

جامعة تكريت

كلية الزراعة

القسم :- الاقتصاد والارشاد الزراعي

المرحلة :- الثالثة/ اقتصاد

## نظرية جزئية /2

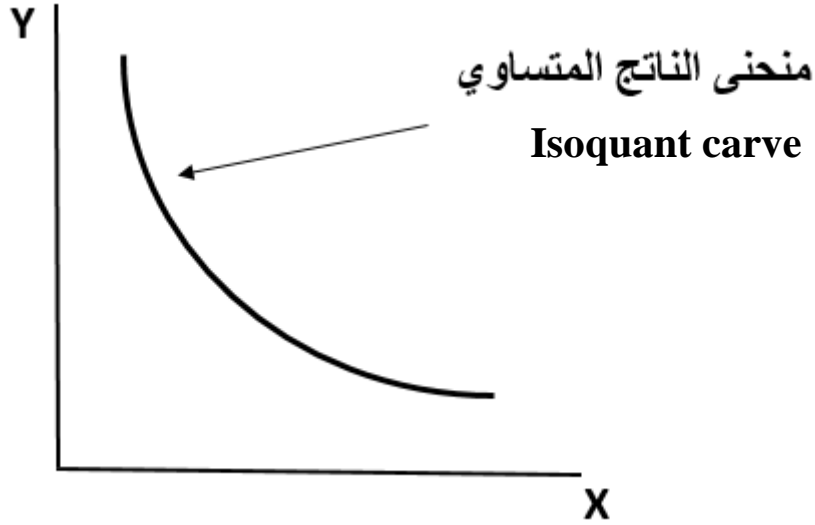
مدرس المادة النظري م.د. منار صالح حمد

مدرس المادة العملي م.م. عماد مزاحم محمد

## المحاضرة الأولى

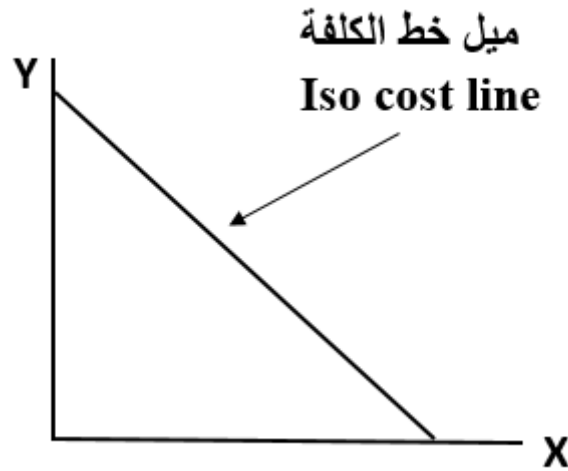
### منحنيات الناتج المتساوي - isoquant curve

كل التوليفات من  $x, y$  التي تعطي نفس المستوى من الناتج  $y$ . ويكون شكله محدب باتجاه نقطة الاصل وميله سالب وينحدر من الاعلى والى الاسفل واليمين، ويكون رسمه كالآتي:



### ميل خط الكلفة - iso cost line

هو ذلك الخط الذي يمثل كل التوليفات من  $X, Y$  التي تمثل كل الكلفة  $TC$ . ويكون سالب الميل ويتجه من الاعلى والى الاسفل واليمين ويكون رسمه كالآتي



## معدل الاحلال الحدي :- (MRTS)

### Marginal Retio of Ttchnice substitution curve

هو كمية راس المال الذي يمكن التنازل عنه مقابل زيادة المقدار المستخدم من العمل بمقدار وحدة واحدة بحيث يستمر البقاء على نفس منحنى الناتج المتساوي .

ومقدار وحدة واحدة التي يمكن التخلي عنها من احد عناصر الانتاج عند اضافته وحدة واحدة من عنصر انتاجي اخر بحيث تبقى على نفس منحنى الانتاج المتساوي .

وهو ايضا نسبة الاحلال بين عنصرين الانتاج لكل من راس المال K والعمل L

$$\frac{dK}{dL} = \text{(MRTS الحدي)}$$

هذه النسبة تمثل ميل منحنى الناتج المتساوي عند اي نقطة واقعه عليه وفي الجزء السالب منه ويسمى ايضا بمعدل الاحلال الفني ويساوي ايضا الناتج الحدي لعنصر

$$\text{MRTS} = \frac{MPL}{MPK}$$

العمل مقسوما على الناتج الحدي لعنصر راس المال

ويساوي ايضا النسبة السعرية لعنصري الانتاج  $\left(\frac{W}{r}\right)$  حيث ان w

يساوي سعر العمل و r سعر الفائدة لرأس المال .

اما اذا اريد تحديد المزيج الامثل من عنصري الانتاج الذي يعظم الانتاج وبالتالي تعظيم الارباح التي يحصل عليها المنتج سوى ونفس ذلك في حالة تعظيم الانتاج . يوضع قيد عن الكلفة ( ) وتدنية التكاليف عند قدر معين من الانتاج.

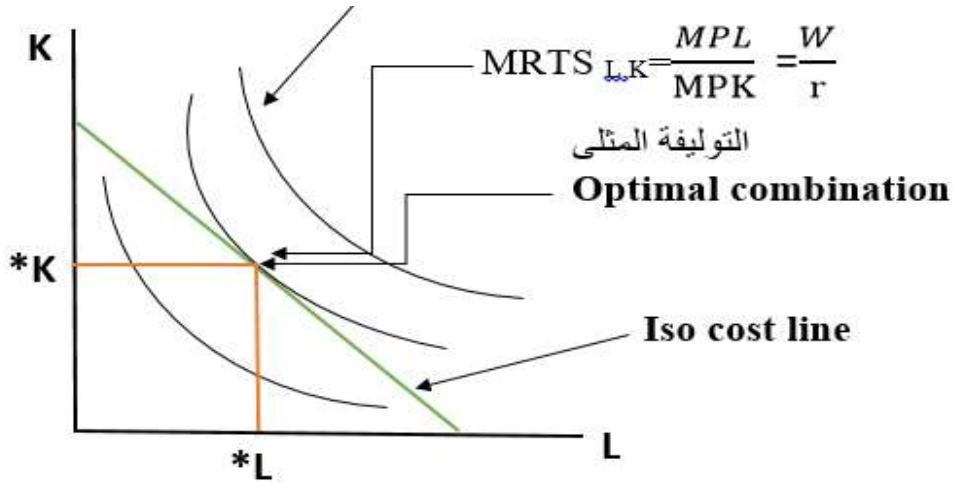
$$\text{MRTS}_{L,K} = -\frac{dK}{dL} = \frac{MPL}{MPK} = \frac{W}{r}$$

ويمثل معدل الاحلال الحدي في هذه الحالة بقسمة الانتاجية الحدية لرأس المال على الانتاجية الحدية للعمل عندما يزداد العمل وبنفس المقدار رأس المال .

يمتاز (RTS) بالتناقص كلما تناقصت وحدات رأس المال K وزادت وحدات العمل لتحقيق مستوى مناسب من الانتاج , ويمكن تمثيل ذلك بيانيا كالأتي

## \*حالة التعظيم

### Isoquant curve



## التوليفة الموردية المثلى :-

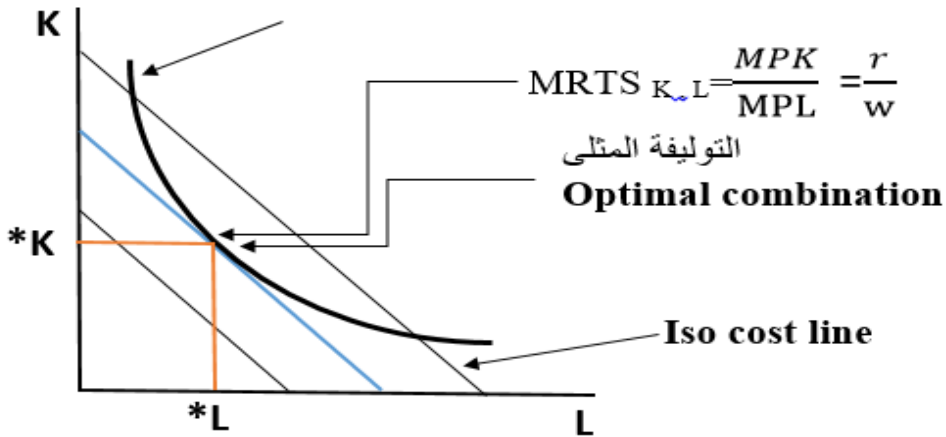
التوليفة الاقل كلفة حيث في النقطة A فقط يساوي ميل الناتج المتساوي مع  $\frac{MPK}{MPL}$

ميل خط الكلفة  $\frac{r}{W}$  في نقطة التماس حيث يكون معدل الاحلال الحدي مساويا

للنسبة السعريه  $\frac{r}{W}$  وبذلك فان هذه النقطة فقط تعطينا الانتاج باقل كلفة وكالاتي

$$MRTS = \frac{MPK}{MPL} = \frac{r}{W} \quad \text{*حالة التدنية}$$

### Isoquant curve



يمكن الحصول عليها في حالة التدنية رياضياً بوضع قيد على الانتاج وكالاتي :-

$$TC = WL + rK$$

$$\text{Stup } Y = F(L, K)$$

$$L.C = WL + rK + \lambda(Y - F(L, K))$$

$$\frac{dL.C}{dL} = W - \lambda(MPL = 0 \dots \dots (!)$$

$$\frac{dL.C}{dK} = r - \lambda(mpk = 0 \dots (2)$$

$$\frac{dL.C}{d\mu} = Y - F(L, K) = 0 \dots \dots (3)$$

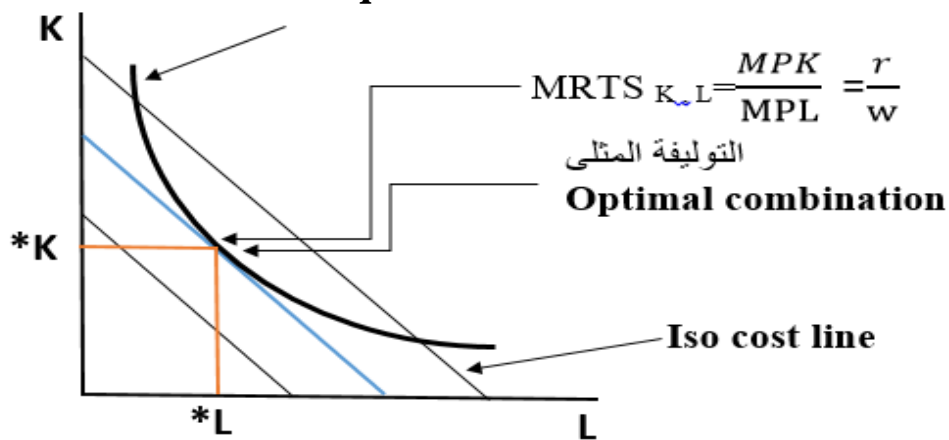
وبقسمة معادلة (1) على معادلة (2) نحصل على

$$\frac{r}{w} = \frac{mpk}{mpL} \text{ when } \frac{mpk}{mpL} = \text{RTS}$$

$$\text{RTS} = \frac{mpk}{mpL}$$

$$\text{RTS} = \frac{mpk}{mpL} = \frac{r}{w}$$

### Isoquant curve



اما في حالة التعظيم وتكون رياضيا كالاتي:-

$$Y = F(L, K)$$

$$C = WL + rK$$

$$L.C = F(L, K) + \lambda (C - WL - rK)$$

$$\frac{dL.C}{dL} = MPL - \lambda (W = 0 \dots \dots (!)$$

$$\frac{dL.C}{dK} = mpk - \lambda (r = 0 \dots \dots (2)$$

$$\frac{dL.C}{d\lambda} = C - WL - rK = 0$$

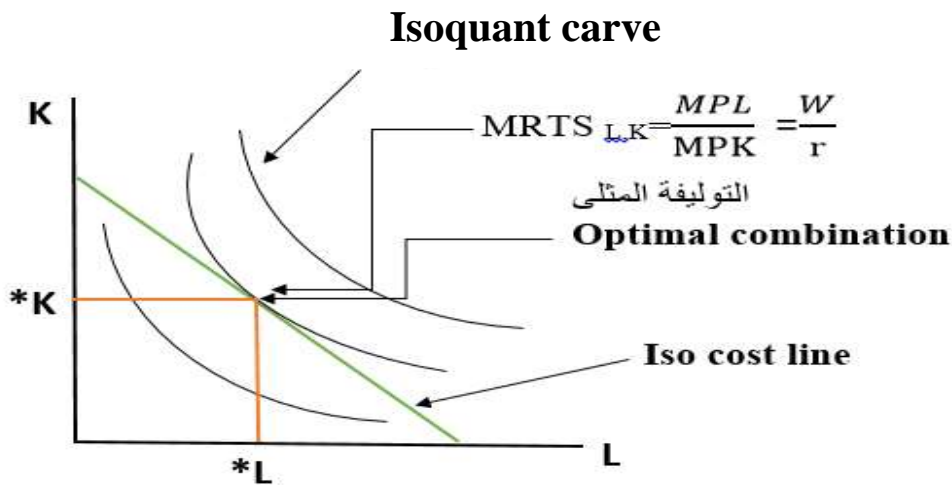
وبقسمة معادلة (1) على (2) نحصل على

$$\frac{mpL}{mpK} = \frac{w}{r} \text{ when } \frac{mpL}{mpK} = RTS$$

في حالة التعظيم

$$RTS = \frac{mpL}{mpK} = \frac{w}{r}$$

يمكن تمثيل ذلك بيانيا :-



## الخلاصة :-

1- في حالة التعظيم نضع القيد على الكلفة اي  
(  $RTS = \frac{mpL}{mpK} = \frac{w}{r}$  )

2- في حالة التدنية نضع القيد على الانتاج اي  
(  $RTS = \frac{mpK}{mpL} = \frac{r}{W}$  )

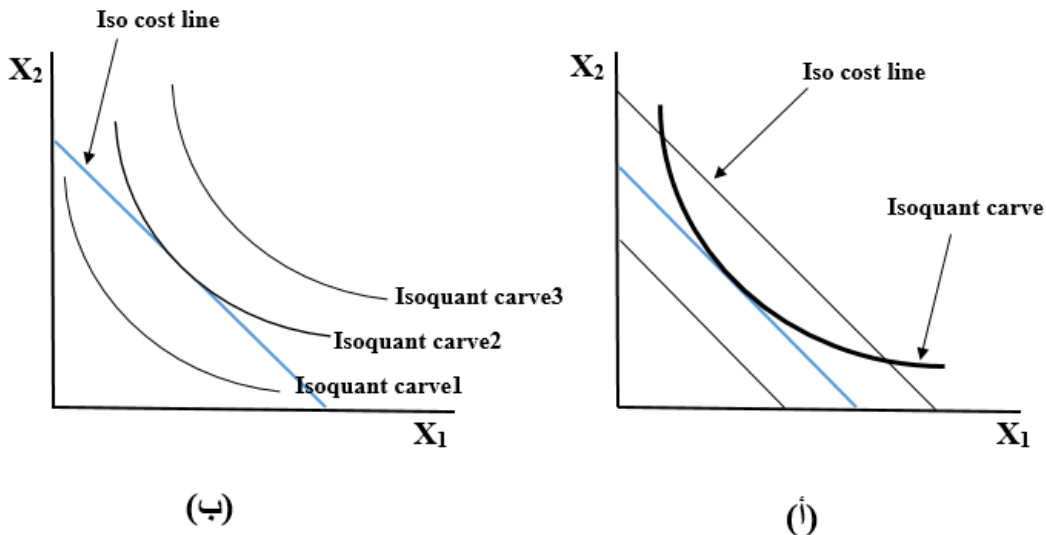
## المحاضرة الثانية

### تحديد التوليفة المورديه الاقل تكلفة

يستهدف المنتجون استخدام المعلومات التي توفر لديهم حول دوال الانتاج لمنتج معين والتي تبين التوليفات المختلفة من مدخلين التي يمكن استخدامها لانتاج مستويات مختلفة من منتج ما وكذلك النسبة السعرية بين المدخلين بهدف الوصول الى احد هدفين هما :

1-تحديد التوليفة الاقل كلفة لمستوى معين من الانتاج كما في الشكل (أ)

2-تعظيم الانتاج من ميزانيه معينه الشكل التالي (ب)



### 1-تحديد التوليفة الاقل كلفة لمستوى معين من الانتاج

تحدد نقطة توازن المنتج عند نقطة تماس منحنى الانتاج وخط التكاليف والتي تبين التوليفة المثلى لمستوى معين من الانتاج ويمكن تحديد هذه النقطة بيانيا او حسابيا غير ان الطريقة البيانية اكثر دقة لان المنحنى يعكس قيم مستمرة , بينما تتضمن الطريقة الحسابية عددا محدودا من القيم المتقطعة.

وعند نقطة التوازن يتساوي ميل خط الانتاج المتساوي مع ميل خط التكاليف المتساوية وبما ان ميل خط الانتاج المتساوي يساوي معدل الاستبدال الحدي وميل خط الكلفة يساوي النسبة السعرية فان نقطة التوازن تتحدد عند تساوي معدل الاستبدال مع النسبة السعرية

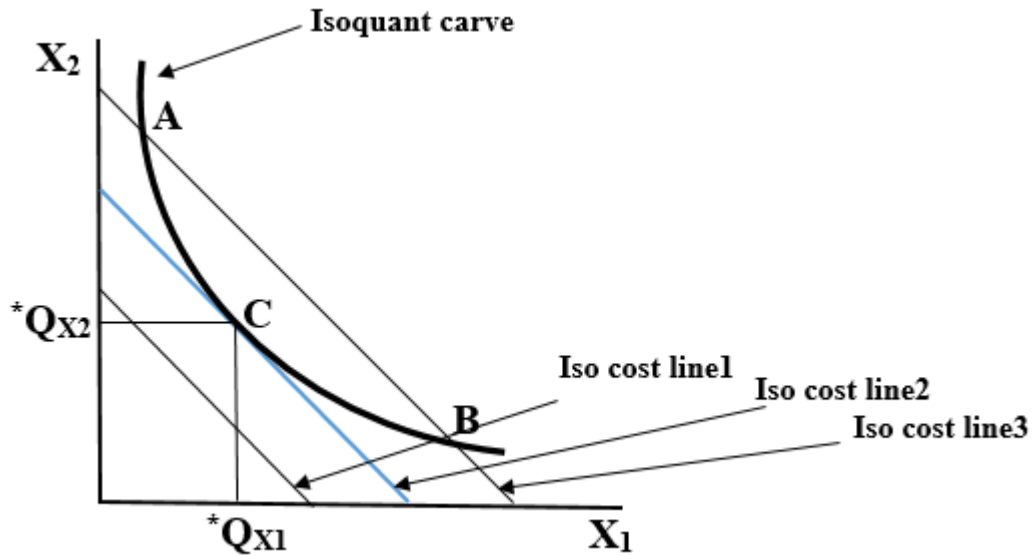


SLOP isoquant = MRS

$$\text{Slop iso cost} = -\frac{px}{py}$$

:equilibrium point when  $MRS \frac{px}{py} =$

فاذا كان هناك مستوى معين من الانتاج وثلاثة خطوط كلفة (1 و2 و3) متوازية ومتساوية الميل كما في شكل (p) فان خط التكاليف الاول لا يمكن تحقيقه لانه لا يسمح بانتاج مستوى الانتاج المطلوب , بينما (3cost) تقطع منحنى الانتاج المتساوي في النقطتين A,B مما يعني ان نفس مستوى الانتاج يمكن الحصول عليه من مستوى كلفة اقل , وعند المقارنة بين انحدار خط الكلفة isocost والمماس لمنحنى الانتاج المتساوي عند النقطة (A) فان معدل الاستبدال الحدي يكون اكبر من معدل الاستبدال السعري اما معدل الاستبدال الحدي عند النقطة (B) يكون اقل من معدل الاستبدال السعري وبذلك نجد ان (isocost 2) يمس منحنى الانتاج في اخفض نقطة (C) حيث ان المنحنى محدب نحو نقطة الاصل , ولا يمكن انتاج هذا المستوى من الانتاج باقل من هذه الكلفة بمعنى ان النقطة (C) تمثل نقطة التوازن وتحدد التوليفة الاقل كلفة لمستوى معين من الانتاج .



