقق في الأسبوع 15 وأي أسبوع آخر خلال فترة التربية.

مما تقدم يتضح انه يمكن التوسع في إنتاج المحاصيل إلى الحد الذي تتساوى فيه الكلفة الحدية مع الدخل الحدي أو إلى الحد الذي يكون فيه صافي الدخل الحدي يساوي صفر (صافي الدخل الحدي = الدخل الحدي - الكلفة الحدية) وعند ذاك نحصل على أحسن مستوى للإنتاج.

يمكن تطبيق هذا المبدأ المهم على مختلف النشاطات الإنتاجية الزراعية وغير الزراعية.

ثانيا: مبدأ العوائد الحدية المتساوية:

من المبادئ المهمة التي يسترشد بها المزارع عندما يقوم بإنتاج أكثر من محصول واحد، وهو المبدأ الذي يوضح كيفية توزيع عنصر الإنتاج على مشاريع عديدة. وطريقة التوزيع مبني على نفس المبدأ الذي يبنى عليه توزيع وحدات عنصر الإنتاج عندما يكون هناك ناتج واحد فقط (تعيين أحسن مستوى للإنتاج).

إن مبدأ العوائد الحدية المتساوية يتلخص كالاتي:

للحصول على أعلى حد من الدخل الصافي فان توزيع مصادر الثروة (عناصر الإنتاج) على المشاريع أو الاستعمالات المختلفة يجب إن يتم بصورة بحيث إن كل وحدة من وحدات عنصر الإنتاج تنتج نفس الدخل الصافي في كل الاستعمالات الممكنة. فإذا توفرت للمنتج

وحدات من عنصر إنتاج معين كافية فإنه يحاول أن يدفع بالإنتاج إلى المستوى الذي يكون عنده الدخل الحدي مساويا للكلفة الحدية أو إلى الحد الذي يكون عنده الدخل الحدي الصافي يساوي صفرا.

في الجدول التالي ثلاثة مشاريع زراعية والعائد الحدي الصافي لكل منهم:
جدول رقم (9) العوائد الحدية المتساوية

العوائد (الدخول) الحدية الصافية			وحدات عنصر الإنتاج
للمشروع الزراعي ج	للمشروع الزراعي ب	للمشروع الزراعي أ	
15	20	25	5
12	18	22	10
9	15	20	15
5	12	18	20
1	9	15	25
0	5	12	30
	1	9	35
	0	5	40
		1	45
		0	50

من الجدول السابق نرى إن المزارع يحتاج 50 وحدة من عنصر الإنتاج للمشروع الزراعي (أ) و40 وحدة للمشروع الزراعي (ب) و30 وحدة للمشروع الزراعي (ج) أي عندما يكون الدخل الحدي الصافي يساوي صفرا لكل مشروع وبذلك يحصل المزارع على أعلى صافي دخل من مشاريعه الثلاثة.

فإذا لم تتوفر لديه هذه الكمية من وحدات عنصر الإنتاج فإنه يوزع ما لديه من وحدات بصورة يتساوى الدخل الحدي الصافي لكل وحدة في كل مشروع. فإذا كان لدى المزارع 45 وحدة فقط من عنصر الإنتاج فإنه يخصص 25 وحدة للمشروع الزراعي (أ) و15 وحدة في المشروع الزراعي (ب) و5 وحدات في المشروع الزراعي (ج)، لأن العوائد الحدية الصافية للمشاريع الثلاثة عند هذه المستويات متساوية وهي 15 وبذلك يحقق المزارع أكبر صافي دخل.

هذا يعني إن مبدأ العوائد الحدية يوضح إن الربح الاعتيادي (الدخل الصافي) للمزرعة يكون في أعلى مستوى إذا استعملت كل وحدة من وحدات عنصر الإنتاج في المشروع الذي تضيف فيه تلك الوحدة إلى الدخل أكبر كمية.