## تغطية الانتاج من ميزانية معينة (خط كلفة واحد)

هنا تتحدد نقطة توازن المنتج التي تبين التوليفة المثلى من مدخلين الاقل كلفة وتعرف بانها النقطة التي يحقق عندها المنتج اعلى انتاج ممكن عند ميزانية محده (القيود على الكلفة) وعند هذه النقطة يتساوى ميل خط الانتاج المتساوي مع ميل خط الكلفة المتساوي

Slop isoequant = slop isocost

$$MRS = \frac{px1}{px2}$$

اذا وضع منتج ميزانية معينة (قيود معين) خط كلفة معين كما مبين في الشكل ( ) للاتفاق كل المدخلين (X1, X2) وكان هناك ثلاثة مستويات من الانتاج (y1, y2, y3) ونجد ان مستوى الانتاج y3 لا يمكن تحقيقه من الميزانية المتاحة لانه لا يوجد تماس بين منحنى الانتاج المتساوي وخط الكلفة (A, B), بينما المستوى y1 يتقاطع مع خط التكاليف عند النقطتين (N, M) وهو مستوى غي كفاء ولا يمثل المستوى الامثل لان من الممكن انتاجه بتكلفة اقل.

غير انه من الممكن انتاج كمية اكبر بنفس الكلفة وهو المستوى y2 ومستوى الانتاج y2 هو اعلى انتاج يمكن تحقيقه من الميزانية المعينة, حيث انه يمس خط التكاليف في نقطة واحدة ويمكن ملاحظة ذلك عند مقارنة ميل المماس عند اي نقطة على منحنى الانتاج المتساوي y1 اي معدل الاستبدال الحدي مع ميل او انحدار خط التكاليف الثابت

$$MRS = \frac{px1}{px2} = \text{اي النسبة السعرية}$$

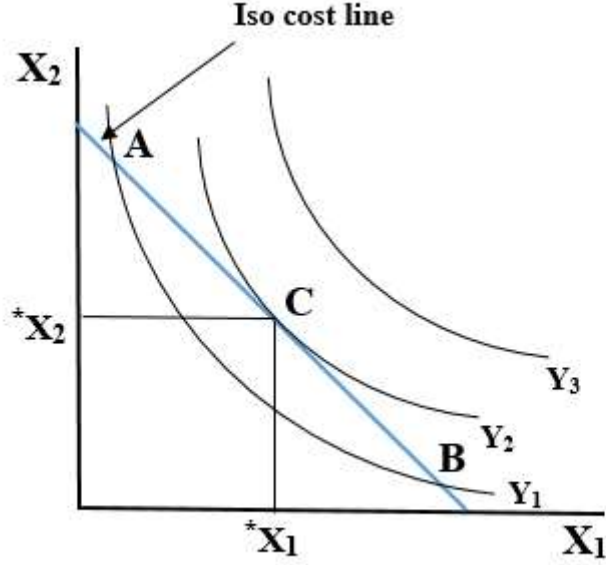
فمعدل الاستبدال عند النقطة (N) اكبر من النسبة السعرية ( $MRS \geq \frac{px1}{px2}$ )

وبالعكس فان معدل الاستبدال الحدي (MRS) عند النقطة (M) يكون اقل من

$$\text{النسبة السعرية } (MRS \leq \frac{px1}{px2})$$

ولكن معدل الاستبدال الحدي يتساوى مع النسبة السعرية  $MRS = \frac{px1}{px2}$  عند نقطة

التوازن (C) وما دامت نسبتا التبادل الحدي والسعري غير متساويين, فان المنتج يستطيع انتاج اكبر كمية او تقليل الكلفة بالاتجاه نحو نقطة المساواة بين النسبتين.



ومنه نستنتج وعند اي مستوى توازن وفي اي توليفة مثلى فان الانتاجية الحدية لكل مدخل نسبة الى سعره تكون متساوية

$$\frac{mpx1}{px1} = \frac{mpx2}{px2} = \frac{mpxn}{pxn}$$

### اختيار مستوى الانتاج الذي يحقق اقصى ربح:-

يعتبر معدل الاستبدال الحدي ثابتا بوجه عام عند ثبوت العوامل البيولوجية والمادية بينما تتغير الاسعار النسبية للمدخلات حسب قوى العرض والطلب في السوق , ويترتب على ذلك ان يعمل المنتج على استخدام كمية اكبر من المدخل الذي اصبح سعره اقل نسبيا ويوفر اسلوب التحليل الحدي الذي يستدعي مقارنة معدل الاستبدال الحدي الثابت مع النسبة السعرية اطارا موضوعيا وعكسيا لتحديد التوليفة الاقل كلفة لمستوى معين من الانتاج .

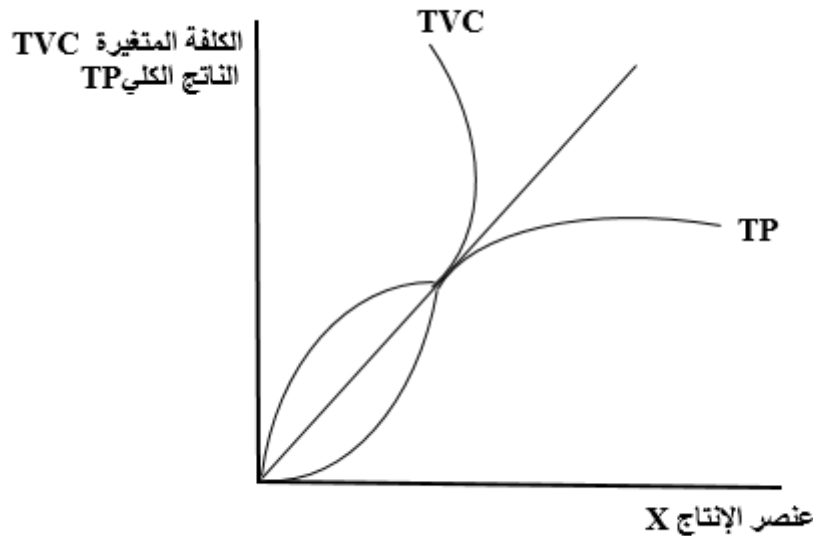
### التكاليف المتغيرة TVC الكلية

التكاليف المتغيرة هي التكاليف المرتبطة بعوامل الانتاج المتغيرة خلال فترة زمنية معينة والتي تتغير بتغير كميات او مستويات الانتاج , وتتأثر هذه التكاليف بقرارات المنتج وغالبا ما تستهلك في عملية الانتاج ( بذور , اعلاف , سماد) ويمكن التأثير على التكاليف المتغيرة في المدى القصير من خلال زيادة ساعات او عدد العمال او تعديل مدخلات الانتاج (زيادة كمية الاسمدة لزيادة انتاج المحاصيل او الاعلاف لزيادة المنتجات الحيوانية ) .

وقد تكون التكاليف المتغيرة نقدية او غير نقدية ومن الامثلة على التكاليف المتغيرة النقدية في مجال الزراعة تكاليف البذار والاسمدة الكيماوية والاعلاف المشتراة والعمالة المستاجرة , اما التكاليف الغير نقدية تكاليف البذار والاسمدة والاعلاف المنتجة في المزرعة , وتقيم تكلفة البذار والسماذ العضوي على اساس تكلفة الفرصة البديلة حسب الاسعار السائدة في السوق , بينما تقدر تكلفة الرعي في المراعي الخاصة حسب تكلفة الانتاج او اجرة الارض كمرعى .

وترتبط دالة التكاليف المتغيرة بدالة الانتاج اذا حولنا كميات لمدخل المادية على الاحداثي الافقي في دالة الانتاج الى قيم نقدية فان الاحداثي الافقي يصبح ممثلا للتكاليف بدلا من كميات المدخل وتتحول دالة الانتاج الى دالة للتكاليف المتغيرة . ولذلك تسمى النظرية التكاليف احيانا بالصورة النقدية لنظرية الانتاج .

ونظرا لانه ينظر الى التكاليف كمتغير تابع للانتاج ( المتغير المستقل ) فان عكسي وضع المتغيرات على الاحداثيين الافقي والعمودي يؤدي الى ان تصبح دالة التكلفة المتغيرة صورة عكسية لدالة الانتاج كما يبين الشكل ( )



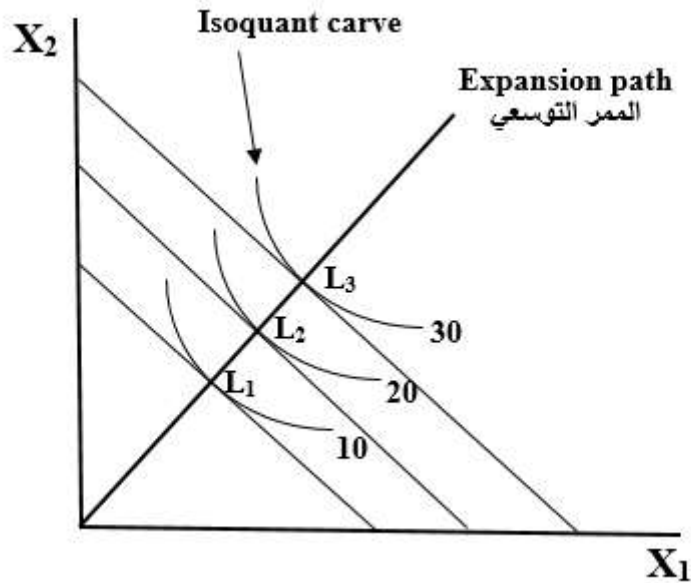
تبين ان التوليفة الاقل كلفة تحدد اكبر ربح ممكن لمستوى معين من انتاج ولا تحقق بالضرورة اعلى ربح ممكن للمنتج الذي يهدف الى تعظيم الربح وهنا يتطلب مقارنة الربح الذي يتحقق من عدة مستويات انتاج ممكنة يتوفر فيها شرط الانتاج باقل كلفة.

ويمكن توضيح ذلك بيانيا بالشكل ( ) فان كل من L1, L2, L3 تمثل نقاط توازن مختلفة ناتجة عن تماس مستويات انتاج مختلفة (30,20,10) مع خطوط كلفة مختلفة , والخط الذي يصل بين نقاط التوازن يسمى بالممر التوسعي الامثل او

نطاق الانتاج excision path يمثل ممر التوسع الامثل الخط الذي يربط بين نقاط توازن الانتاج نتيجة للتغير في الميزانية مع ثبوت الاسعار , اي ان نقاط التوازن بين مستويات الانتاج المختلفة وخطوط الكلفة المتساوية الميل الناتجة عن تغير الميزانية مع بقاء الاسعار ثابتة وحيث ان الميل عند هذه النقاط يكون واحدا فان الخط الذي يربط بينهما هو من الخطوط متساوية الميل .

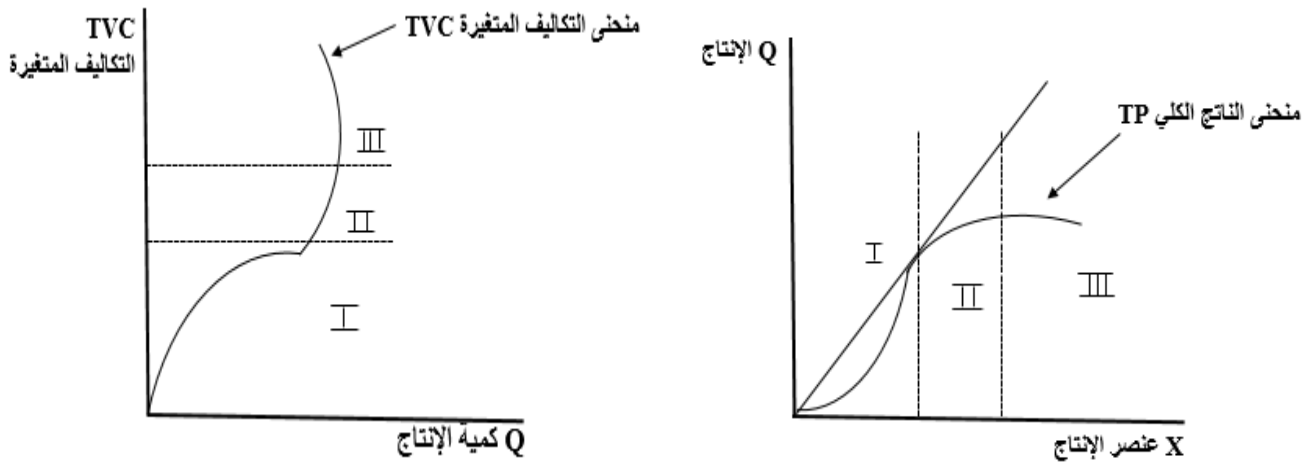
ولاختيار التوليفة المثلى التي تقع على الممر التوسعي الامثل , يتم حساب اجمالي العائدات واجمالي التكاليف للمدخلين ويحتسب هامش الربح بينهما وتساوي العائدات سعر وحدة المنتج المتوقع مضروبا في كمية الانتاج لكل مستوى انتاج والتي تمثلها منحنيات الانتاج المتساوية ويحتسب اجمالي التكاليف بضرب سعر كل مدخل في كميته لكل توليفة .

ويحسب الربح ( $\Pi$ ) بطرح التكاليف للتوليفة الاقل كلفة لكل مستوى انتاج من اجمالي العائدات لهذا المستوى . وعلى ضوء عملية التحليل هذه يختار المنتج مستوى الانتاج المناسب الذي يحقق اكبر صافي عائد ممكن .

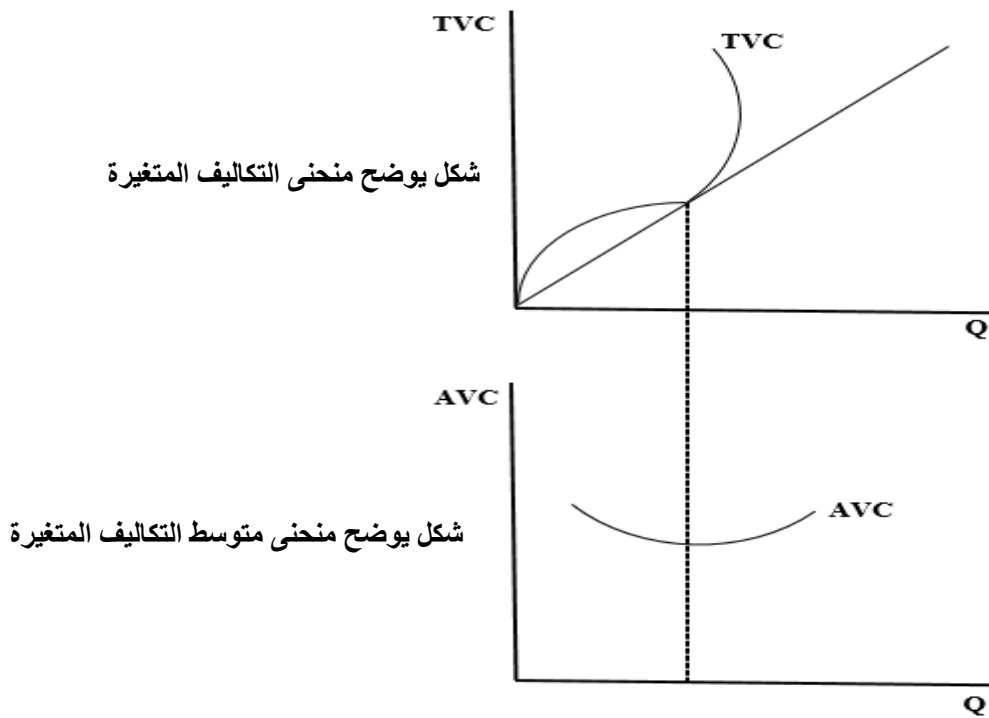


ونظرا لان التكاليف المتغيرة ترتبط بالانتاج فان الشكل الذي تاخذه دالة التكاليف المتغيرة والكلية يرتبط بشكل دالة الانتاج ولكن بشكل عكسي وتبدا دالة التكاليف المتغيرة والكلية من الصفر وتزيد مع زيادة الانتاج وتزايد دالة التكاليف المتغيرة بمعدل متناقص عندما تزداد دالة الانتاج بمعدل متزايد حتى نقطة الانعطاف ثم تاخذ دالة الكلفة المتغيرة وايضا الكلية بعد هذه النقطة بالتزايد بمعدل متزايد على العكس من دالة الانتاج لان انتاجية العامل المتغير تتناقص حسب قانون تناقص الغلة , واذا

كانت دالة الانتاج متناقصة من بدايتها فان الكلفة المتغيرة تكون دالة متزايد من بدايتها وعندما يصبح ميل دالة التكاليف المتغيرة لا نهائيا عندما يصل الانتاج الى اقصاه فان ذلك يشكل بداية للمرحلة الثالثة على دالة التكاليف , وبعد هذه النقطة تزيد التكاليف بينما يقل الانتاج وكما مبين بالاشكال التالية ( )



شكل يوضح مراحل الإنتاج على دوال الإنتاج والتكاليف المتغيرة



شكل يوضح منحنى التكاليف المتغيرة

شكل يوضح منحنى متوسط التكاليف المتغيرة

## تحديد التوليفة المثلى التي تحقق أقصى عائد .

لتحديد التوليفة التي تحقق أقصى عائد إجمالي أو ربح من منتجين عند تساوي معدل التبادل بالسوق مع معدل الاحلال الحدي أو عند تماس خط العائد المتمائل مع منحنى الانتاج الممكن عند نقطة M حيث يتساوى ميل خط العائد مع ميل منحنى الانتاج الممكن  $slop\ Revenue\ line = slop\ line$

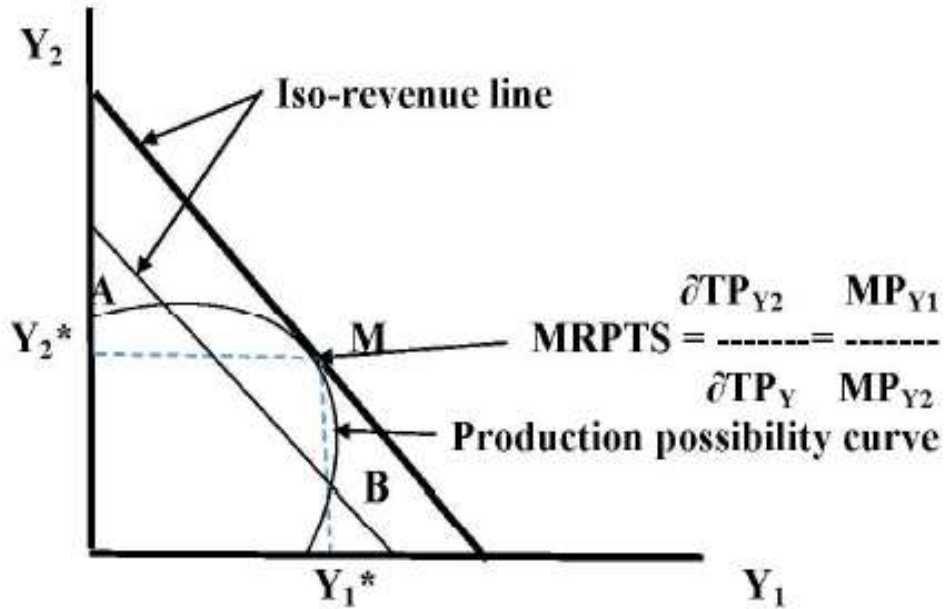
وتحدد نقطة التوازن التوليفة التي تحقق اعلى ربح صافي نظرا لاستخدام كمية ثابتة من المورد وبذلك تكون الكلفة واحدة ولا تحقق اي نقطة اخرى عائدا اكبر لان انخفاض العائد نتيجة خفض الانتاج من احد المنتجين يكون اعلى من زيادة العائد من المنتج الاخر ويمكن تحديد التوليفة المثلى بطريقة بيانية وكالاتي :

### الطريقة البيانية

تحدد التوليفة المثلى بيانيا عند نقطة التماس بين منحنى الانتاج الممكن باعلى خط عائد يمكن تحقيقه فاذا كان خط العائد الذي تمت اقامته اعلى من منحنى الانتاج الممكن , فهذا يعني تعذر تحقيقه بينما اذا كان يقطع المنحنى او يقع تحته فهذا يعني امكانية تحقيق عائد اكبر منه , وبالتالي نقيم خطا موازيا لهذا الخط بحيث يكون مماسا لمنحنى الانتاج الممكن في نقطة واحدة وتحت نقطة تماس M التوليفة المثلى للمنتجات التي تحقق أقصى عائد ممكن عند انتاج  $y_1^*$  من  $y_1$  من  $y_2^*$  من  $y_2$  .

وهذا المستوى هو اعلى عائد يمكن تحقيقه من كمية معينة من المورد , حيث انه يمس منحنى الانتاج الممكن في نقطة واحدة فاذا تقاطع خط العائد مع المنحنى في نقطتي (A,B) فانه يمكن مقارنة ميل المماسين لمنحنى الانتاج عند النقطتين (A,B) مع ميل خط العائد , وتلاحظ ان ميل خط العائد يكون اكبر من معدل الاستبدال الحدي عند النقطة A مما يعني ان الاستمرار في اضافة  $y_1$  هو في مصلحة المنتج الزيادة العائد .وبالعكس عند النقطة B يكون ميل المماس لمنحنى الانتاج الممكن اكبر من معدل وهذا يعني ان التوسع في الانتاج يزيد من العائد . ويكون ميل منحنى

الانتاج وخط العائد متساويا عند نقطة التوازن M وبذلك مادامت نسبتنا الاحلال الحدي والسوقي غير متساويتين فان المنتج يستطيع الحصول على عائد اكبر بالاتجاه نحو المساواة بين النسبتين .





## المحاضرة الثالثة

مثال على ايجاد الكميات المثلى في حالة التعظيم والتدنيه

في حالة التعظيم لدالة الانتاج  $Q = F(L, K)$  نضع قيد على دالة التكاليف  
الاتية:

$$C = wL + rK$$

وفي حالة القيد على خط الكلفة نحول الدالة (1) الى الحاله صفريه  
وكالاتي

$$C = wL + rK \dots\dots C - wL - rK = 0$$

تربط هذه الدالة الصفريه بدالة الانتاج غير المقيدة لنحصل على دالة  
الهدف (2)

$$Z = F(L, K) + \lambda (C - wL - rK) \quad \text{دالة الهدف}$$

نشتق هذه الدالة بالنسبة ل  $(\mu, K, L)$  وكالاتي :

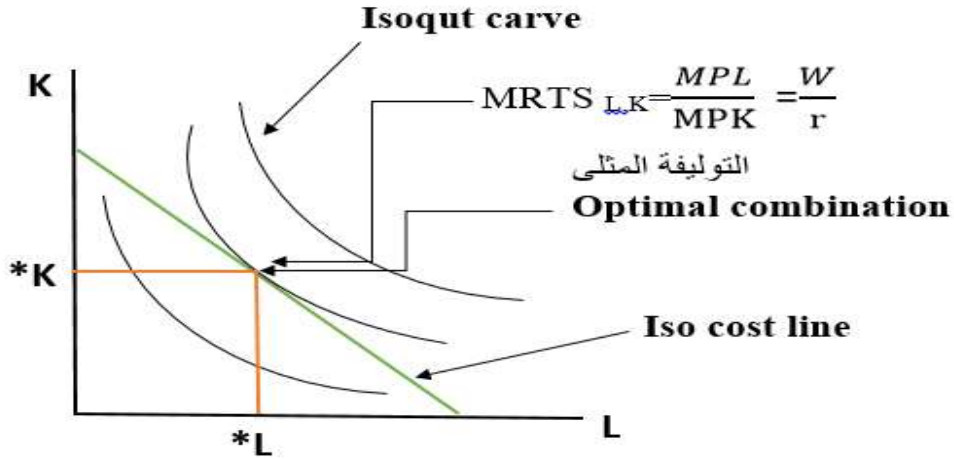
$$\frac{dL.C}{dL} = MPL - \lambda (W = 0 \dots\dots!) \quad W\mu = MPL \quad \mu = \frac{mpl}{w}$$

$$\frac{dL.C}{dK} = mpk - \lambda (r = 0 \dots\dots(2) \quad r\mu = MPk$$
$$\mu = \frac{mpk}{r}$$

$$\frac{dL.C}{d\mu} = C - wL - rK = 0$$

$$\lambda = \lambda = \frac{mpL}{mpK} = \frac{w}{r}$$

$$\frac{mpL}{mpK} = \frac{w}{r}$$



$$\frac{mpL}{mpK}$$

$$RTS = \frac{W}{r}$$

## في حالة التذنية :-

في حالة التذنية يكون القيد على دالة الانتاج اي دالة الانتاج هي المقيدة وكالاتي:-

$$Z = WL + rK + \lambda(Q - F(L, K)) \quad \text{دالة الهدف}$$

نشتق هذه الدالة بالنسبة ل (μ, K, L) وكالاتي :

$$\frac{dL.C}{dL} = W - MPL \quad \lambda (=0 \dots \dots (!)) \quad \mu = \frac{W}{MPL}$$

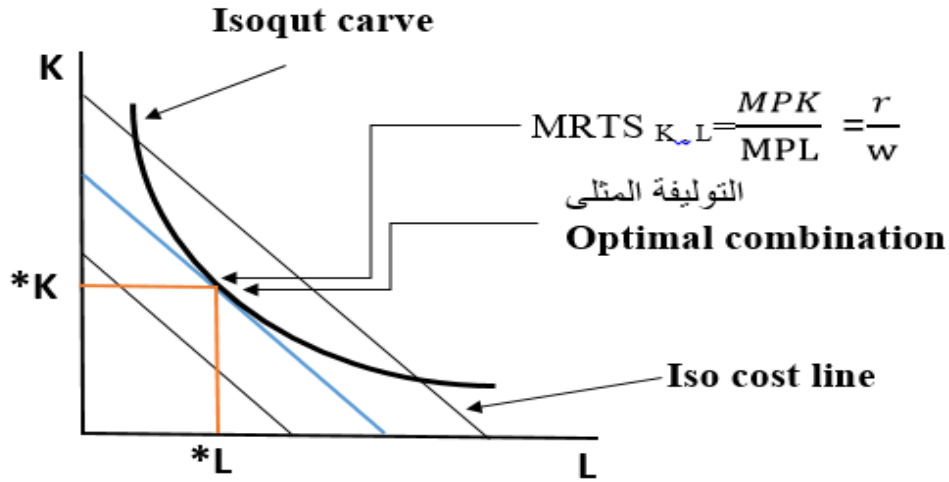
$$\frac{dL.C}{dK} = r - mpk \quad \lambda (=0 \dots \dots (2)) \quad \mu = \frac{mpk}{r}$$

$$\frac{dL.C}{d\mu} = Q - F(L, K) = 0$$

$$\lambda = \lambda = \frac{W}{mpL} = \frac{r}{MPk}$$

$$\frac{mpk}{mpl} =$$

$$RTS = \frac{r}{W}$$



س 1:- إذا توفرت لديك دالة الانتاج التالية  $Q=F(L,K)$

ومعادلة الكلفة المقيدة  $100= 2L + 5K$  اوجد الكميات من  $(L,k)$  التي تعظم الناتج مع رسم الشكل البياني؟؟

$Q= F(L,K)$  دالة الانتاج

$$100= 2L+5K$$

وهنا لابد من تحويل دالة القيد الى دالة صفرية وكالاتي :

$$100= 2L+ 5K..... 100- 2L -5K=0$$

نربط دالة الانتاج مع معادلة الكلفة الصفرية وذلك باخذ الدالة الصفرية وضربها ب  $(\mu)$  ثم اضافتها الى دالة الانتاج لنحصل على دالة الهدف

$Z= F(L,K) + \mu (100-2L-5K)$  دالة الهدف

$$\frac{dz}{dL} = k-2 \mu = 0 \dots(1) \quad 2\mu = k = \mu = \frac{k}{2}$$

$$\frac{dz}{dk} = L-5 \mu = 0 \dots(2) \quad 5\mu = L = \mu = \frac{L}{5}$$

$$\mu = \mu = \frac{k}{2} = \frac{L}{5}$$

$$2L=5K=(K\frac{2}{5}) L$$

وبتعويض معادلة (4) في معادلة (3) نحصل على

$$100-2L-5\frac{2}{5} L=0 \dots\dots 4L=100$$

$$L=100/4=25 \dots L=25 \dots(5)$$

وبتعويض معادلة (5) في معادلة (4) نحصل على :

$$K=\frac{2}{5} L \dots L=25$$

$$\dots K=2/5*25=10 \dots K=10$$

الكميات المثلى (10,25) على التوالي

مثال / في حالة المدى القصير لدالة الانتاج

اذا توفرت دالة الانتاج التالية ( $Y=-X+3.75X^2-0.4x^3$ )

اوجد مستوى ( $Y,X$ ) عندما يصل كل من ( $TP,MPX,APX$ ) الى اقصاه

الحل :- نستخرج معادلة  $APX$  وذلك بقسمة الناتج على عنصر العمل

$$APX = \frac{Y}{X} = -1+3.75X-0.4X^2 \quad (1)$$

$$\frac{dAPX}{dX} = 3.75-0.8X=0 \quad = 0.8X-3.75= X=\frac{3.75}{0.8}=4.68 \text{ وكرالاتي}$$

$X=4.68$  مستوى  $X$  عندما يصل  $APX$  الى اقصاه

وبتعويض ( $X=4.68$ ) في معادلة  $APX$  نحصل على  $Y$  عندما يصل  $APX$  الى اقصاه

$$-1+3.75X-0.4X^2=0 \dots = -1+3.75(4.68)-0.4(4.68)^2$$

$$Y \text{ عندما يصل } APX \text{ الى اقصاه} = -1+17.55-8.76=7.78$$

(2) نجد قيمة  $X, Y$  عندما يصل MP الى اقصاه وذلك باشتقاق معادلة  $Y$  لنحصل على الناتج الحدي MPX ثم اشتقاقها الى MP نحصل على قيمة  $X$  ونعوذها في معادلة MPX نحصل على  $Y$  عندما يصل MPX الى اقصاه وكالاتي :-

$$MPX = \frac{dY}{dX} = -1 + 7.5X - 1.2X^2 = 0$$

وباشتقاق معادلة MPX نحصل على مستوى  $X$  عندما يصل MPX اقصاه

$$\frac{dMPX}{dX} = 7.5 - 2.4X = 0 \quad = 2.4X = 7.5$$

$$X = \frac{7.5}{2.4} = 3.125$$

قيمة  $X$  عندما يصل MPX الى اقصاه

بتعويض  $X = 3.125$

في معادلة MPX نحصل على قيمة  $Y$  عندما يصل MPX اقصاه

$$MPX = -1 + 7.5X - 1.2X^2 = -1 + 7.5(3.125) - 1.2(3.125)^2$$

$MPX = 10.71$  مستوى  $Y$  عندما يصل MPX الى اقصاه

بعد ان حصلنا على مستوى  $(y, x)$  لكل من  $mpx, Apx$  نجد مستوى  $y, x$  عندما يصل  $y$  الى اقصاه يصل  $mpx$  الى الصفر اي يقطع المحور الافقي لذي من خلال معادلة  $mpx$  نستطيع ان نحصل على مستوى  $x$  عندما يصل  $y$  الى اقصاه اعلى مستوى للانتاج وكالاتي :-

$$Mpx = -1 + 7.5X - 1.2X^2$$

وهذه المعادلة تحل بطريقة الدستور لكونها تربيعية ولكن قبل الحل نضرب المعادلة

ب- 1

$$1.2X^2 - 7.5X + 1 = 0$$

$$X = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4Ac}}{2}$$

$$X = \frac{-7.5 \pm \sqrt{(7.5)^2 - 4(1.2)(1)}}{2}$$

$$X = \frac{7.5 \pm 51.45}{2.4}$$

$$X = \frac{7.5 \mp 7.17}{2.4}$$

$$X = \frac{7.5 \mp 7.17}{2.4} \text{ اما}$$

6.11 = مستوى X عندما يصل Tp الى اقصاه

$$X = \frac{7.5 \mp 7.17}{2.4} \text{ او}$$

0.13 = تهمل

$$Y = -X + 3.75X^2 - 0.4X^3$$

$$= 6.11 + 3.75(6.11)^2 - 0.4(6.11)^3$$

$$= 139.99 + 97.34 = 42.65$$

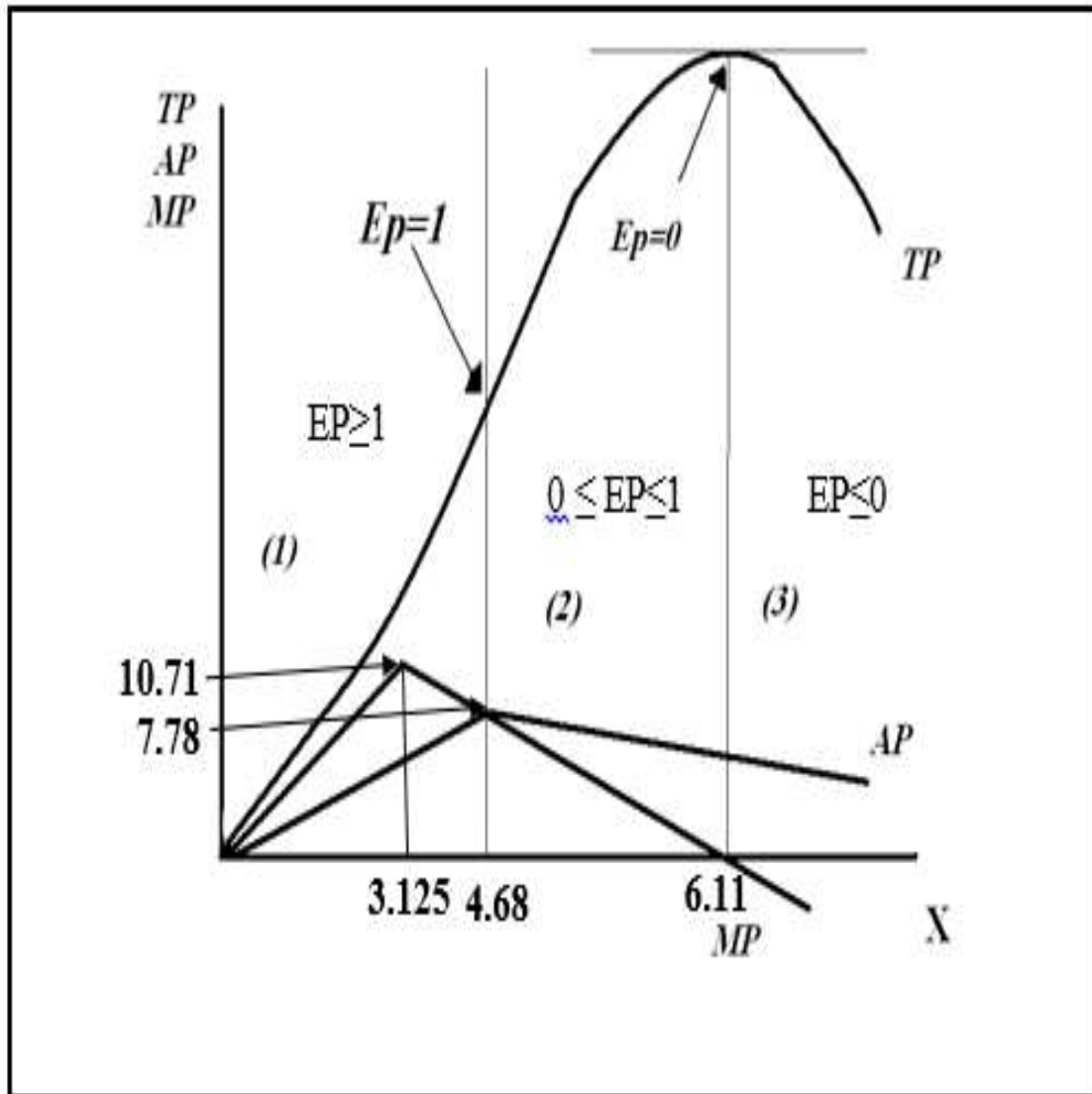
Y=6.11 عندما يصل y الى اقصاه

Y=42.65 عندما يصل ApX الى اقصاه

Y=7.78 عندما يصل mpX الى اقصاه

Y=10.71 المنطقة الاقتصادية المحصورة بين

Y=6.11-4.68 ويفضل المنتج ان ينتج بها



## المحاضرة الرابعة

اختيار مستوى الانتاج الذي يحقق اقصى ربح وتحقيق التوليفة المثلى التي تحقق اقصى عائد

### تعظيم الربح ( $\pi$ ) Prodat Maximization

هو العائد الصافي من الايراد الكلي الذي يحصل عليه المنتج او المؤسسة نتيجة قيامها بانتاج وبيع مستوى معين من المنتج النهائي وبين التكاليف الكلية التي يتحملها المنتج او المؤسسة نتيجة قيامهم بالعملية الانتاجية ويمكن تمثيل ذلك اي معادلة الربح وكالاتي :

$$\pi = TR - TC \text{ when } TR = P_y \cdot y \text{ and } Y = F(L, K)$$

and  $P_y$  = price output ,  $Y$  = units that Sells

$\pi$  = profit positive and loss negative .

$TC$  = total cost that equal  $TC = WL + rK + B =$  fixed cost

يمكن كتابة معادلة الربح بالشكل التالي :

$$\pi = P_y \cdot F(L, K) - LPL - KPk - B \dots \dots \text{ Fixed cost}$$

ومن هذه الدالة ايجاد النهاية العظمى بالنسبة لكل من  $L, K$  خلال اجراء التفاضل الشرط الضروري المعتاد للكشف عن نهايتها وكالاتي

$$\frac{d\pi}{dL} = P_y MPL - PL = 0 \dots \dots (1)$$



$$\frac{d\pi}{dK} = P_y \cdot MP_k - P_k = 0 \dots\dots(2)$$

ومن معادلة (1) و (2) نحصل على

$$P_y \cdot MPL = PL = P_y \cdot MPL = VMPL = PL \dots\dots$$

الشرط الاول

$$P_y \cdot MP_k = P_k = P_y \cdot MP_k = VMPL = P_k$$

الشرط الثاني

ويمكن تعظيم الربح المؤسسة والمنشأة والمنتج من خلال تحقيق الشرطين :

$$VMPL = PL$$

$$VMPL = P_k$$

وبهذا الشرط يكون (  $VMPL = PL$  ) بحيث يمكن للمنتج زيادة ارباحه كلما استخدم وحدة اضافية واحدة عندما يكون الناتج الحدي للعمل يساوي سعر العمل  $MPL = PL$  والناتج الحدي لرأس المال يساوي سعر رأس المال  $MP_k = P_k$

وأن  $VMPL$  هو قيمة الناتج الحدي للعمل

$VMPL$  هو قيمة الناتج الحدي لرأس المال

اما شرط تدنية الكلفة في حالة وجود موردين

$$\frac{MP1}{P1} = \frac{MP2}{P2} = \frac{MPn}{Pn}$$

وهذا معناه الدينار المستخدم في اي مورد يعطينا نفس الزيادة في كمية الانتاج الناتج output ومن ذلك يمكن ان نستنتج بأن الدينار الواحد المصروف على اي مورد من الموارد لا بد ان يعطينا نفس كمية الناتج الحدي .

ويمكن كتابة شرط تعظيم ل n من عناصر الانتاج وكالاتي:

$$VMP1 = P1$$

$$VMP2 = P2$$

وبقسمة (1) على P1 وطرفي المعادلة على P2 وكالاتي :

$$\frac{VMP1}{P1} = \frac{P1}{P1} = 1$$

$$\frac{VMP2}{P2} = \frac{P2}{P2} = 1$$

ويمكن كتابة شرط تعظيم الربح وكالاتي:

$$\frac{VMP1}{P1} = \frac{VMP2}{P2} = \dots \dots \frac{VMPn}{Pn} = 1$$

اي ان الشرط لا بد ان يساوي واحد فاي زيادة عن الواحد او نقصان عنه معناه لا ينطبق وشرط التعظيم الربح ل n من عناصر الانتاج

مثال محلول : اذا توفرت لديك دالة الانتاج التالية :

$$Y = 28L - 2L^2 + 26K - 3K^2 \text{ when } P_y = 0.55, P_L = 6, P_K = 5$$

1- اوجد مستوى  $L, K$  اللذان يعظمان الربح .

2- اوجد التوليفة المثلى التي تحقق الربح الاعظم .

3- اوجد الناتج الذي يعظم الربح .

4- اوجد الربح الاعظم .