ثالثاً: مبدأ تكاليف الفرص البديلة:

إن هذا المبدأ ينص: على إن كلفة استعمال عنصر إنتاجي معين مثل (س) في إنتاج سلعة معينة مثل (أ) هي قيمة ما ينتجه (س) من أنواع الإنتاج الأخرى مثل (ب) و(ج)، ومن هنا كانت تسمية مبدأ تكاليف الفرص البديلة.

يعنى هذا المبدأ على إن كلفة استعمال عنصر الإنتاج لا تقتصر على كلفة استعماله في مجال ما أو استعمال من الاستعمالات، بل ينبغي التحري عن كلفة استعماله في المجالات الأخرى التي يمكن استعمال هذا العنصر فيها.

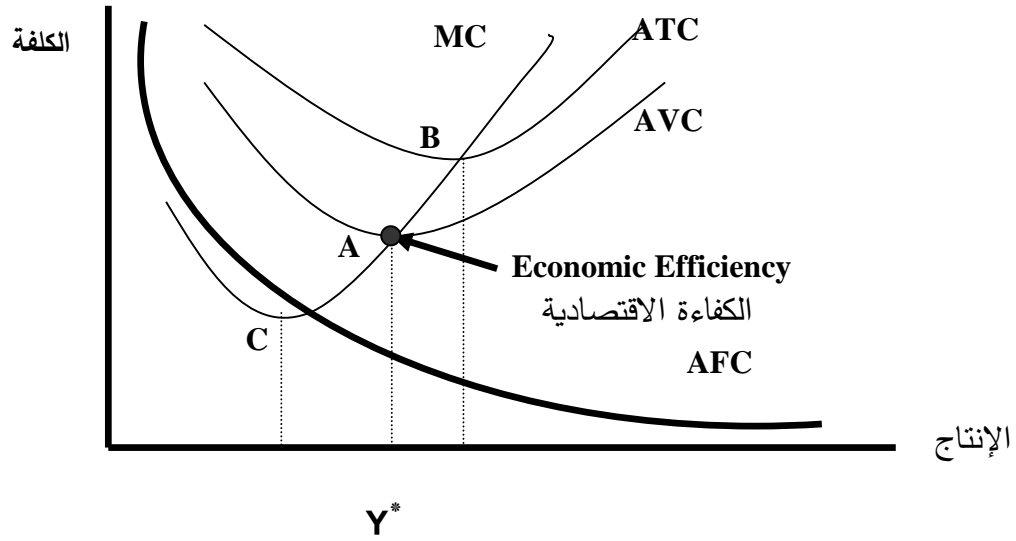
الحجم الامثل للمزرعة (The optimum size of farm)

وهو مستوى الانتاج الذي يكون عنده متوسط التكاليف الكلية اقل ما يمكن هو ذلك الانتاج الذي يحدد الحجم الامثل للمزرعة. وعند هذا الحجم تتساوى التكاليف الحدية مع متوسط التكاليف الكلية، كما ان نصيب وحدة الانتاج من متوسط التكاليف يكون أقل مما يمكن، وعند هذا المستوى من الانتاج فأن كفاءة عوامل الانتاج تكون أكبر ما يمكن.

وكذلك يمكن تعريف الحجم الامثل للمزرعة بأنه ذلك الحجم الذي يحقق أكبر وفورات سعة أو أقل كلفة ممكنة أو أعلى عائد صافي لوحد المساحة.

وان أحد المهام الرئيسية لإدارة المزرعة هو تحديد الحجم الامثل للمزرعة والوفورات المتحققة من ذلك. وهنا تكمن أهمية دراسة أمثلية الحجم ووفورات السعة، وذلك من خلال قسمة الإنتاج الأمثل (Y) الذي تم الحصول عليه من اشتقاق دالة الكلفة في المدى القصير على معدل الإنتاجية الموزون* ومن هذا يمكن الحصول على الحجم الأمثل للمزرعة.