للحل نستخدم القانون التالي :

$$VMPL = PL$$

$$P_y MPL = PL$$

$$Y = 28L - 2L^2 + 26K - 3K^2$$

$$MPL = 28 - 4L = 0 \text{ and } P_y = 0.55, PL = 6$$

$$0.55 (28 - 4L) = 6$$

$$15.4 - 2.2 L = 6$$

$$9.4 - 2.2 L = 0$$

$$2.2 L = 9.4$$

$$L = \frac{9.4}{2.2}$$

$L = 4.27$  مستوى  $L$  الذي يعظم الربح

$$VMPK = P_k$$

$$PyMPK = Pk$$

$$MPk = 26 - 6K = 0 \text{ and } Py = 0.55 \quad Pk = 5$$

$$0.55(26 - 6K) = 5$$

$$14.3 - 3.3K = 5$$

$$9.3 - 3.3K = 0$$

$$3.3K = 9.3$$

$$K = \frac{9.3}{3.3}$$

$K = 2.81$  مستوى  $K$  الذي يعظم الربح

لايجاد التوليفة التي تحقق الربح الاعظم (2.81, 4.27)

3- اوجد الناتج الذي يعظم الربح

تعوض الكميات المثلى التي تعظم الربح فيمكن الحصول عليها بتعويض الكميات المثلى التي تعظم الربح والتي حصلت عليها لكل من  $L, k$  في دالة الانتاج وكالاتي :

$$Y = 28L - 2L^2 + 26K - 3K^2$$

$$= 28(4.27) - 2(4.27)^2 + 26(2.81) - 3(2.81)^2$$

$$= 119.56 - 36.46 + 73.66 - 23.52$$

$$= 192.62 - 59.98 = 132 \text{ The quantity of output}$$

That maximization profit حجم الناتج الذي يعظم الربح .

4- اوجد الربح الاعظم

يمكن الحصول عليه من معادلة الربح وكالاتي :

$$\pi = py.y - Wl - rk$$

$$= 0.55 (132) - 6(4.27) - 5 (2.81)$$

$$= 72.95 - 25.62 - 14.05 = 33.28$$

كمية الربح الاعظم

مثال واجب :

اذا توفرت لديك دالة الانتاج التالية

$$Y = 18L - L^2 + 14K - K^2 \text{ when } P_y = 0.65, P_L = 5, P_k = 7$$

1- اوجد مستوى  $L, K$  اللذان يعظمان الربح .

2- اوجد التوليفة الموردية المثلى التي تحقق الربح الاعظم.

3- اوجد الناتج الذي يعظم الربح.

4- اوجد الربح الاعظم .

## المحاضرة الخامسة

التكلفة : Cost

تكاليف الانتاج في المدى القصير

### 1-التكاليف الكلية Total Cost

يمكن تصنيف تكاليف المنشأة في المدى القصير الى تكاليف ثابتة ومتغيرة  
وتكاليف كلية

#### أ-التكاليف الثابتة (TFC) Fixed Cost

وهي التكاليف التي تدفع لعناصر الانتاج الثابتة , وبالتالي فهي لا تتغير مع  
تغير الكمية المنتجة , اي انها مستقلة عن حج الانتاج ثابتة سوى انتجت  
المنشأة او لم تنتج او حتى توقفت عن الانتاج وهذه التكاليف هي عادة  
التزامات سبق وان بها المنشأة بغض النظر عن مستويات الانتاج ( ايجار  
الارض , المكائن , اقساط التأمين , الصيانة , استهلاك المباني والألات) ,  
اما بالرسم تاخذ التكاليف الثابتة خط مستقيم افقي .

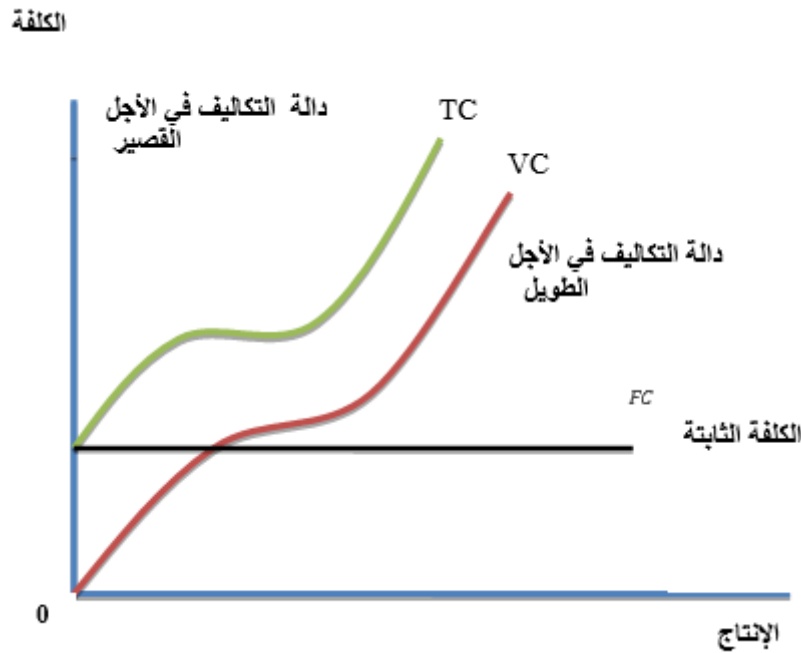
#### ب-التكاليف المتغيرة (TVC) Variable Cost

وهي التكاليف التي تتغير حسب الكمية المنتجة , فإذا كانت الكمية المنتجة  
تساوي صفرا فان التكاليف المتغيرة تساوي صفر وكلما زادت كمية الانتاج  
زادت التكاليف المتغيرة , وبالتالي التكاليف المتغيرة يتجه دائما من اسفل  
الى الاعلى والى اليمين ضمن هذه التكاليف تكلفة عناصر الانتاج المتغيرة

الداخلية في مثل ( اجور العمال , قيمة المواد الخام, تكاليف الوقود , نفقات عناصر النقل والتسويق ) .

### ج- التكاليف الكلية ( TC ) Total Cost

وهي عبارة عن مجموع التكاليف الثابتة والتكاليف المتغيرة اي (  $TC = TFC + TVC$  ) وبالتالي فهي تساوي التكاليف الثابتة عندما تكون كمية الانتاج تساوي صفر , وتزيد كلما زادت كمية الانتاج نظرا لزيادة التكاليف المتغيرة , وبالتالي فان منحنى التكاليف الكلية ياخذ شكل منحنى التكاليف المتغيرة نفسه , ولكنه يرتفع عنه الى الاعلى بمقدار التكاليف الثابتة .



### التكاليف المتوسطة والحدية: Average and Marginal

#### 1- متوسط الكلفة الثابتة ( AFC ) Average FIXED COST

وهي عبارة عن التكاليف الثابتة مقسومة على كمية الانتاج اي :

$$\text{متوسط الكلفة الثابتة} = \frac{\text{التكاليف الثابتة}}{\text{كمية الانتاج}}$$

$$AFC = \frac{TFC}{Q}$$

حيث ان التكاليف الثابتة تتغير مع تغير الانتاج فان متوسط الكلفة الثابتة سينخفض مع زيادة الانتاج وبالتالي فان منحنى متوسط الكلفة الثابتة سوف ينحدر من الاعلى الى الاسفل والى اليمين ويقترب من المحور السيني دون ان يلامسه ومعنى ذلك ان زيادة الانتاج تقلل تكلفة الوحدة الواحدة من التكاليف الثابتة .

## 2-متوسط التكاليف المتغيرة:- (Average Variable Cost (AVC)

وهي عبارة عن التكاليف المتغيرة مقسومة على كمية الانتاج اي :

$$\text{متوسط الكلفة المتغيرة} = \frac{\text{التكاليف المتغيرة}}{\text{كمية الانتاج}}$$

$$AVC = \frac{TVC}{Q}$$

ويتخذ منحنى متوسط الكلفة المتغيرة عادة حرف U اي ينحدر من الاعلى الى الاسفل والى اليمين ويصل ادنى حد ممكن ثم من الاسفل الى اعلى والى اليمين , ومعنى ذلك ان متوسط الكلفة المتغيرة يتزايد مع زيادة الانتاج في المراحل الأولى للعملية الانتاجية ثم يصل متوسط الكلفة المتغيرة الى حده الادنى عند مستوى انتاج معين , ثم يبدأ في الزيادة وسوف تعود لتوضيح ذلك بشكل واضح عند ربط منحنيات الانتاج مع منحنيات التكاليف فيما بعد.



### 3-متوسط الكلفة الكلية (ATC) : Average Total Cost

يمكننا الحصول على متوسط الكلفة الكلية بطريقتين :-

الاولى : عن طريق جمع متوسط الكلفة الثابتة مع متوسط الكلفة

$$\text{ATC} = \text{AFC} + \text{AVC} \text{ المتغيرة.اي}$$

الثانية : عن طريق قسمة التكلفة الكلية على الانتاج اي

$$\text{متوسط الكلفة الثابتة} = \frac{\text{التكاليف الثابتة}}{\text{كمية الانتاج}}$$

$$\text{ATC} = \frac{TC}{Q}$$

وان كلتا الطريقتين ستعطيان نفس النتيجة , وياخذ متوسط الكلفة الكلية شكل حرف U ايضا , ولكنه يقع دائما فوق منحنى متوسط الكلفة المتغيرة .

### 4-الكلفة الحدية (MC) : Marginal Cost

وهي عبارة عن مقدار ما تضيفه كل وحدة منتجة الى التكلفة الكلية اي مقدار الزيادة في التكلفة الكلية الناجمة عن زيادة الكمية المنتجة بوحدة واحدة , وتقاس الكلفة الحدية بقسمة التغير في الكلفة الكلية على التغير في الكمية المنتجة اي:

$$\text{متوسط الكلفة الثابتة} = \frac{\text{التكاليف الثابتة}}{\text{كمية الانتاج}}$$

$$\text{MC} = \frac{\Delta TC}{\Delta Q}$$

ولتوضيح ما سبق شرحه يمكن تمثيلة بجدول يبين فيه الناتج الكلي والتكاليف باقسامها الثابتة ( $TFC$ ) والمتغيرة ( $TVC$ ) والكلية ( $TC$ ) وكذلك متوسطاتها ( $AFC, AVC, ATC$ ) والتكلفة الحدية ( $MC$ ).

### جدول (1) الانتاج والتكاليف الكلية والمتوسطة لمنشأة زراعية

الناتج الكلي $Q$	التكاليف الثابتة $TFC$	التكاليف المتغيرة $TVC$	التكاليف الكلية $TC$	متوسط تكلفة ثابتة $AFC$	متوسط تكلفة متغيرة $AVC$	متوسط كلية $ATC$	التكلفة الحدية $MC$
0	60	0	60	—	—	—	7
1	60	7	67	60	7	67	1
2	60	8	68	30	4	34	1
3	60	9	69	20	3	23	7
4	60	16	76	15	4	19	14
5	60	30	90	12	6	18	42
6	60	72	132	10	12	22	61
7	60	133	193	8.6	19	27.6	91
8	60	224	284	7.5	28	35.5	127
9	60	351	411	6.7	39	45.7	169
10	60	520	580	6	52	58	—

## تفسير الجدول:

1- العمود الثاني يمثل التكاليف الثابتة لا تتغير مع زيادة او نقصان الانتاج اما العمود الخامس يمثل متوسط الكلفة الثابتة فهو يتناقص باستمرار مع زيادة الانتاج.

2- العمود الثالث - التكاليف المتغيرة تزيد مع زيادة الانتاج اما العمود السادس فهو متوسط الكلفة المتغيرة يتناقص الى ان يصل الصفر ثم يبدأ بالتزايد .

3- العمود الرابع - الكلفة الكلية وهي عبارة عن مجموع العمودين الثالث والثاني  $(TFC + TVC)$  فهي تزيد بزيادة الانتاج اما العمود السابع يمثل متوسط التكلفة الكلية وهو عبارة عن مجموع العمودين الخامس والسادس  $(AFC + AVC)$  ان متوسط التكلفة الكلية يتناقص في بادئ الامر ويصل 0 حدة الادنى ثم يبدأ في الزيادة بعد ذلك.

4- العمود الاخير يمثل الكلفة الحدية  $(MC)$  حيث تتناقص وتصل الى حدها الادنى من الانتاج ثم تبدأ في الزيادة مع زيادة الكمية المنتجة .

## منحنيات الانتاج والتكاليف : Production and Cost Curve

بالرجوع الى المثال السابق نجد عنصري انتاج هما العمل ورأس المال وحيث العمل هو العنصر الوحيد المتغير فان التكلفة المتغيرة هي تكلفة العمل , ان الكمية المستخدمة هي  $L$  واجرة الواحد الواحد من العمل هي  $W$  فان العمل ( التكلفة المتغيرة)  $(TVC = WL)$  وبالتالي يمكن حساب التكلفة المتغيرة وكما ياتي :

$$AVC = W.L/Q = W = L/Q = 1/APL = W/APL$$

ان المقدار  $L/Q$  هو مقدار الناتج المنتج لعنصر العمل , وبالتالي يمكن صياغة العلاقة بين متوسط الكلفة المتغيرة والناتج المتوسط وكالاتي :

## علاقة عكسية بين $AVC$ , $APL$

$$AVC = W \cdot 1/APL = W/APL$$

$$AVC = W/APL$$

كذلك يمكن استنتاج العلاقة بين الكلفة الحدية ونتاج الحدي , حيث ان كلفة عنصر العمل فقط تتغير مع تغير وحدات الانتاج الكلفة الحدية هي عبارة عن مقدار التغير في كلفة عنصر العمل مقسوما على مقدار التغير في كمية الانتاج اي ان الكلفة الحدية

$$MC = \frac{\Delta TVC}{\Delta Q}$$

$$MC = \frac{\Delta WL}{\Delta Q} \text{ وحيث الاجر ثابت}$$

$$MC = W \cdot \frac{\Delta L}{\Delta Q}$$

$$1/MPL = \frac{W}{MPL}$$

المقدار  $\frac{\Delta L}{\Delta Q}$  هو المطلوب

النتاج الحدي لعنصر العمل وبالتالي يمكن الوصول الى العلاقة بين الكلفة والنتاج الحدي لعنصر العمل كما يأتي :

$$MC = \frac{W}{MPL}$$

والمعادلة (1 و2) توضحان العلاقة بين منحنيات الانتاج ومنحنيات التكاليف بافتراض ان سعر عنصر العمل ثابت , ويمكن توضيح ان منحنيات التكاليف ( $MC, AVC$ ) هما مقلوب الانتاج ( $MP, AP$ ).

العلاقة بين ( $MC, AC, AVC$ )

حيث يقطع منحنى  $MC$  كل من  $AVC, AC$  عند ادنى نقطة لهما اي عند النقطتين  $A, B$  على التوالي

الكفاءة الاقتصادية

ويمكن البرهنة رياضيا على ذلك كما يأتي :

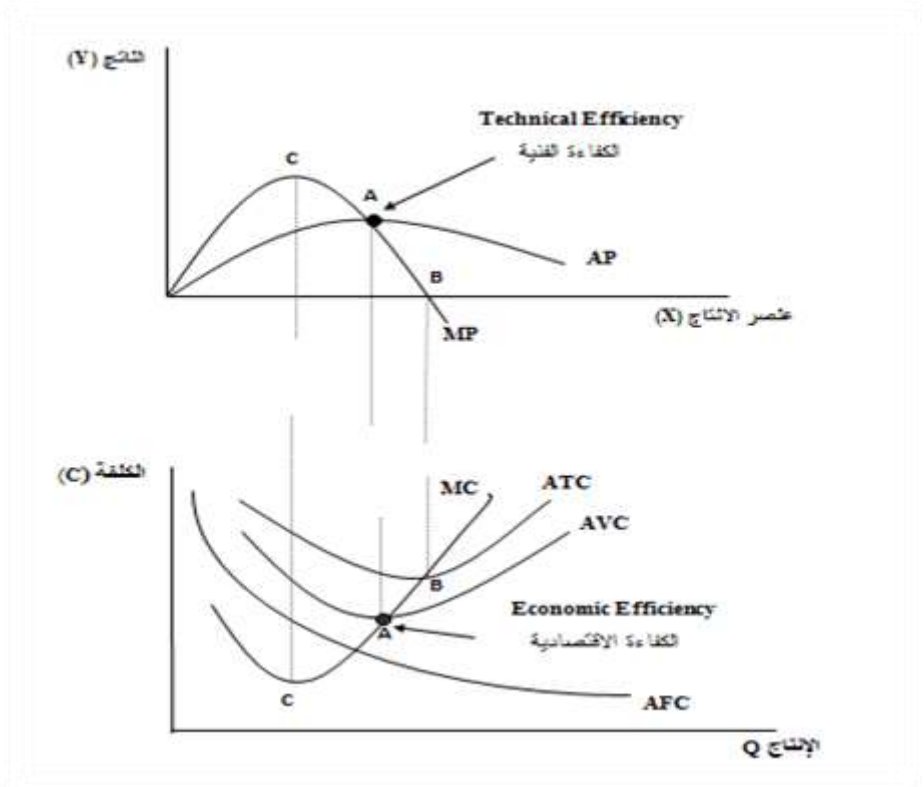
اذا كانت التكاليف الثابتة والتكاليف الكلية

$ATC =$  متوسط الكلفة الكلية بقسمة دالة الكلفة الكلية على الانتاج  $Q$

$$VC = F(Q) \quad FC = A$$

$$TC = VC + FC = A + F(Q)$$

$$ATC = A/Q + F(Q)/Q$$



يتبين من الشكلين اعلاه ان منحنيات متوسط الكلفة المتغيرة والكلفة الحدية

معكوس منحنيات متوسط الانتاج والنتاج الحدي على التوالي:

حيث ان النهاية الدنيا على منحنى متوسط الكلفة المتغيرة النقطة (A)

في الشكل تقابل النقطة A على منحنى متوسط الانتاج في الشكل الاسفل والتي يكون متوسط الانتاج في اقصاه .

كذلك عند النهاية الدنيا على منحنى الكلفة الحدية في النقطة (C) في الشكل الاعلى التي تقابلها النقطة C في الشكل الاسفل وفي نقطة النهاية العظمى لمنحنى الناتج الحدي .

اما الاثبات الرياضي للكفاءة الاقتصادية اي  $MC = AVC$

تتحقق الكفاءة الاقتصادية في حالة التدنيه

عندما يكون متوسط الكلفة المتغيرة = متوسط الكلفة الحدية في الاجل القصير والبرهان الرياضي يوضح ذلك :

$ATC = TC / X$  في الاجل الطويل

$AVC = TVC / X$  في الاجل القصير

حيث  $ATC =$  متوسط الكلفة الكلية

$AVC =$  متوسط الكلفة المتغيرة

$TC =$  الكلفة الكلية ,  $X =$  يمثل حجم الانتاج .

$TC = ATC.X$  ..... When  $ATC = Z$

$TC = Z.X$ ..... When  $Z = F(x)$

$C = dtc/dx = Z + X.dz/dx = 0$

$dz/dx$  في نقطة تقاطع = الميل = صفر

MC = Z + 0 = ATC. في الاجل الطويل.

MC = Z = AVC في الاجل القصير

اما الاثبات الرياضي للكفاءة الفنية :

تتحقق الكفاءة الفنية في حالة التعظيم عندما يتساوى متوسط الناتج الكلي مع الناتج الحدي (  $MP = AP$  ) حيث ان :

$$TP = TP/X$$

$$TP = \text{الانتاج الكلي}$$

$$ATP = \text{متوسط الانتاج}$$

$$X = \text{يمثل عنصر الانتاج}$$

$$= ATP \cdot X$$

$$ATP = Z$$

$$= Z \cdot X$$

$$= dTP/dX = dY/dX = Z \cdot dX/dX + X \cdot dZ/dX$$

$$Z + X \cdot dZ/dX \quad \text{When } dZ/dX = 0 = \text{الميل} = \text{نقطة تقاطع}$$

$$= dy//dx = ATP + X \cdot SLOP \dots MP = ATP \quad \text{في نقطة تقاطع}$$

كذلك يمكن البرهنة الرياضية على  $MC = AVC$

$$VC = F(Q)$$

$$TC = VC + FC \quad \dots \text{ When } FC = A$$

$$TC = A + VC = A + F(Q)$$

$$AVC = F(Q) / Q$$

AVC يصل الى نهايته الدنيا عندما تكون المشتقة الجزئية الاولى له مساوية للصفر

$$dAVC/dQ = d(F(Q)/Q) = 0$$

$$Q F'(Q) - F(Q) / Q^2 = 0$$

$$= i/Q (F'(Q) - F(Q) / Q) = 0$$

يجب ان تساوي صفر  $F'(Q) - F(Q) / Q$  / كبير من 0 فان  $Q$

$$\text{Or } F'(Q) = F(Q) / Q$$

حيث  $F(Q)$  تمثل الكلفة الحدية و  $F(Q) / Q$  تمثل  $AVC$  تتساوى التكاليف الحدية مع متوسط التكاليف المتغيرة عند ادنى نقطة  $AVC$

وبنفس الطريقة يمكن البرهنة على ان التكاليف الحدية تتساوى مع متوسط التكاليف الكلية ( $ATC$ ) عند ادنى نقطة لها باحدى باحدى الطريقتين .



## المحاضرة السادسة

### **الكلفة الكلية في المدى الطويل: *Cost in the long run***

ان قرارات الاجل الطويل تفترض على امكانية تغير مستوى جميع عناصر الانتاج عكس الاجل القصير الذي تكون فيه بعض عناصر الانتاج ثابتة , الافق التخطيطي للمنشأة يستخدم في الغالب منحنيات التكاليف للاجل الطويل وان المنشأة في الاجل القصير تكون غير قادرة على تغيير يعني ان تبقى بعض العناصر ثابتة مثل ( الاراضي , الألات , حجم المشروع ) في حين في الفترة الطويلة تتمتع المنشأة بقدر أوسع على تغيير عوامل الانتاج حيث تكون جميع التكاليف في الاجل الطويل تكاليف متغيرة , اي ان التكاليف الثابتة تساوي صفرا , حيث امكانية المنشأة في الأجل القصير زيادة الانتاج عن طريق زيادة استخدام العناصر الانتاجية المتغيرة ولكن لا تستطيع تغيير حجم المنشأة او زيادة الانتاج في حين في المدى الطويل فان المنشأة تستطيع الوصول الى اي حجم او نطاق انتاج ترغب فيه ضمن امكانياتها , لان كل عناصر الانتاج ستغيره , وبالتالي فان بإمكانها تغيير نسب مزج هذه العناصر بطريقة تضمن استخدام التوليفة الافضل التي تحقق ادنى كلفة لمستوى انتاج معين .

أ-وان الكلفة الكلية في الاجل الطويل (*LRTC*) هي عبارة عن التكلفة الكلية لأنتاج كمية معينة من السلع والخدمات عندما تكون المنشأة قادرة على تغيير كل عناصر ومدخلات الانتاج .

ب-الكلفة المتوسطة في المدى الطويل ( $LRTC$ ) وهي عبارة عن التكلفة الكلية مقسومة على عدد وحدات الانتاج

$$LRTC = LRTC / Q$$

ج – الكلفة الحدية في المدى الطويل ( $LRTC$ ) هي عبارة عن التغير في الكلفة الكلية الناجمة عن التغير للأننتاج بوحدة واحدة

$$LRMC = \Delta LRTC / \Delta Q$$

## منحنيات التكاليف في المدى الطويل *Curves in the long run*

### 1-منحنى متوسط الكلفة الكلية في المدى الطويل ( $LRAC$ )

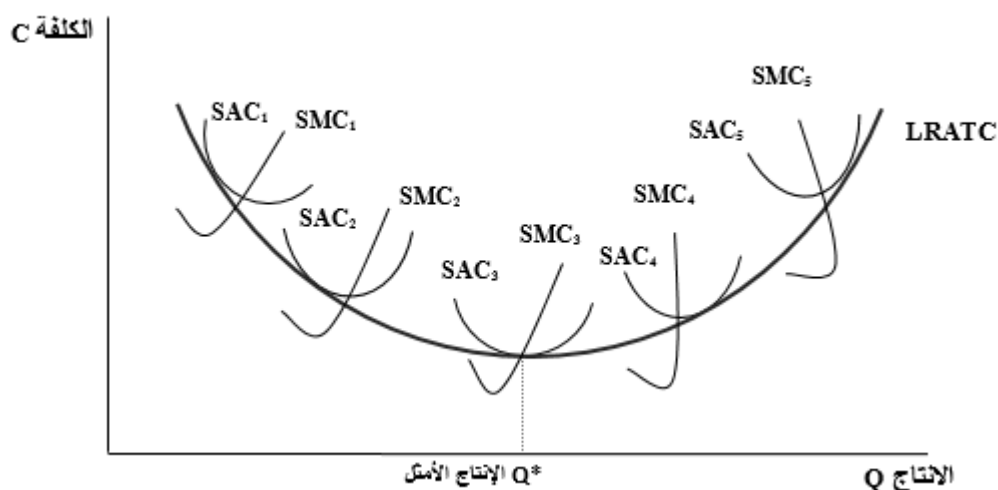
ياخذ منحنى متوسط الكلفة في المدى الطويل عادة شكل حرف  $U$  حيث يبدأ بالتناقص مع زيادة حجم المزرعة ( المنشأة) ويصل الى ادنى حد له عند حجم معين , ثم يبدأ بالزيادة وسبب ذلك ان المنشأة الانتاجية تمر بمراحل انتاجية مختلفة تعرف بأسم ( وفورات الحجم) متوسط الكلفة يتناقص مع زيادة الانتاج ( اي توسيع نطاق حجم المنشأة) فأن ذلك يدل على وجود وفورات حجم يعني ذلك ان المنشأة الانتاجية الكبيرة تعتبر اكثر كفاءة من المنشآت الانتاجية الصغيرة .

وعندما يصل منحنى متوسط الكلفة الكلية ( $LRAC$ ) عند ادنى نقطة المنشأة تكون قد وصلت الى الحجم او النطاق الامثل واي زيادة في حجم المنشأة بعد ذلك سيؤدي الى زيادة الكلفة المتوسطة على وجود تبذيرات ( لا وفورات حجم) ومعنى ذلك ان حجم المنشأة او نطاق الانتاج قد اصبح اقل كفاءة وتظهر وفورات الحجم نتيجة للتخصص, وتقسيم العمل الذي يمكن

للمؤسسات الكبيرة الاستفادة منه بالإضافة الى امكانية شراء آلات متخصصة وتوظيف مهارات ادارية كفوءة , والحصول على اسعار اقل لعناصر الانتاج المختلفة نتيجة لشراء كميات كبيرة منها مقارنة بالمؤسسات الصغيرة , كل ذلك يؤدي الى انخفاض تكلفة الوحدة المنتجة مع زيادة حجم المنشأة.

اما وفورات الحجم فتظهر نتيجة لعدة اسباب منها عدم القدرة الادارة على السيطرة على المنشأة عندما يكبر حجمها وتتعدد فيها الخطوط التنظيمية والانتاجية وصعوبة الاتصال بين الوحدات الانتاجية وظهور البيروقراطية في الادارة ومشاكل الرقابة والتنسيق بين الوحدات , وتداخل المسؤوليات كل ذلك يؤدي الى زيادة كلفة الوحدة المنتجة مع زيادة حجم المنشأة .

الشكل التالي يبين منحنى متوسط الكلفة الكلية في المدى الطويل.

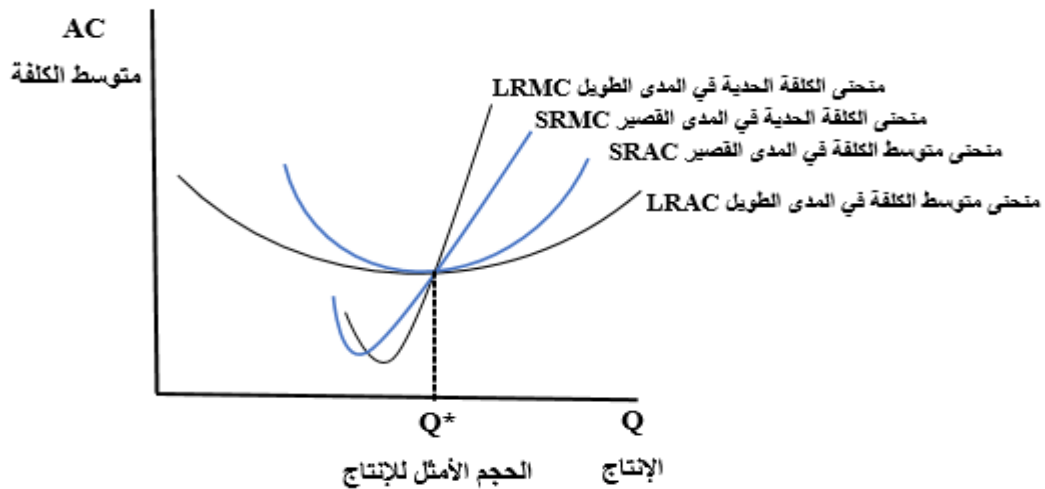


الشكل اعلاه يبين منحنيات متوسط الكلفة في المدى القصير (  $SRAC1, SRAC2, SRAC3, SRAC4, SRAC5$  ) تقع داخل منحنى الكلفة المتوسطة في المدى الطويل ولهذا السبب فان منحنى (  $LRAC$  )

يسمى الغلاف لانه يحتوي بداخلة كل منحنيات متوسطات الكلفة في المدى القصير ويلاحظ ايضا ان منحنى  $(LRAC)$  ليس جميع ولكن ليس في ادنى نقطة لها, ما عدا منحنى واحد الذي يمسه عند النقطة  $D$  وهي ادنى نقطة لها وعندما يكون حجم المنشأة  $(OD)$  والذي يمثل حجم او نطاق المنشأة الامثل حيث تكون التكلفة المتوسطة للانتاج عند ادنى مستوى ممكن .

## منحنى الكلفة الحدية في المدى الطويل: $LRMC$ Curve

ان توسيع المنشأة في المدى الطويل يكون على منحنى الكلفة المتوسطة خلال معرفة متوسط الكلفة يمكن الحصول على منحنى الكلفة الكلية ومنه نشق منحنى الكلفة الحدية بالشكل التالي :



تصل المنشأة الى الحجم الامثل للانتاج عندما تنتج عند ادنى نقطة على منحنى الكلفة في المدى الطويل النقطة  $B$  وعندها تتساوى  $LRMC$  و  $LRAC$ .

يلاحظ من الشكل اعلاه ما يأتي :-

1- ان منحنى  $LRMC$  يقطع منحنى  $LRAC$  عندما يكون الاخير عند ادنى مستوى له عند النقطة  $B$  وعند تلك النقطة يكون منحنى  $SRAC$  لمنحنى  $LRAC$ .

2- عندما يكون منحنى  $LRMC$  اسفل منحنى  $LRAC$  يكون  $LRAC$  ويتساوى  $LRMC$  مع  $LRAC$  عندما يكون  $LRAC$  في ادنى نقطة اي عند الحجم الامثل للانتاج و عندما يكون منحنى  $LRMC$  فوق منحنى يكون  $LRAC$  متزايدا.

امثلة تطبيقية :-

مثال / الجدول التالي يوضح العلاقة بين منحنيات الانتاج والتكاليف للمنشأة بافتراض ان اجرة العامل تساوي 500 دينار

وحدات العمل $L$	الناتج الكلي $Q=TP$	الناتج المتوسط $AP$	الناتج الحدي $Mp$	متوسط الكلفة المتغيرة $AVC$	الكلفة الحدية $MC$
0	0				
1	50				
2	120				
3	180				
4	220				
5	250				
6	270				
7	280				
8	280				
9	270				
10	250				

المطلوب :

1- اكمل الجدول اعلاه

2- ارسم العلاقة بين منحنيات الانتاج والتكاليف مع المقارنة من خلال الرسم والجدول اعلاه ؟  
مفسراً ذلك ؟

اي مثل العلاقة بيانيا حسب الجدول مع تفسير للرسوم الحاصلة مثلاً ما يطرأ على  $AP, MP, MC, AVC$

## دوال التكاليف

1- دالة التكاليف الخطية  $TC = a + bq$

2- دالة تكاليف متغير واحد  $TC = b_0 + b_1q$

3- دالة التكاليف تربيعية لمتغيرين

$$TC = b_0 + b_1q_1 - b_2q^2 - b_3qL + byL^2 + U$$

4- دالة تكاليف تكعيبية لمتغيرين

$$TC = b_0 + b_1q_1 - b_2q^2 + b_3q^3 - b_4qL + b_5qL^2 + U$$

## دوال الإنتاج

دالة انتاج لمتغير واحد  $Y = F(X_1)$

دالة انتاج خطية لمتغير واحد  $Y = a + bx$

دالة انتاج لمتغيرين  $Y = F(X_1, X_2)$

دالة انتاج لثلاث متغيرات  $y = F(X_1, X_2, X_3)$

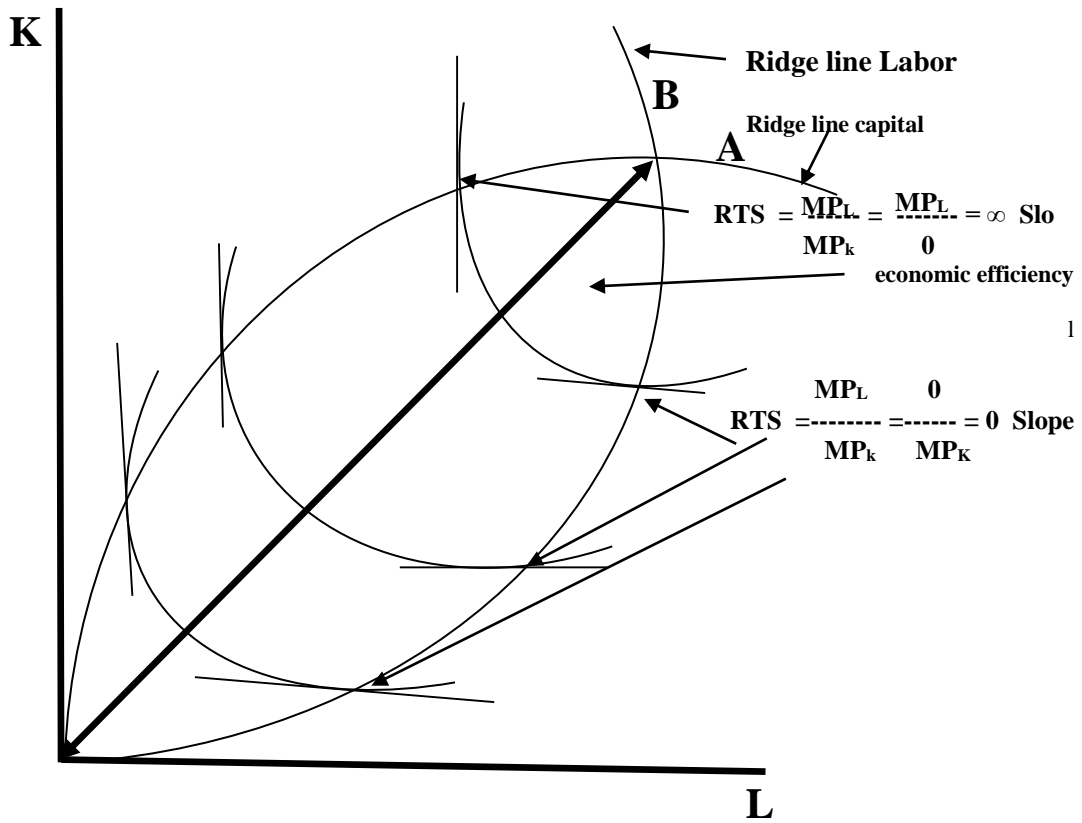
دالة انتاج كوب دوكلاص لثلاث متغيرات  $Y = A X_1^{b_1} X_2^{b_2} X_3^{b_3}$

دالة طلب  $Q_d = F(P_1, P_2, I, T, E)$

دالة عرض  $Q_s = F(P_1, P_2, i, T, E)$

دالة منفعة لسليتين  $U = U(q_1, q_2)$

Figure : show the economic region of production.



## المحاضرة السابعة

### سلوك المؤسسات في المدى القصير.

بعد إن عرفنا خصائص المنافسة التامة لابد من دراسة سلوك المؤسسات التنافسية في المدى القصير , بعدها لابد من الانتقال للمدى الطويل .

**المدى القصير** : بأنه الفترة الزمنية التي لا تستطيع المنشأة خلالها تغيير جميع عناصر الإنتاج . وبالتالي هناك , على الأقل , عنصر واحد من تلك العناصر (طاقة المصنع الإنتاجية مثلا) ثابت . وهذا يعني إن جزءا من التكاليف التي تتحملها المؤسسة هي تكاليف ثابتة , سوف تضطر المؤسسة لإنفاقها بغض النظر عن إنتاجها. أذن كيف يكون سلوك المؤسسة التنافسية في المدى القصير ؟ هل ستنتج أي شيء أم ستغلق أبوابها ؟ وهل يمكن أن تنتج المؤسسة إذا كانت ستخسر في المدى القصير؟ وإذا كانت سوف تنتج , فما هي الكمية التي يجب أن تنتجها ؟ وما هي أرباحها أو خسائرها ؟

سوف نتبع أسلوبين متكاملين لدراسة هذا الموضوع ، الأول أسلوب المجاميع أي مجموع الإيرادات ومجموع التكاليف، والثاني أسلوب المتوسطات أي متوسط الإيرادات ومتوسط التكاليف . وكلا الأسلوبين يؤديان إلى النتيجة نفسها لأنهما في الحقيقة تعكسان الشيء نفسه ، أي أنهما وجهان لعملة واحدة .

### هل تنتج المؤسسة أم تغلق أبوابها ؟

من الطبيعي أن تنتج المؤسسة إذا كانت ستربح لأنها ستغطي جميع تكاليف الإنتاج (بما في ذلك الأرباح العادية والتي تعد جزءا من التكاليف) بالإضافة إلى أرباح اقتصادية زائدة . ولكن هل يمكن للمؤسسة أن تنتج إذا كانت ستخسر ؟ للإجابة عن هذا السؤال دعنا نسأل أولا سؤالا آخر : هل تخسر المؤسسة شيئا لو أغلقت أبوابها ، ولم تنتج شيئا ؟ تذكر إن جزءا من التكاليف في المدى القصير عبارة عن تكاليف ثابتة ستدفعها المؤسسة سواء أنتجت أو لم تنتج . وبالتالي فإن المؤسسة إذا أغلقت أبوابها في المدى القصير سوف تخسر التكاليف الثابتة مثل أجره المصنع



وأقساط التأمين وإستهلاك المكنائن . وهكذا فإن المؤسسة التي تخسر يجب أن توازن بين خسارتها لو أنتجت وخسارة التكاليف الثابتة إذا هي لم تنتج . فإذا وجدت أن الإيراد الكلي (TR) الذي ستحصل عليه من بيع أي كمية تنتجها سوف يغطي جميع التكاليف المتغيرة بالإضافة إلى جزء ولو بسيط من التكاليف الثابتة فإن على المؤسسة أن تنتج حتى تخفف من خسائرها ، أما إذا كانت الإيرادات الكلية غير كافية لتغطية جميع التكاليف المتغيرة فإن من الأفضل للمؤسسة أن تغلق أبوابها Shut (down) أي تتوقف عن الإنتاج ، لأنها إذا أنتجت فسوف تخسر جميع التكاليف الثابتة بالإضافة إلى جزء من التكاليف المتغيرة ، بينما ستخسر التكاليف الثابتة فقط إذا هي لم تنتج .

وهكذا فإن الإجابة عن السؤال الرئيسي لهذا القسم يتطلب موازنة الإيرادات الكلية (TR) مع التكاليف الكلية (TVC) كالآتي :

1- إذا زادت الإيرادات الكلية عن التكاليف المتغيرة ( $TR > TVC$ ) فإن المؤسسة يجب أن تنتج لأنها أما ستربح أو ستخفف من خسائرها .

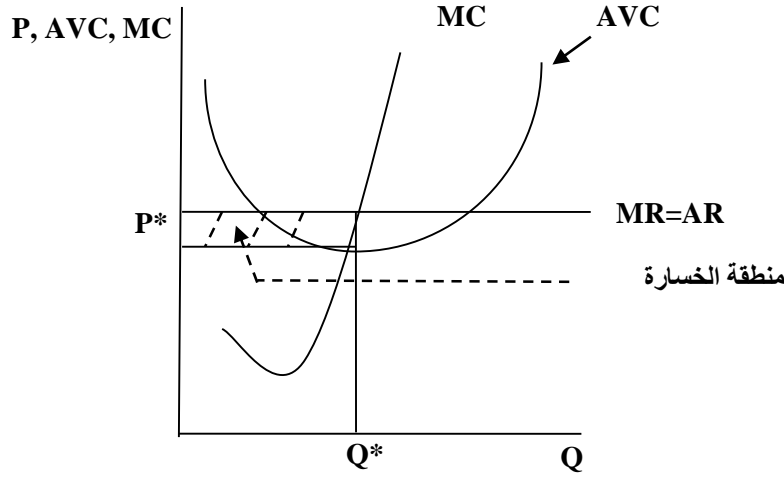
2- إذا قلت الإيرادات الكلية عن التكاليف المتغيرة ( $TR < TVC$ ) فإن هذه النقطة تسمى " نقطة الإغلاق Shut-down point " . وتعتبر هذه النقطة الحد الفاصل بين إمكانية الإنتاج وإمكانية الإغلاق .