وبعد ذلك نعمل مقارنة للحجم الأمثل للإنتاج والمزرعة المتحققان مع حجم الإنتاج والمزرعة في العينة. حيث نستطيع تحديد درجة تحقيق الوفورات لمزارعي المحصول اذ ان المزارع الواقعة في منطقة الوفورات تدل على أنه بإمكان تلك المزارع التوسع للوصول الى تحقيق وفورات 100% في الحجم، ويتم ذلك أما عن طريق التوسع العمودي أو الافقي (التوسع في حجم المزرعة) أو عن طريق الاثنتين معاً ويمكن توضيح الحجم الأمثل للإنتاج والمزرعة من خلال الشكل الآتي:



شكل (4): منحنيات متوسطات الكلفة الكلية والمتغيرة والحجم الأمثل للإنتاج والمزرعة.

يبين الشكل اعلاه المشتقات الاقتصادية لدوال التكاليف , وهي متوسط الكلفة المتغيرة (AVC) ومتوسط الكلفة الكلية (ATC) ومتوسط الكلفة الثابتة (AFC) والكلفة الحدية (MC), والتي تشير الى انها منحنيات من الدرجة الثانية والتي تتناقص اولاً وبعدها تترادى بتزايد مستوى الناتج. عدى منحنى متوسط الكلفة الثابتة الذي يأخذ بالتناقص كلما توسع بالإنتاج, حيث يقترب من المحور الأفقي لكنه لا يمسه أو يقطعه والسبب يعود الى كون الكلفة الثابتة تتوزع على جميع الوحدات المنتجة كلما زاد مستوى الناتج وبذلك تكون (AFC) متناقصة.

اما منحنى التكاليف الحدية (MC) حيث يصل الى نهايته الصغرى قبل تقاطعه مع (AVC) و (ATC) و (AFC) وان الـ (AVC) ايضاً تصل نهايتها الصغرى قبل (ATC), وان منحنى (MC) يمر من خلال أخفض نقطة لكل من منحنى متوسط الكلفة المتغيرة ومنحنى متوسط الكلفة الكلية.

وعندما يقطع منحنى الكلفة الحدية (MC) منحنى متوسط التكاليف المتغيرة (AVC) في أوطيء نقطة منه (عند النقطة A) تتحقق الكفاءة الاقتصادية (Economic Efficiency), التي يتحقق عندها الحجم الأمثل للإنتاج والحجم الأمثل للمزرعة (Y^*) في المدى القصير.

فلسفة اقتصاديات الحجم (النطاق) والعوامل المؤدية إليها:

تقوم فلسفة اقتصاديات النطاق على أن المؤسسة كبيرة الحجم، يمكنها خفض تكاليف إنتاجها خفضاً ملموساً؛ فالنسبة للتكاليف الثابتة (التي لا تتغير عندما يتغير الإنتاج؛ كالأرض والمباني الأساسية والمساعدة، والأجهزة، والأدوات، والأثاث ووسائل النقل الداخلي والخارجي) هذه التكاليف الثابتة يجب دفعها سواء تم الإنتاج أم لم يتم، والتي توزع على عدد كبير من الوحدات المنتجة، الأمر الذي يؤدي إلى خفض تكلفة إنتاج كل وحدة. ونجزم بعدم وجود اقتصاديات الحجم أو بمعنى آخر تناقص غلة الحجم Returns to Scale (أن يكون اتساع حجم المؤسسة أكبر مما ينبغي):

ويتحكم في تحقيق اقتصاديات الحجم أو حدوث تزايد غلة الحجم عاملان أساسيان هما:

- 1- أنه كلما زاد حجم أو نطاق الإنتاج، كلما زاد احتمال الإفادة من كفاءة العمل المنتجة من تقسيم العمل والتخصص في عمليات الإنتاج الصغيرة ربما يضطر العامل إلى الانتقال إلى عمل آخر قد لا يجيده، بالإضافة إلى ضياع الوقت نتيجة للانتقال من عمل لآخر.
- 2- الإفادة من التكنولوجيا الحديثة في زيادة غلة الحجم؛ فالمؤسسة ذات الحجم الكبير تستطيع تبني هذه التكنولوجيا لزيادة الإنتاج.