ونستطيع تحويل أسلوب المجاميع السابقة إلى متوسطات بقسمة طرفي المعادلة على الكمية التي تنتجها المؤسسة . وعند قسمة التكاليف المتغيرة على الكمية المنتجة فإننا نحصل على متوسط الكلفة المتغيرة ( $TVC/Q = AVC$ ) . أما بالنسبة للإيراد الكلي فهو حاصل ضرب الكمية في السعر ، أي ( $TR = P.Q$ ) ، فإذا قسمنا الإيراد الكلي على الكمية المنتجة فإننا نحصل على متوسط الإيراد (AR) وهو السعر ، أي

$$AR = \frac{TR}{Q} = \frac{P.Q}{Q} = p$$

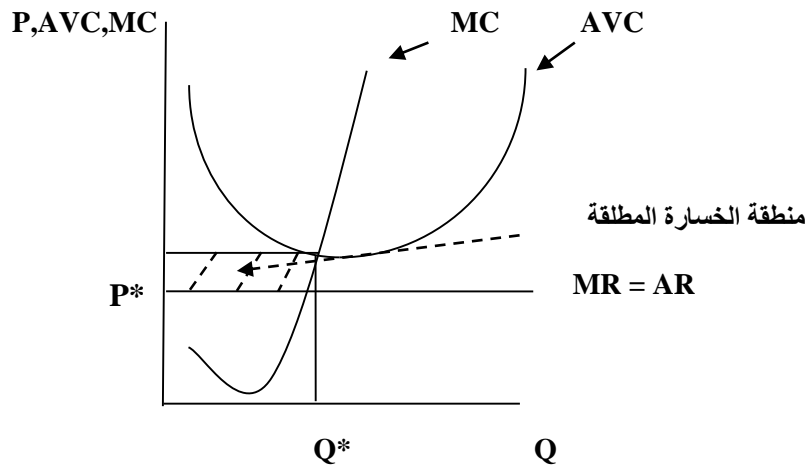
وبالتالي فإننا نستطيع ترجمة الشروط السابقة أو المعادلات كالآتي :

1- إذا كان سعر السوق يزيد على متوسط الكلفة المتغيرة ( $P > AVC$ ) فإن المؤسسة يجب أن تنتج لأنها ستخسر أكثر لو أغلقت أبوابها . كما موضحة بالشكل (2) :



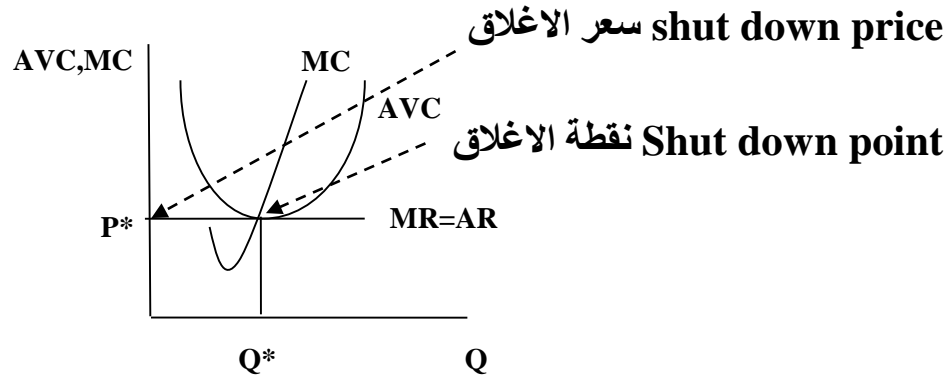
شكل (2) الحالة التوازنية للمشروع الذي يحقق خسارة ممكنة

2- إذا كان سعر السوق يقل عن متوسط التكاليف المتغيرة ( $P < AVC$ ) فإن المؤسسة يجب أن تتوقف عن الإنتاج تخفيفاً لخسائرها . كما موضحة بالشكل (3) :



شكل (3) الحالة التوازنية للمشروع الذي يحقق خسارة مطلقة

3- إذا كان سعر السوق يساوي متوسط التكاليف المتغيرة ( $P = AVC$ ) فإن هذه نقطة الإغلاق (shut down point) ، ويسمى السعر هنا سعر الإغلاق (Shut down price) .



شكل (4) السعر يساوي متوسط التكاليف المتغيرة

ويعتبر هذا السعر مرجعا " للمؤسسة ، فإذا كان سعر السوق أعلى من هذا السعر فإن على المؤسسة أن تنتج ، أما إذا كان سعر السوق أقل من هذا السعر فإن سعر الإغلاق هو أدنى سعر يمكن أن يصل إليه سعر السوق قبل أن تغلق المؤسسة أبوابها وتتوقف عن الإنتاج ، وبالتالي فهو يساوي أدنى متوسط للتكاليف المتغيرة TVC minimum .

س : ما هي الكمية التي تنتجها المؤسسة ؟

إذا قررت المؤسسة أن تنتج ، وكان سعر السوق يزيد عن سعر الإغلاق ، فإن السؤال التالي المهم هو: ما هي الكمية التي يجب أن تنتجها المؤسسة لكي تعظم أرباحها ؟ وللإجابة عن هذا السؤال فإن على المؤسسة أن توازن بين إيراداتها الكلية وتكاليفها الكلية (الثابتة والمتغيرة) عند كل كمية يمكن إنتاجها ، ثم تختار إنتاج الكمية التي يكون فيها الربح الكلي ، أي الفرق بين الإيراد الكلي والتكاليف الكلية ( $TR - TC$ ) ، أكبر ما يمكن . أما إذا كانت الشركة ستخسر فإنها ستختار إنتاج الكمية التي تكون فيها الخسارة الكلية ، أي الفرق بين التكاليف الكلية والإيراد الكلي ( $TC - TR$ ) ، أقل ما يمكن ، آخذين بالإعتبار إنه إذا قررت المؤسسة أن تغلق أبوابها وتتوقف عن الإنتاج فإن مجمّل الخسارة يساوي مجموع التكاليف الثابتة .

ونستطيع الوصول إلى النتيجة نفسها عن طريق استخدام التكاليف والإيرادات الحدية على النحو الآتي : إذا قررت المؤسسة أن تنتج كميات إضافية من سلعة معينة فإن التكاليف المتغيرة (والكلية) للمؤسسة سوف تزداد ، ولكن المؤسسة ستقوم ببيع تلك الكميات التي تنتجها وتحصل منها على زيادة إيرادها الكلي . وكلما أنتجت المؤسسة وحدة إضافية فإن تكاليفها ستزداد ولكن دخلها سيزداد أيضا . ونحن نطلق على الزيادة في الدخل أو الإيراد الكلي أسم الإيراد الحدي  $\text{marginal revenue}$  أو (MR) بينما نطلق على الزيادة في التكاليف الكلية أسم التكاليف الحدية  $\text{marginal cost}$  أو (MC) ، وقد تحدثنا عن هذا المفهوم الأخير بالتفصيل في الجزء الأول . و من الواضح إن المؤسسة تستطيع أن توازن الإيراد الحدي مع الكلفة الحدية عند كل كمية تنتجها ، فإذا وجدت إن الإيراد الحدي يتجاوز الكلفة الحدية فمعنى ذلك إن المؤسسة تستطيع زيادة أرباحها عن طريق إنتاج المزيد من السلعة ، أما إذا وجدت إن الإيراد الحدي يقل عن الكلفة الحدية فإن المؤسسة ستزيد من أرباحها إذا قامت بتخفيض إنتاجها من السلعة ، وسوف تستمر في ذلك إلى أن يصبح الإيراد الحدي مساويا للكلفة الحدية.

**مثال:** لنفترض إن أحد النجارين قد أنتج (5 خزائن) ، ويفكر في إنتاج الخزانة السادسة ، فإذا وجد إنه لو أنتج هذه الخزانة الأخيرة فإن دخله أو إيراده سيزيد بمبلغ (30 دينارا) (أي إن إيراده الحدي 30 دينارا) بينما ستزيد تكاليفه الكلية بمبلغ (25 دينارا) (أي إن الكلفة الحدية 25 دينارا) فإنه سوف ينتج الخزانة السابعة إذا وجد إن إيراده الحدي من وراء ذلك يزيد على كلفته الحدية ، وهكذا . وبالمقابل دعنا نفترض إن الإيراد الحدي الناجم عن بيع الخزانة العاشرة هو (30 دينارا) بينما الكلفة الحدية لهذه الخزانة هو (35 دينارا) ، وهنا سيجد هذا النجار إن من مصلحته أن يمتنع عن إنتاج هذه الخزانة لأن ذلك سيزيد من أرباحه بمبلغ (5 دنانير) . وسوف يستمر في تخفيض إنتاجه طالما وجد أن إيراده الحدي يقل عن كلفته الحدية . وهكذا نستطيع أن نلخص الكيفية التي تحدد فيها المؤسسة الكمية التي يجب أن تنتجها لتعظيم أرباحها أو تقليل خسائرها على النحو الآتي :

1 . إذا كان الإيراد الحدي يزيد على الكلفة الحدية (  $MR > MC$  ) فإن على المؤسسة أن تزيد من إنتاج السلع .

2 . إذا كان الإيراد الحدي يقل عن الكلفة الحدية (  $MR < MC$  ) فإن على المؤسسة أن تقلل من إنتاج السلعة .

3 . عندما يتساوى الإيراد الحدي مع الكلفة الحدية (  $MR = MC$  ) فإن المؤسسة لن تستطيع زيادة أرباحها عن طريق زيادة أو تخفيض الإنتاج ، وبالتالي فإن هذه النقطة تعد " نقطة التوازن Equilibrium point " أو نقطة " تعظيم الربح profit maximization " ويمكننا أن نلاحظ إن إنتاج كمية أقل من ذلك يعني إن المؤسسة لم تنتج بعض الوحدات التي كانت ستزيد من إيرادها أكثر مما ستزيد من تكاليفها ، وبالتالي ضحت بأرباح كان يمكن أن تحصل عليها لو أنتجت المزيد . كذلك فإن إنتاج كمية أكبر من ذلك يعني إن المؤسسة أنتجت وحدات زادت من كلفتها أكثر مما زادت من إيرادها الكلي ، وبالتالي نقصت أرباحها .

ولكن ما هو الإيراد الحدي بالنسبة للمؤسسة التنافسية ؟ بصفة عامة فإن الإيراد الحدي هو الزيادة في الإيراد الكلي الناتج عن بيع وحدة إضافية . (  $MR = \Delta TR / \Delta Q$  ) . وحيث إن سعر السوق في حالة المنافسة التامة يكون ثابتا (given) معطى ، أي إن المؤسسة ستحصل على السعر نفسه كلما باعت وحدة إضافية من السلعة . فإن الزيادة في الإيراد الكلي في المؤسسة التنافسية سيكون هو سعر السوق نفسه ، وهذا يعني إن الإيراد الحدي لهذه المؤسسة التنافسية يساوي سعر السلعة ، أي (  $MR=P$  ) . فعلى سبيل المثال ، إذا كان سعر الحليب (300 ديناراً) للكيلو غرام فإن بائع الحليب سيحصل على (300 ديناراً) ، وهو سعر السلعة نفسه . وهكذا نستطيع أن نعيد صياغة النتائج السابقة على النحو الآتي :

**A** . إذا كان سعر السوق أعلى من الكلفة الحدية (  $P > MC$  ) فإن المؤسسة ستزيد من أرباحها إذا زادت إنتاجها من السلعة .

**B** . إذا كان سعر السوق أقل من الكلفة الحدية ( $P < MC$ ) فإن المؤسسة ستزيد من أرباحها إذا خفضت إنتاجها من السلعة .

**C** . إذا كان سعر السوق يساوي سعر الكلفة الحدية ( $P = MC$ ) فإن المؤسسة تكون قد وصلت إلى نقطة التوازن ، أي إنها تنتج الكمية التي تؤدي إلى تعظيم أرباحها شريطة أن يكون السعر أعلى من الحد الأدنى لمتوسط التكلفة المتغيرة .

**لاحظ** إن الشروط السابقة خاصة فقط بسوق المنافسة التامة ، نظرا لأن السعر في هذا السوق يساوي الإيراد الحدي للمؤسسة ، أي : ( $MC = P$ ) ولكن ( $MR = P$ ) أيضا ، أذن ( $MR = MC$ ) . (وهذا ناجم عن كون منحنى الطلب لهذا المؤسسة أفقيا) . وسوف نلاحظ في الفصول اللاحقة أن كل أنواع السوق الأخرى ، غير المنافسة التامة ، لا تتوفر لها هذه الخاصية ، وبالتالي ستختلف شروط التوازن لها عن الشروط المذكورة أعلاه .

**س: هل تربح المؤسسة أم تخسر ؟**

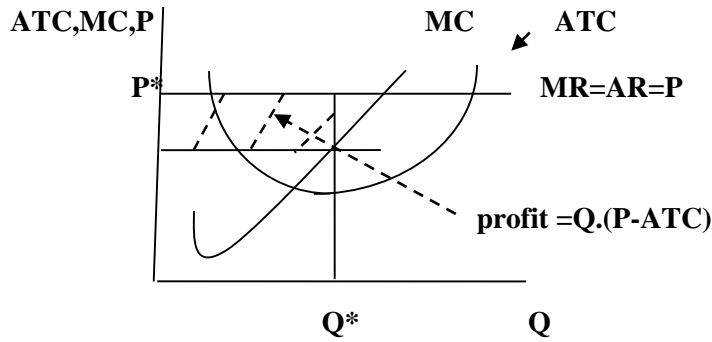
يمكن حساب الأرباح أو الخسائر الكلية للمؤسسة عن طريق موازنة إيراداتها الكلية TR مع تكاليفها الكلية TC على النحو الآتي :

**A-** إذا زاد الإيراد الكلي عن الكلفة الكلية ( $TR > TC$ ) فإن المؤسسة تربح بمقدار الفرق بينهما أي ( $Profit = TR - TC$ ) .

**B-** إذا زادت التكاليف الكلية عن الإيراد الكلي ( $TC > TR$ ) فإن المؤسسة تخسر بمقدار الفرق بينهما ، أي ( $LOSS = TC - TR$ ) .

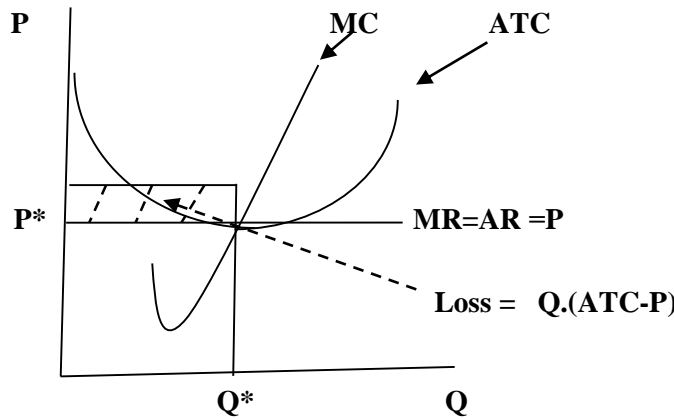
**C-** إذا تساوى الإيراد الكلي مع التكاليف الكلية ( $TR = TC$ ) فإن المؤسسة تحقق نقطة التعادل ( break – even point ) ، أي تكون أرباحها الاقتصادية صفرا .

1. إذا زاد السعر عن متوسط الكلفة الكلية ( $P > ATC$ ) فإن المؤسسة ترباح ، وسيكون متوسط ربح الوحدة المنتجة أو المبيعات مساويا للفرق بينهما أي ( $P - ATC$ ) ، وبالتالي فإن الربح الكلي يساوي متوسط ربح الوحدة مضروبا في الكمية المنتجة ، أي ( $Profit = Q.(P - ATC)$ ) . كما في الشكل البياني (5) :



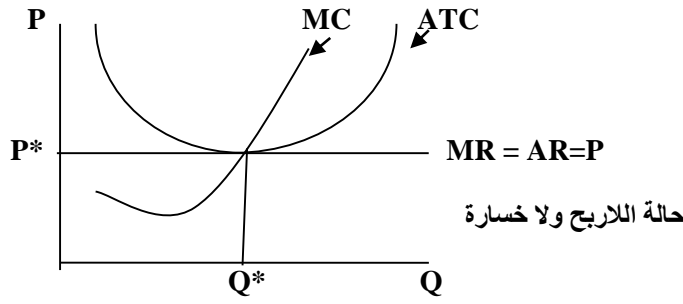
شكل (5) الحالة التوازنية للمشروع الذي يحقق الارباح الاقتصادية

2 - إذا زاد متوسط الكلفة الكلية عن السعر ( $ATC > P$ ) فإن المؤسسة تخسر ، وسيكون متوسط خسارة الوحدة المنتجة مساويا للفرق بينهما أي ( $ATC - P$ ) ، وبالتالي فإن الخسارة الكلية تساوي متوسط خسارة الوحدة الواحدة مضروبا في الكمية ، أي ( $loss = Q . (ATC - P)$ ) . كما في الشكل البياني (6) :



شكل (6) الحالة التوازنية للمشروع الذي يحقق خسارة عادية

3- إذا تساوى سعر السوق مع متوسط الكلفة الكلية ( $P = ATC$ ) فإن المؤسسة لا تخسر ولا ترباح وحينها خسائرها الاقتصادية تساوي صفرا ، ويسمى ذلك السعر سعر التعادل (Break – even price) . كما في الشكل البياني (7)



شكل (7) الحالة التوازنية للمشروع الذي يحقق الارباح الاعتيادية

### توازن المنشأة عن طريق المتوسطات :

نستطيع الآن تلخيص سلوك المؤسسة التنافسية التي تسعى لتعظيم أرباحها في مدى القصير عن طريق المتوسطات والتي تم توضيحها بصيغة أخرى نبينها على النحو الآتي :

**1-** إذا زاد سعر السوق عن الحد الأدنى لمتوسط الكلفة المتغيرة ( $P > \text{MIN AVC}$ ) ، للمؤسسة فإن على هذه المؤسسة أن تنتج ، وإذا نقص عنه فإن عليها أن تغلق أبوابها .

**2-** إذا كان سعر السوق أعلى من الكلفة الحدية ( $MC < P$ ) فإن على المؤسسة أن تزيد من إنتاجها إلى أن تصل إلى نقطة التوازن حيث السعر يساوي الكلفة الحدية ( $MC = P$ ) ، وإذا كان سعر السوق أقل من الكلفة الحدية ( $MC > P$ ) فإن على المؤسسة أن تقلل من إنتاجها إلى أن تصل إلى نقطة التوازن حيث السعر يساوي الكلفة الحدية ( $MC = P$ ) .

**3-** إذا زاد سعر السوق عن متوسط الكلفة الكلية ( $ATC < P$ ) فإن المؤسسة تربح ، وإذا نقص عنه فإن المؤسسة تخسر . ويكون متوسط ربح أو خسارة الوحدة المنتجة هو عبارة عن الفرق بين السعر ومتوسط الكلفة الكلية .

إحتمالات حالة المشروع في المنافسة التامة في المدى القصير:

لقد تبين فيما سبق إن حجم الإنتاج التوازني للمشروع يتحدد عند تقاطع الكلفة الحدية مع الإيراد الحدي ( $MC = MR$ ) . وتجدر الإشارة الى وجود حالات عديدة للربح أو الخسارة قد يحققها المشروع في ظل المنافسة التامة . وتتمثل هذه الحالات فيما يلي :

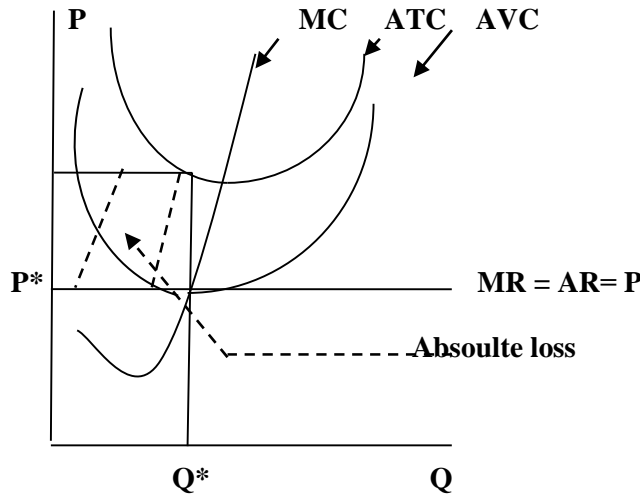


Absolute loss	1 - تحقيق خسارة مطلقة
Least possible loss	2 - تحقيق أقل خسارة ممكنة
Normal profits	3 - تحقيق الأرباح الاعتيادية
Economic profits	4 - تحقيق الأرباح الاقتصادية

وسيتم فيما يلي توضيح هذه الإحتمالات بشيء من التفصيل .