إذن فأهم العوامل التي تؤثر على سلوك التكاليف، وتحقق اقتصاديات الحجم، هي:

1- العمالة/الأجور:

2- العوامل الفنية:

3- نوع الملكية أو الإدارة:

طرق قياس اقتصاديات الحجم:

1- يمكن اتباع طريقة من الطرق الرياضية والإحصائية التالية لقياس اقتصاديات الحجم:
يمكن حساب اقتصاديات الحجم إذا كانت لديك دالة التكاليف التكميلية ووفقاً للعلاقة التالية:

$$ECON = \{ LRAC_M - LRAC_i / LRAC_M - LRAC_o \}$$

ECON = نسبة اقتصاديات الحجم المتحققة

$LRAC_M$ = متوسط الكلفة الكلية المتوقع عند اخفض مستوى إنتاج متحقق.

$LRAC_i$ = متوسط الكلفة الكلية المتوقع عند مستوى إنتاج i .

$LRAC_o$ = متوسط الكلفة الكلية المتوقع عند مستوى إنتاج الأمثل.

2- ويمكن قياس اقتصاديات الحجم باستخدام دالة الإنتاج (كوب - دوجلاس) وتستخدم لتحديد العلاقة بين الإنتاج وعناصره الداخلة في العملية الإنتاجية، وتعني أنه إذا كانت الموارد تدار بطريقة مثلى فإن العائد الحدي الذي يعبر عنه تحليل الانحدار لابد أن يكون صفراً، أما إذا كان إيجابياً فيعني ذلك أن الموارد لا تستخدم مصادر خارجية والعكس صحيح.

$$V = M(L^A K^B L^C X^D)$$

حيث:

V = القيمة المضافة.

M = كمية ثابتة موجبة.

L = قوة العمل.

K = رأس المال.

I = مدخلات الخدمات

X = مشتريات مواد أخرى

A, B, C, D = نسب الزيادة عند زيادة كل متغير (العائد الحدي للقيم المضافة).

3- ويمكن قياسها أيضاً باستخدام الدالة اللوغاريتمية للتكلفة $Trans \log \text{ cost}$

function

4-ويمكن قياسها أيضا باستخدام الدالة العامة للكلفة **general cost function**

5-ويمكن قياسها أيضا بقياس مرونة التكاليف: يمكن قياس مرونة التكاليف كمؤشر لقياس اقتصاديات الحجم الكبير، حيث تنتج وفورات الحجم حينما تتضاعف المخرجات، في حين أن التكلفة المتوسطة تزيد بأقل من الضعف، وأياً كانت توليفة المدخلات المستخدمة.

وإحدى طرق قياس اقتصاديات الحجم استخدام مرونة التكاليف **Elasticity of Cost** في علاقتها مع المخرجات **Q** وهو ما يرمز إليه بالرمز **EC**. ويعبر عنها بالمعادلة التالية:

$$E_c = \partial(LRAC) / \partial Q * (Q/LRAC)$$

Q = كمية الإنتاج المتحقق (كغم)

LRAC = منحنى متوسط الكلفة الكلية المتوقع في المدى الطويل

$\partial(LRAC)$ = مقدار التغير في منحنى متوسط الكلفة الكلية المتوقع.

∂Q = مقدار التغير في الناتج المتوقع.

مخرجات الفترة الحالية.

ومرونة تكلفة المخرجات تساوي:

1- واحد صحيح عندما تزيد التكاليف بنفس نسبة زيادة المخرجات.

2- أكبر من واحد عندما تزيد التكلفة بمعدل أكبر من المخرجات.

3- أقل من الواحد عندما تزيد التكلفة بمعدل أقل من معدل زيادة المخرجات.