### أولاً - إحتمال تحقيق خسارة مطلقة Absolute loss

في حالة وجود مشروع معين يعاني من ضعف في إمكانياته الإنتاجية والتنظيمية وسوء إستغلال الموارد والآلات بحيث ترفع تكاليفه الإنتاجية ، نجد إن منحنى الكلفة الحدية لهذا المشروع يتميز عن غيره من المشاريع بأنه يتزايد بوتائر متصاعدة جدا . هذا من شأنه أن يؤدي الى تقاطع الكلفة الحدية مع الإيراد الحدي عند مستوى منخفض من الإنتاج . ونظرا لإرتفاع منحنى متوسطة الكلفة المتغيرة عن خط السعر ، أي عدم قدرة المشروع على تحقيق إيراد يغطي تكاليفه المتغيرة ، فإن هذا المشروع يتعرض لخسارة مطلقة . ويكون التوقف عن الإنتاج وإنسحابه من الصناعة ( Shut down point - ) هو الحل الأمثل أمامه ، لأنه سيتعرض إلى خسارة أكبر في حالة إستمراره في الإنتاج . كما في الشكل البياني (8) :



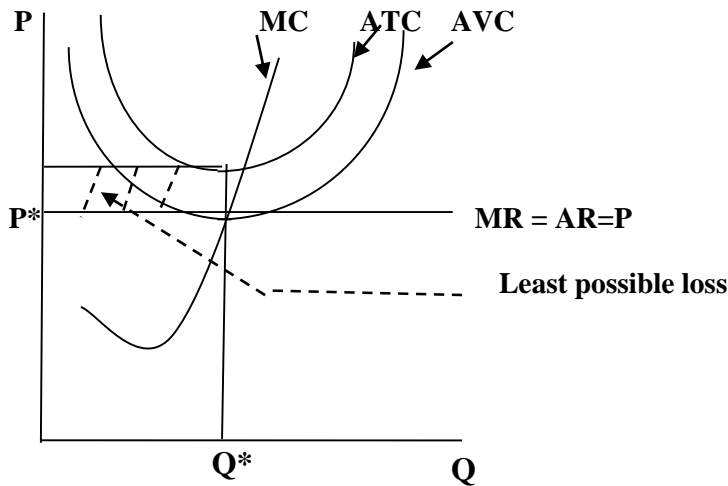
شكل (8) الحالة التوازنية للمشروع الذي يحقق خسارة مطلقة

### ثانياً - إحتمال تحقيق أقل خسارة ممكنة least possible loss

قد نجد في هذه الحالة مشروعا ما يعاني من بعض الصعوبات في قدراته الإنتاجية والتنظيمية . وهنا فإن منحنى الكلفة الحدية (MC) لهذا المشروع يرتفع بوتائر متسارعة ، وإن كانت أبطأ من الحالة السابقة ، فإن هذا المشروع سيصل الى

وضعة التوازني (حيث تتساوى الكلفة الحدية MC مع الايراد الحدي MR) عند حجم غير كبير من الإنتاج ، لكن

أكبر من الحجم التوازني السابق . وهذا يجعل المشروع قادرا على تغطية التكاليف المتغيرة فقط . وبذلك يتمثل حجم الخسارة التي يحققها المشروع بمقدار الفرق بين خط السعر (p) أو الايراد الحدي (MR) وبين متوسط الكلفة الحدية (MC) . كما في الشكل البياني(9) :

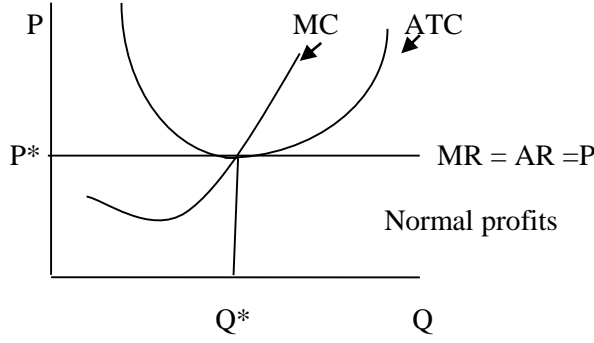


شكل (9) الحالة التوازنية للمشروع الذي يحقق أقل خسارة ممكنة

وقد يستمر المشروع لبعض الوقت إذا كانت هذه الخسارة محتملة في المدى القصير . وذلك على أمل تحسين كفائته الإنتاجية والتنظيمية , وبالتالي محاولة تفوق منحنى الكلفة الكلية (ATC) بحيث يمر على الأقل من خلال نقطة تساوي الكلفة الحدية (MC) مع السعر (P) .

### ثالثا - احتمال تحقيق الأرباح الاعتيادية Normal profits

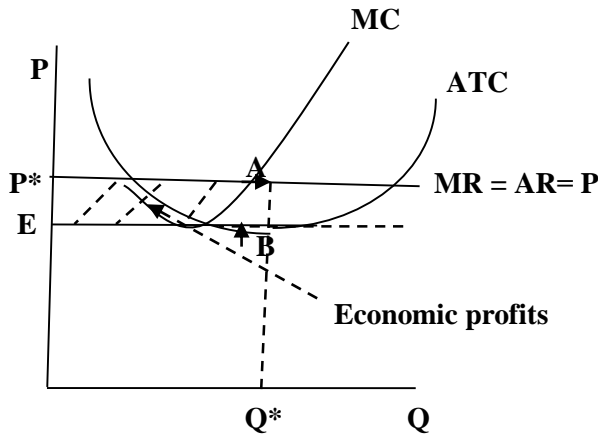
تمثل هذه الحالة في وجود مشروع معين يتمتع بوجود قدرات إنتاجية إعتيادية من حيث استخدام الموارد والمدخلات والمعدات الإنتاجية . وهذا من شأنه أن يجعل منحنى الكلفة الحدية (MC) يتزايد بوتائر معتدلة , مما يؤدي إلى تحقيق كميات معقولة من الإنتاج عند الحجم التوازني . وهنا فإن منحنى متوسط الكلفة الكلية (ATC) سوف يمر من خلال نقطة تقاطع (MC) مع (MR) , مما يعني إن هذا المشروع قادر على تغطية التكاليف الكلية بأكملها , فضلا عن التكاليف المتغيرة . وهذه الحالة تعتبر إن هذا المشروع يحقق الأرباح الاعتيادية , والتي تتمثل بالفروقات ما بين مستويات الكلفة الحدية قبل الوصول الى نقطة التوازن , وبين مستوى الأيراد الحدي . كما في الشكل البياني (10) :



شكل (10) الحالة التوازنية للمشروع الذي يحقق الارباح الاعتيادية

#### رابعاً - إحتمال تحقيق الأرباح الإقتصادية Economic profits

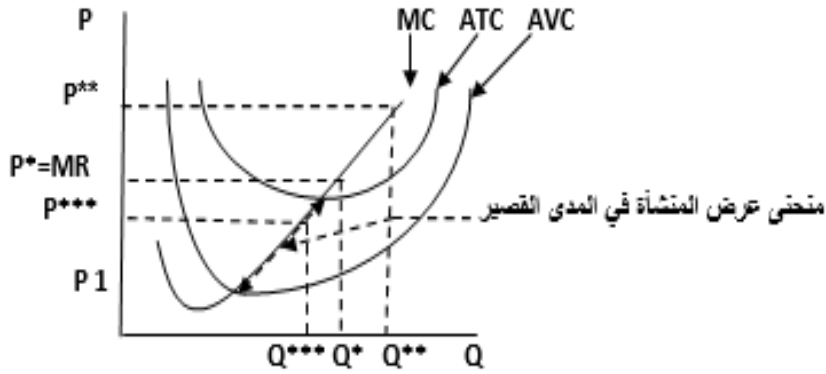
في حالة وجود مشروع لديه من الإمكانيات والقدرات الإنتاجية العالية ما يهيئه للإستفادة من تلك الكفاءة بحيث يستطيع جعل تكاليفه الحدية ترتفع بمعدلات بطيئة جداً . إن هذا الوضع يتيح للمشروع تحقيق كميات كبيرة من الإنتاج عند الوضع التوازني . وكون المشروع قادر ليس فقط على تغطية تكاليفه الكلية (TC) (بضمنها المتغيرة AVC) , بل أيضاً على جعل منحنى متوسط الكلفة الكلية (ATC) يمر تحت خط السعر (P) , فيقال إن هذا المشروع يحقق مستوى الأرباح الاقتصادية . وتتمثل الأرباح الاقتصادية بالفروقات ما بين متوسط الكلفة الكلية (ATC) ومتوسط الإيراد للوحدة المنتجة (AR) , والتي تظهر في المستطيل (BAEP\*) . وذلك بالإضافة إلى الربح الإعتيادي المتمثل بالفروقات بين مستويات الكلفة الحدية (MC) ومستوى الإيراد الحدي (MR) قبل النقطة (E) . وكما مبينة بالشكل البياني(11) :



شكل(11)الحالة التوازنية لمشروع يحقق الارباح الاقتصادية

## عرض المنشأة في المدى القصير:

لقد أوضحنا إن منحنى طلب المنشأة (D) في المدى القصير هو عبارة عن السعر السائد في السوق , والذي يمثل خطا مستقيما , ويتساوى مع الايراد الحدي (MR) . كما مبين في الشكل البياني(12) :



شكل (12) منحنى عرض المنشأة في المدى القصير

يتضح من الشكل إعلاه إن مستوى الإنتاج ( $Q^*$ ) يعظم الأرباح , حيث إن السعر عند ( $Q^*$ ) يتساوى مع الكلفة الحدية (MC) في المدى القصير . والمنشأة هنا تستمر بالعمل طالما إن السعر ليس أقل من متوسط الكلفة المتغيرة (AVC) إما عند إنخفاض السعر عن الكلفة المتغيرة , كما هو الحال عند ( $P^{***}$ ) , فإن المنشأة سوف تخسر عند كل وحدة مباعة وفي حالة تساوي السعر (P) مع الكلفة المتوسطة ( $ATC=P=Profit=Zero$ ) , فإن الأرباح سوف تكون صفر . ومعنى ذلك إنه إذا أنتجت المنشأة أكثر أو أقل من ( $Q^*$ ) , فإن الأرباح سوف تنخفض , حيث إن ( $Q^*$ ) , فقط هي النقطة التي تعظم الأرباح . فالمنشأة سوف تختار أن تعرض الإنتاج فقط إذا كان السعر أعلى أو مساويا لـ ( $P1$ ) . وإن الجزء المؤشر بالاسهم من منحنى الكلفة الحدية الذي يقع فوق معدل الكلفة المتغيرة هو منحنى عرض المنشأة في المدى القصير . وهنا يمكن القول إن تعظيم الأرباح يتطلب أمرين : أولا: تساوي السعر مع الكلفة الحدية , وثانيا : تزايد الكلفة الحدية عن هذه النقطة . وإن هذا الجزء الموجب الميل من منحنى الكلفة الحدية والواقع فوق منحنى الكلفة المتغيرة , هو الذي يمثل منحنى عرض المنشأة في المدى القصير . ويوضح هذا المنحنى كميات الإنتاج التي سوف تنتجها المنشأة عند مستويات الإنتاج المختلفة

## المحاضرة الثامنة

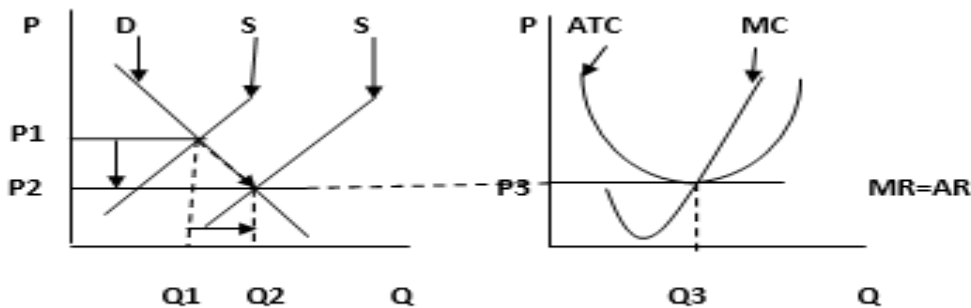
### التوازن في المدى الطويل :

إن المفتاح الأساسي للتوازن في المدى الطويل في ظل المنافسة التامة هو حرية دخول وخروج المنشأة من وإلى الصناعة . وقد سبق وأن رأينا إن المنشآت في المدى القصير تسعى الى تعظيم الأرباح عن طريق مساواتها لتكاليف الحدية مع الإيرادات الحدية (MC=MR) , وعندما يكون السعر أعلى من معدل التكاليف المتوسطة , أي عندما تحقق المنشأة أرباحا اقتصادية في المدى القصير , فذلك سيشجع المنشآت الأخرى على الدخول في هذه الصناعة .

إن حرية الدخول إلى الصناعة في ظل المنافسة التامة تفترض عدم ترتيب أي تكاليف على هذا الدخول . وحيثما وجدت أرباح اقتصادية , فإن دخول المنشآت الجديدة إلى الصناعة سوف يزيد من عرض المنتج في السوق , مما يؤدي إلى إنتقال منحنى عرض الصناعة في المدى القصير نحو اليمين . وإن هذا الإنتقال سوف يؤدي إلى إنخفاض السعر التوازني في السوق . وعندما تحصل هذه الحالة فإن الأرباح الاقتصادية التي كانت تحققها المنشآت سوف تتضاءل , إلى أن تختفي نهائيا . وعند هذه النقطة سيتوقف دخول منشآت جديدة إلى الصناعة , وستحقق المنشآت الموجودة في الصناعة مستوى الأرباح الإعتيادية .

إن فإن الأرباح الاقتصادية في المدى الطويل تساوي صفرا , وذلك عند مستوى التوازن , أي عند تساوي السعر (P) مع الكلفة الحدية (MC) مع الكلفة المتوسطة (ATC) ومع الإيراد المتوسط (AR) (  $P=MC=ATC=AR$  ) . وستعمل كل منشأة عند أدنى نقطة على منحنى الكلفة المتوسطة طويلة المدى . كما مبين في الشكل البياني(13):

الصناعة

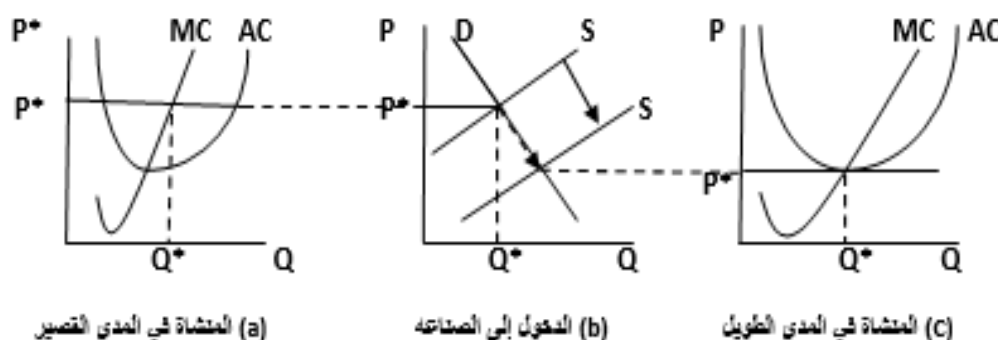


شكل (13) توازن المنشأة والصناعة في المدى الطويل

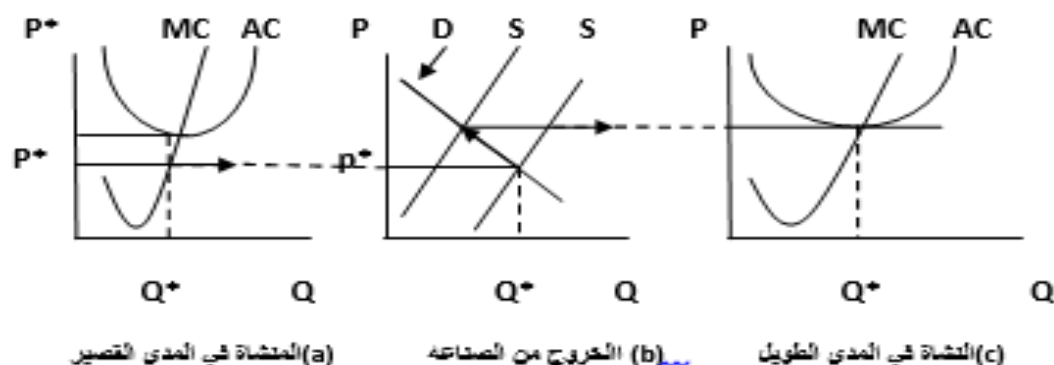
أما في حالة تعرض المنشآت في الصناعة إلى خسائر في المدى القصير , (أي في حالة إنخفاض السعر عن معدل الكلفة المتوسطة ) , فإن المنشآت سوف تخرج من الصناعة . وهذا سيؤدي إلى إنتقال منحنى العرض إلى اليسار نتيجة إنخفاض الكميات المنتجة . وعند حصول ذلك فإن سعرالسوق سوف يرتفع حتى يغطي التكاليف الكلية , مما يحقق مستوى الأرباح الإعتيادية للمنشآت التي مازالت في الصناعة . فإن دخول وخروج المشاريع في المدى الطويل يسمح لكل المشاريع في الصناعة بالحصول على الأرباح الإعتيادية فقط .

وتجدر الإشارة هنا إلى إن التوازن في المدى الطويل في سوق المنافسة التامة لايعتمد فقط على حرية الدخول والخروج من الصناعة , وإنما على توفر المعلومات الكاملة عن السوق أيضا , من حيث الأسعار والتكاليف والأرباح . وكما مبين بالشكل البياني (14):

#### 1- وجود ربح اقتصادي



#### 2- في حالة وجود خسارة



شكل (14) توازن المنشأة الداخلة إلى الصناعة والخارجة منها في ظل المنافسة التامة

وتجدر الإشارة هنا إلى إنه في المدى الطويل قد يوجد مشروع ما , كأن يكون من المشاريع الضخمة (giant firm) الذي يتمتع بقدرات إنتاجية عالية تؤهله للاستفادة من مزايا الإنتاج الكبير (Economies of scale) بحيث تصبح تكاليفه الإنتاجية منخفضة نسبيا . (وذلك يماثل حالة المشروع الذي ذكرناه في الإحتمال الرابع من إحتمالات تحقيق الأرباح , أي الذي يحقق الأرباح الاقتصادية ) . ومن المرجح أن يتمكن هذا المشروع من تجهيز نسبة مهمة من العرض الكلي للصناعة . وسبق وأن ذكرنا إن من شروط سوق المنافسة التامة إن لكل مشروع حصة ضئيلة جدا من حجم الإنتاج الكلي , بحيث لا يستطيع أن يؤثر على الأسعار ولا على كميات الإنتاج . إلا إن هذا المشروع المذكور ينتج كميات كبيرة وملموسة من الإنتاج , بحيث يمتلك حصة كبيرة نسبيا من حجم الصناعة الكلي . وكما ذكرنا سابقا فإن تحقيق الأرباح الاقتصادية من شأنه أن يشجع المشاريع الأخرى على الدخول في الصناعة . إلا إن المشروع المتميز الأول قد يهدف إلى منع دخول مشاريع جديدة إلى الصناعة , أو إلى إخراج المشاريع الموجودة أصلا في الصناعة , وذلك يهدف القضاء على المنافسة , وهنا قد يبادر هذا المشروع بتخفيض سعر السلعة من  $(P^*)$  إلى  $(P1)$  , بحيث يصبح خط السعر الجديد يمس منحنى متوسط الكلفة الكلية (ATC) عند أدنى نقطة له . وهذا يعني إن المشروع سوف يحقق مستوى الأرباح الإعتيادية فقط .

ومن هنا نفرض وجود نوعين من المشاريع في الصناعة مجموعة المشاريع (B) تحقق أرباحا إعتيادية . ومجموعة المشاريع (C) تعمل على تحقيق أقل خسارة ممكنة , وذلك قبل الإجراء المتخذ من قبل المشروع (A) .

أما بعد تخفيض السعر إلى  $(P1)$  , فإن المشاريع الأخرى سوف تفاجأ بهذا التخفيض , وستضطر هي الأخرى إلى إتخاذ نفس الإجراء حتى تستطيع بيع منتجاتها في السوق . وهنا فإن مجموعة المشاريع (C) سوف لن تتمكن حتى من تغطية تكاليفها المتغيرة , وبذلك ستحقق خسارة مطلقة , تضطرها إلى الخروج من الصناعة .

أما المجموعة (B) فستتمكن من تغطية تكاليفها المتغيرة فقط بعد التخفيض في السعر , مما يعني إنها ستحقق أقل خسارة ممكنة .

ومع ذلك فقد تستمر في الإنتاج على أمل تحسين إمكانياتها الإنتاجية والتنظيمية . وهنا فإن المشروع المتميز المذكور (A) قد يقوم بتخفيض سعر الوحدة من السلعة مرة أخرى من  $(P1)$  إلى  $(P2)$  . وبذلك فإنه سيحقق أقل خسارة ممكنة . وبذلك ستعرض المشاريع الأخرى المتبقية في الصناعة (B) إلى تحقيق خسارة مطلقة , لأن السعر الجديد لا يغطي حتى تكاليفها المتغيرة . وهكذا ستضطر هذه المشاريع

إلى التوقف عن الإنتاج والخروج من الصناعة . وبهذا سيبقى المشروع (A) هو المنفرد الوحيد في الصناعة بعد إن يكون قد قضى على كل أنواع المنافسة المحيطة . فيتحول بذلك إلى مشروع احتكار تام .

مثال تطبيقي :

دعنا نحاول توضيح سلوك مؤسسة تنافسية عن طريق مثال مفصل , وسنتبع أولاً أسلوب إجمالي الإيرادات , وأجمالي التكاليف , ثم نتبع بعد ذلك أسلوب المتوسطات . وسوف نوضح الإجابة عن الأسئلة الثلاثة التي ذكرناها في القسم السابق ( هل تنتج المؤسسة ؟ كم تنتج ؟ كم تربح ؟ ) باستخدام الجداول ثم عن طريق الرسم .

لنفترض وجود مؤسسة تنافسية , ولنفترض أن تكاليفها الكلية والمتوسطة والحدية هي التكاليف نفسها التي سندردها لاحقاً . وحيث أن المؤسسة التنافسية تعتبر مستقبلية للسعر (price taker) فأنها تأخذ سعر السوق مسلماً به , وتتصرف على ضوءه , وإذا تغير سعر السوق فإن المؤسسة سوف تغير سلوكها . وفي هذا المثال سنفترض سعراً معيناً في السوق , ونراقب كيف ستكون استجابة المؤسسة له , وبعد ذلك سنراقب كيف تتغير استجابة المؤسسة عندما يتغير هذا السعر .

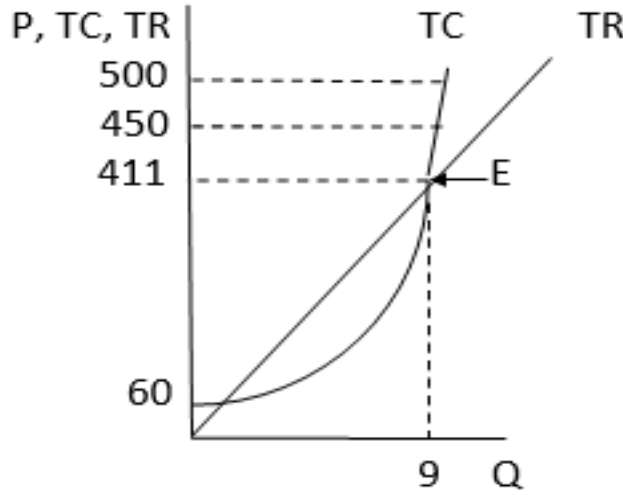
دعنا نفترض أن سعر السوق هو (50 ديناراً) للوحدة , وبالتالي فإن إيراد وتكاليف المؤسسة عند كميات الإنتاج المختلفة تظهر هي كما تظهر في الجدول (1) :

جدول (1) الإيراد الكلي والتكاليف الكلية والأرباح لمؤسسة تنافسية عند كميات إنتاج مختلفة

الكمية Q	السعر P	الإيراد الكلي TR	التكاليف الكلية TC	الأرباح profit
0	50	0	60	-60
1	50	50	67	-17
2	50	100	68	32
3	50	150	69	81
4	50	200	76	124
5	50	250	90	160
6	50	300	132	168
7	50	350	193	157
8	50	400	284	116
9	50	450	411	39
10	50	500	580	-80



نلاحظ من هذا الجدول (1) أن سعر السوق لا يتغير عندما تتغير كمية الإنتاج (Q) , وبالتالي فإن الإيراد الكلي (TR) يزيد بالمبلغ نفسه كلما زادت كمية الإنتاج وحدة إضافية , أي أن الإيراد الحدي ثابتا ويساوي السعر . أما التكاليف الكلية (TC) فأنها تتزايد باستمرار كلما زاد الإنتاج . وفي البداية فإن هذه التكاليف تزيد عن الإيراد الكلي مما يعني أن المؤسسة ستخسر ( أي أن أرباحها ستكون سالبة ) إذا أنتجت اقل من وحدتين , ولكن هذه الأرباح تصبح موجبة وتأخذ في الزيادة , كما نلاحظ من العمود الأخير في الجدول إلى أن نصل إلى (168 دينارا) عندما تنتج (6 وحدات) , وهو أقصى ربح يمكن أن تحصل عليه المؤسسة في ظل السعر السائد في السوق وهو (50 دينارا) . وإذا حاولت المؤسسة زيادة إنتاجها أكثر من ذلك فإن إيرادها الكلي سوف يزيد , ولكن الزيادة في تكاليفها ستفوق الزيادة في إيراداتها مما سيؤدي إلى تناقص أرباحها تدريجيا إلى أن تختفي ثم تصبح سالبة عند إنتاج الوحدة العاشرة . ويمكن تمثيل ذلك بالرسم البياني (15)



شكل (15) الإيراد الكلي والتكاليف الكلية والأرباح لمؤسسة تنافسية

بالنسبة للمؤسسة التنافسية يبدأ منحنى الإيراد الكلي في الزيادة بنسبة ثابتة مع زيادة الإنتاج , في حين أن منحنى الكلفة يبدأ عند مستوى التكاليف الثابتة ويستمر في الزيادة بمعدل بطيء أولاً ثم بمعدل متزايد . ويمثل الفرق بين الإيراد الكلي والتكاليف الكلية صافي الأرباح أو الخسائر.

نلاحظ في الشكل أو منحنى التكاليف الكلية (TC) يتقاطع مع المحور الصادي عند النقطة (60 دينارا) , وهي قيمة التكاليف الثابتة التي ستنتفخها المؤسسة عندما تكون كمية الإنتاج (Q) تساوي صفراً , ثم يبدأ منحنى التكاليف الكلية (TC) بالزيادة ببطء أولاً ثم بنسبة متزايدة فيما بعد , بينما يزداد الإيراد الكلي TR بنسبة ثابتة أي أنه يأخذ صورة خط مستقيم يصعد من أسفل إلى أعلى وإلى اليمين . ويمثل الفرق بين هذين المنحنيين صافي الربح إذا كان الإيراد الكلي يزيد عن الكلفة الكلية , وبعدها عند الكلفة 480 وكمية إنتاج 9 تصبح الكلفة الكلية أعلى الإيراد الكلي حيث الفرق بينهما يمثل

صافي الخسارة , أما النقطة E فهي تمثل نقطة تعادل (Break-even point) أي نقطة اللاربح واللاخسارة.

جدول (2) الأرباح والخسائر التي تحققها مؤسسة تنافسية عند أسعار مختلفة

السعر = 2		السعر = 5		السعر = 18		السعر = 30		السعر = 80		دالة التكاليف	
الربح profit	الإيراد الكلي TR	الربح profit	الإيراد الكلي TR	الربح profit	الإيراد الكلي TR	الربح Profit	الإيراد الكلي TR	الربح Profit	الإيراد الكلي TR	التكاليف الكلية TC	الكمية Q
-60	0	-60	0	-60	0	-60	0	-60	0	60	0
-65	2	-62	5	-49	18	-37	30	13	80	67	1
-64	4	-58	10	-32	36	-8	60	92	160	68	2
-63	6	-54	15	-15	54	21	90	171	240	69	3
-68	8	-56	20	-4	72	44	120	244	320	76	4
-80	10	-65	25	0	90	60	150	310	400	90	5
-120	12	-102	30	-24	108	48	180	348	480	132	6
-179	14	-158	35	-67	126	17	210	367	560	193	7
-287	16	-244	40	-140	144	-44	240	356	640	284	8
-393	18	-366	45	-249	162	-141	270	30-9	720	411	9
-560	20	-530	50	-400	180	-280	300	220	800	580	10

يتبين لنا من خلال الجدول اعلاه بأن المؤسسة في حالة السعر 2 تتعرض إلى خسارة بسبب كون الإيراد الكلي المتحقق أقل من التكاليف الكلية لكل الكميات المنتجة الأمر الذي يجعلها تتعرض إلى الخسارة حتى الوحدة العاشرة , فلا بد من رفع سعر الإنتاج إلى 5 دينار , لكن بالمقابل كان الإيراد الكلي المتحقق أيضا سالب هو الآخر , مما يستدعي الانتقال إلى السعر 18 دينار , ولكن لا تتحقق جدوى من ذلك حيث الإيراد سالب هو الآخر , فلا بد من الانتقال إلى السعر 30 , حيث كانت المؤسسة تدفع خسائر لغاية الوحدة الثانية , بعدها أصبحت المؤسسة مربحة لغاية الوحدة السابعة , ولكن أصيبت المؤسسة بخسارة في الوحدة الثامنة والتاسعة والعاشرة. وذلك يستدعي رفع السعر إلى 80 دينار الأمر الذي جعل المؤسسة تحقق أرباحا مجدية محققة أعلى إيرادا في الوحدة السابعة , وتناقص الإيراد الكلي لكن مازال يحقق جدوى من استخدام الموارد لتحقيق الأرباح الاقتصادية .

جدول (3) تحديد كمية التوازن لمؤسسة تنافسية باستخدام التكاليف الحدية والمتوسطة ( بإفتراض سعر السوق = 50 دينار

السعر=الإيراد الحددي	الكلفة الحدية	متوسط الكلفة			الكمية
		الكلية	المتغيرة	الثابتة	
MR=P	MC	ATC	AVC	AFC	Q
		$\infty$	—	$\infty$	0
50	7	67	7	60	1
50	1	34	4	30	2
50	1	23	<u>3</u>	20	3
50	7	19	4	15	4
50	14	<u>18</u>	6	12	5
50	42	22	12	10	6
50	61.5	27.5	19	8.6	7
50	81.5	35.5	28	7.5	8
50	127	45.7	39	6.7	9
50	169	58	52	6	10

نلاحظ عندما تنتج المؤسسة (3 وحدات) ، فإن سعر الإغلاق (shut – down price) هو (3 دنانير) . وكذلك نلاحظ إن أقل متوسط للكلفة الكلية هو (18 ديناراً) عندما تنتج المؤسسة (5 وحدات) ، وبالتالي فإن سعر التعادل (break – even price) هو (18 ديناراً) . ولنفترض إن سعر السوق هو (50 ديناراً) ، فإن هذا السعر أعلى من سعر الإغلاق (3 دنانير) ، وبالتالي فإن من مصلحة المؤسسة أن تنتج . ولكن ، كم وحدة يجب أن تنتج هذه المؤسسة إذا كانت تهدف إلى تعظيم الربح (أو تقليل الخسارة) ؟

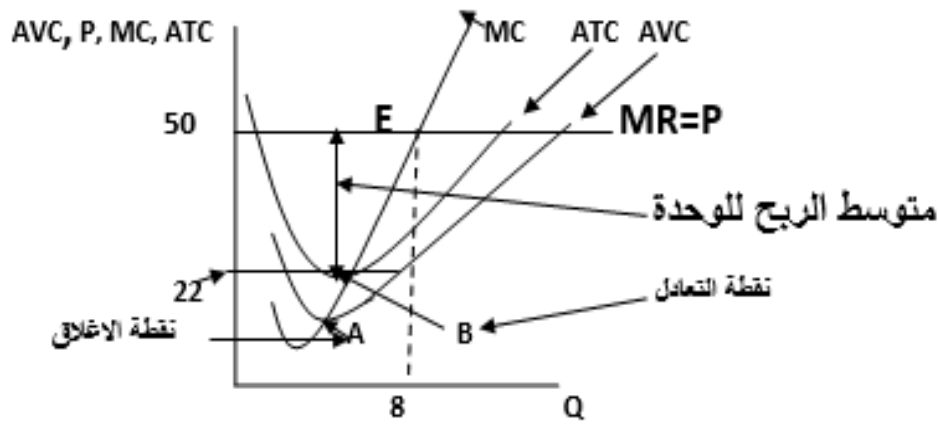
دعنا نحاول الإجابة عن هذا السؤال خطوة خطوة. إذا لم تنتج المؤسسة أي شيء فسوف تخسر جميع التكاليف الثابتة (60 ديناراً) ، أما إذا أنتجت الوحدة الأولى فإن التكاليف الكلية ستزيد بمبلغ (7 دنانير) وهو قيمة التكاليف الحدية للوحدة الأولى ، ولكن إيرادات المؤسسة ستزيد بمبلغ (50 ديناراً) وهو قيمة الإيراد الحدي الناجم عن

بيع الوحدة الأولى والذي يساوي سعر السوق ، وبالتالي فإن إنتاج وبيع الوحدة الأولى سيزيد من أرباح المؤسسة (أو ينقص من خسائرها) مبلغ  $(7-50=43)$  ديناراً) ، ومن الطبيعي أذن إن الكلفة الحدية للوحدة الثانية هي دينار واحد وإن الإيراد الحدي هو (50 ديناراً) ، وهو سعر السوق نفسه ، وبالتالي فإن إنتاج وبيع الوحدة الثانية سوف يزيد أرباح المؤسسة مبلغ  $(1-50=49)$  ديناراً) ، وبالتالي فإن على المؤسسة أن تنتج هذه الوحدة الثانية أيضاً ، وبالطريقة نفسها ونلاحظ إن على المؤسسة أن تنتج الوحدة الثالثة والرابعة والخامسة والسادسة لأن الإيراد الحدي (أي سعر السوق) يزيد على الكلفة الحدية لكل من هذه الوحدات . ولكن هل تنتج المؤسسة الوحدة السابعة أم تكفي بإنتاج (6 وحدات) فقط ؟ وهنا نلاحظ إن المؤسسة إذا أنتجت الوحدة السابعة وباعتها في السوق فسوف تحصل على إيراد حدي قدره (50 ديناراً) ، ولكن الكلفة الحدية لهذه الوحدة هي (61 ديناراً) ولو افترضنا إن المؤسسة قد أنتجت هذه الوحدة السابعة فإن أرباحها ستنقص بمقدار  $11-61=50$  ديناراً وبالتالي فإن المؤسسة يجب أن لا تنتج هذه الوحدة إن كانت تهدف إلى تعظيم أرباحها وأن تكفي بإنتاج (6 وحدات فقط) ، وهي كمية التوازن equilibrium quantity .

دعنا الآن نفترض جدلاً إن المؤسسة تنتج (8 وحدات أسبوعياً) . فإن هذه المؤسسة سوف تكتشف إن الكلفة الحدية للوحدة الثامنة تساوي (91 ديناراً) ولكنها لن تستطيع بيعها بـ (50 ديناراً) فقط ، وهو سعر السوق والذي يمثل الإيراد الحدي للمؤسسة ، وبالتالي فإن أرباح المؤسسة ستنقص مبلغ (41 ديناراً) عند إنتاج وبيع هذه الوحدة ، لذلك فإن هذه المؤسسة سوف تجد إن من مصلحتها أن تخفض إنتاجها إلى أن يصل إلى (6 وحدات فقط) وهي كمية التوازن .

ولنفرض إن المؤسسة سوف تنتج (6 وحدات) ، فهل تربح أم تخسر ؟ نلاحظ من الجدول (3) إنه عندما تنتج المؤسسة (6 وحدات) فإن متوسط الكلفة الكلية هو (22 ديناراً) ، حيث إن الوحدة الواحدة تباع بمبلغ (50 ديناراً) فإن متوسط الربح هو  $(28=50-22)$  ديناراً) للوحدة الواحدة ، وبالتالي فإن المؤسسة التي تنتج (6 وحدات) سوف تربح  $(168=6 \times 28)$  ديناراً) ، وهذه هي النتيجة نفسها التي حصلنا عليها سابقاً عند استخدام أسلوب المجاميع . دعنا الآن نفترض إن سعر السلعة قد تغير بحيث أصبح ، مثلاً (150 ديناراً) . ونظراً لأن هذا السعر أعلى من سعر الإغلاق (3 دنانير) فإن المؤسسة التي تريد تعظيم أرباحها يجب أن تنتج عند هذا السعر . ولتحديد الكمية التي يجب أن تنتجها المؤسسة يجب أن توازن الإيراد الحدي بالكلفة الحدية. ونلاحظ أن الإيراد الحدي (السعر) وهو (150 ديناراً) يتساوى مع الكلفة الحدية بعد أن تنتج المؤسسة (9 وحدات) وقبل أن تنتج الوحدة العاشرة (لاحظ أن الكلفة الحدية للوحدة التاسعة هي (127 ديناراً) وللوحدة العاشرة هي (169

دينارا) . وهكذا فإن المؤسسة ستعظم أرباحها إذا هي أنتجت (9 وحدات) . وفي هذه الحالة فإن متوسط الربح هو  $(150 - 45.7 = 104.3)$  دينارا). وبالتالي فإن الربح الكلي هو  $(939 = 104.3 \times 9)$  دينارا) تقريبا . ويمكننا تطبيق الأسلوب نفسه عند كل سعر من أسعار السوق الأخرى . وسوف تجد المؤسسة إنها تستطيع تعظيم أرباحها (أو تخفيض خسائرها) عندما تنتج الكمية التي يتساوى فيها سعر السوق مع الكلفة الحدية . شريطة أن يكون سعر السوق أعلى من الحد الأدنى لمتوسط الكلفة المتغيرة (سعر الإغلاق) وهو (3 دنانير) في هذا المثال . ويمكننا تمثيل ذلك بالرسم في الشكل (16):



شكل (16) توازن المؤسسة التنافسية في المدى القصير

تنتج المؤسسة التنافسية في المدى القصير عند النقطة التي يتساوى عندها السعر مع الكلفة الحدية شريطة أن يكون السعر أعلى من متوسط الكلفة المتغيرة . ونلاحظ انه عند السعر 50 دينارا فإن المؤسسة تعظم أرباحها عند إنتاج 8 وحدات والتي يكون عندها صافي الأرباح ممثلا بالجزء المحدد وقدره 168 دينارا.

ونلاحظ أيضا من هذا الشكل أن أدنى نقطة على منحنى متوسط الكلفة المتغيرة (AVC) هي النقطة (a) وهذه هي نقطة الإغلاق ، وأدنى نقطة على منحنى متوسط الكلفة الكلية (ATC) هي النقطة (b) وهذه هي نقطة التعادل .

نلاحظ أيضا ان منحنى الكلفة الحدية (MC) يقطع منحنى (AVC) من أسفله عند نقطة الإغلاق ويقطع منحنى (ATC) من أسفله عند نقطة التعادل . دعنا نفترض أن سعر السوق هي (50 دينارا) للوحدة ، وبالتالي فإن منحنى الطلب على منتجات هذه المؤسسة سيكون أفقيا عند السعر (50 دينارا) وهو نفسه منحنى الإيراد الحدي . ونظرا لأن هذا السعر أعلى من سعر الإغلاق فإن المؤسسة تستطيع تعظيم أرباحها عند إنتاج الكمية التي يتساوى فيها الإيراد الحدي مع الكلفة الحدية ( $MR=MC$ ) ،

ويتمثل ذلك بالنقطة ( E ) في الشكل أعلاه, والتي تشير الى كمية ( 8 وحدات ) , وعند هذه الكمية فإن متوسط الربح للوحدة يتمثل بالرسم في المسافة العمودية بين سعر السوق ومتوسط الكلفة الكلية , وهو في هذه الحالة (  $50-22=28$  ) ديناراً . أما الربح الكلي فهو متوسط الربح للوحدة مضروباً في عدد الوحدات المنتجة , وهو ما نمثله بيانياً بالمساحة المظللة في الشكل (16).