ويمكن الحصول علي مؤشر اقتصاديات الحجم الكبير بطرح مرونة تكلفة المخرجات من الواحد الصحيح. لذلك فإنه يمكن تعريف مؤشر الرقم القياسي لاقتصاديات الحجم **SCI: Scale Economies Index** كالآتي:

$$SCI = 1 - E_c \quad \text{وبالتالي:}$$

عندما $E_c = 1$ فإن $SCI = 0$ (ثبات غلة الحجم الكبير)

وعندما $E_c > 1$ فإن SCI تكون سالبة، ويوجد زيادة في حجم التكاليف مع الإنتاج الكبير (لا توجد اقتصاديات حجم **Diseconomies of scale**)

وعندما $E_c < 1$ فإن SCI تكون موجبة، ويوجد نقصان في حجم التكاليف مع الإنتاج الكبير (توجد اقتصاديات الحجم الكبير **Economies of scale**)

وتجدر الإشارة إلى أن مرونة التكلفة غير كافية لتقدير التكاليف المرتبطة بأحجام مختلفة للمخرجات أو الإنتاج. لذلك نلجأ لاستخدام نماذج التكاليف.

5- نماذج التكاليف باستخدام تحليل الانحدار:

هناك أشكال عدة لدوال التكاليف: منها الخطي ويعني أن العلاقة بين التكلفة والمخرجات علاقة بسيطة في الاستخدام، ولكن فقط حينما تكون التكلفة الحدية ثابتة. أما إذا كانت التكلفة الحدية غير ثابتة فلا بد من استخدام النموذج غير الخطي، ويأخذ منحى التكلفة في هذه الحالة شكل U.

النموذج الخطي: $(cost)_i = \beta_0 + \beta_1(output)_i + \epsilon_i$

النموذج غير الخطي: $(cost)_i = \beta_0 + \beta_1(output)_i + \beta_2(output)_i + \epsilon_i$

حيث: $(cost)_i$ تمثل المتغير التابع في الفترة i

$\beta_0, \beta_1, \beta_2$ تمثل معاملات النموذج

$(output)_i$ تمثل المتغير المستقل في الفترة i

ϵ_i حد الخطأ العشوائي في الفترة i

ويتم بناء النموذج من خلال عدد من الأساليب الإحصائية التالية:

أ- تحليل الانحدار البسيط (لقياس تأثير المتغير التابع بمتغير مستقل واحد) $Y = \beta_0 + \beta_1 X$ أو

الانحدار المتعدد (لقياس تأثير المتغير التابع بأكثر من متغير مستقل) $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \epsilon$

حيث Y المتغير التابع؛ β_0 ، β_1 تمثلان معاملي النموذج؛ X المتغير المستقل؛ ϵ حد الخطأ.

ب- قياس طبيعة العلاقة بين المتغير التابع والمتغير أو المتغيرات المستقلة من خلال تقدير معاملات الانحدار.

ج- قياس العلاقة بين المتغير التابع والمتغير أو المتغيرات المستقلة بحساب معامل الارتباط البسيط والمتعدد.

د- قياس نسبة مساهمة المتغير أو المتغيرات المستقلة في المتغير التابع بتقدير معامل التحديد البسيط r^2 ومعامل التحديد المتعدد R^2 . coefficient of determination. وهو مقياس صلاحية معادلة الانحدار التي تعكس نسبة التباين في المتغير التابع المرتبط بالمتغير المستقل المشمول في الانحدار. ويقع المعامل بين الصفر والواحد الصحيح .

هـ- حساب معامل التحديد المعدل $Adjusted R^2$ لأخذ عدد المشاهدات ، وتستخدم لإزالة التحيز وتحري الدقة.

و- اختبار مستوى دلالة معامل الانحدار أو درجة المعنوية الإحصائية المعروفة باختبار T أو اختبار المقارنات المتعددة.

ز- حساب اقتصاديات الحجم من خلال حاصل جمع قيم معاملات المتغيرات المستقلة، فإذا تساوى مجموع القيم مع الواحد الصحيح دل ذلك على ثبات غلة الحجم، وإذا كان المجموع أقل من الواحد الصحيح دل ذلك على وجود اقتصاديات للحجم (تحقق وفورات). أما إذا زاد عن الواحد الصحيح أمكننا الحكم بعدم وجود اقتصاديات الحجم الكبير (اللاوفورات) لزيادة حجم المدخلات أو ما يسمى بتناقص غلة الحجم.