مفهوم السلاسل الزمنية:

تعددت تعاريف السلسلة الزمنية بحسب طبيعة الغرض من الدراسة وبحسب طبيعة التخصص منها : ((**السلسلة الزمنية مجموعة من القيم والمقادير التي تتغير تبعا لتغير الزمن ويكون قياسها في فترات زمنية منتظمة كل خمس أو عشر سنوات أو تغير منتظم**)).

وتعرف السلسلة الزمنية بأنها((**عبارة عن قيم ظاهرة من الظواهر في سلسلة تواريخ متلاحقة، أيأما أو اشهر أو سنوات**)). وهناك من عرفها بأنها ((**عدد من المشاهدات الاحصائية تصف ظاهرة معينة مع مرور الزمن أو مجموعة من المشاهدات التي اخذت على فترات زمنية متلاحقة ومتساوية**)).

كما يمكن تعريف السلسلة الزمنية بأنها ((**عبارة عن توزيع ذي بعدين احدهما الزمن**)). كما تعني ((**سلسلة من الأرقام والقيم المسجلة حسب الزمن كالسنين أو الفصول أو الاشهر أو الأيام أو أية وحدة زمنية ، وهي بذلك عبارة عن سجل تاريخي متتالي يتم اعداده لبناء التوقعات المستقبلية**)).

مما تقدم يتبين أن السلسلة الزمنية بكل بساطة هي مجموعة القياسات المسجلة لمتغير واحد أو اكثر مرتبة حسب زمن وقوعها.

وتعرف السلسلة الزمنية رياضيا بالقيم $(Y_1 , Y_2 \, ...)$ والتي يأخذها المتغير Y (درجات الحرارة ، واسعار محصول معين ، والكميات المنتجة من محصول ما ، وسعر الاقفال للاسهم ، وغيرها) عند الزمن $(t_1 , t_2 , ...)$ أي أن Y دالة في t أي:-

$$Y = f(t)$$

من الأمور الطبيعية والواجبة على الحكومات والمؤسسات والشركات التجارية صناعية كانت أم زراعية أم تعليمية وغيرها أن تقوم بالتخطيط لمستقبلها لتحقيق الاهداف الخاصة، والعامة، وتقديم الخدمات، والوصول لحالة العدل والاستقرار للمجتمع، والعمل على اتخاذ قرارات التنبؤ بالاحداث قبل وقوعها في أوجه النشاط كافة التي تخص المجتمع . كما تعد السلاسل الزمنية من أهم أساليب التنبؤ بالمستقبل من خلال وقائع الأمس واليوم.

والتغير الذي يحصـــل في قيم الســلســـلة الزمنية أو قيم متغيراتها يعد دالة في الزمن يمكن تمثيلها باتخاذ المحور الافقي للزمن، والرأســـي لقيم المتغير كما هو مبين في الشـــكل (1) لجدول البيانات الآتي والدال على طلاب الماجستير لسنوات عدة.

جدول 1. عدد طلبة الماجستير في كلية ما خلال المدة (1998–2003)

السنة	1998	1999	2000	2001	2002	2003
عدد الطلاب	18	25	22	29	35	32

شكل 1. السلسلة الزمنية لعدد طلبة الماجستير خلال المدة (1998–2003)

نلاحظ من الشكل البياني اعلاه أن هناك تغيرات في عدد الطلاب من سنة لأخرى ، فمتغير عدد الطلاب يرتفع في ســـنة وينخفض في اخرى ، الا أن الطابع العام يدل على زيادة عدد الطلاب ومنه

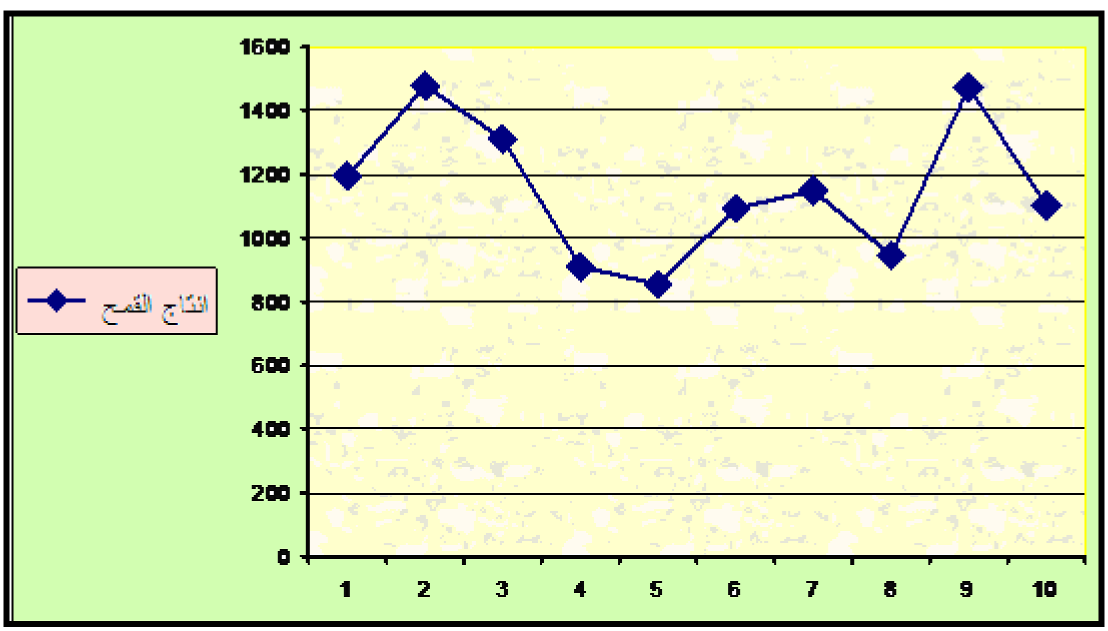
نتوقع زيادة في السـنوات القادمة وبناء عليه يسـتلزم الأمر وضـع الاسـتعدادات الخاصـة بالمرحلة القادمة.

ويشـير الشـكل البياني (2) الى السـلسـلة الزمنية لكميات أنتاج محصـول القمح في العراق خلال المدة (1990–1999) والمحددة من بيانات الجدول رقم (2):

جدول 2. كميات أنتاج محصول القمح في العراق (الف طن) خلال المدة (1990–1999)

السنة	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
كميات الأنتاج	1195	1476	1310	911	854	1091	1150	946	1474	1101

المصـدر: الجهاز المركزي للاحصـاء وتكنولوجيا المعلومات. دائرة الاحصـاء الزراعي . المجموعات الاحصائية لسنوات مختلفة.



شكل (2) . السلسلة الزمنية لكميات انتاج القمح في العراق خلال المدة (1990–1999)

وكما في الشكل السابق نلاحظ أن كميات الأنتاج تنخفض تارة وترتفع تارة أخرى خلال المدة المدروسة. وسنستعرض هنا مكونات السلسلة الزمنية وكيفية قياس التغيرات التي تخص السلسلة في مدة زمنية معينة (سنوية – نصف سنوية– شهرية ....) ونخرج منها بالتنبؤ بافتراض أن التطبيقات الاقتصادية تفترض تمتع السلسلة الزمنية بخاصية السكون والاستقرار.

تجدر الاشارة الى أن اللجوء لتحليل السلسلة الزمنية له ما يبرره ، فنجد أنه في تحليل الأنحدار الخطي البسيط نعتمد على المتغير المستقل لتفسير المتغير التابع وتقدير قيمة المتغير التابع عند مستويات معينة من قيم المتغير المستقل مع بقاء الظروف المحيطة بالمتغير التابع على حالها وفي غياب معطيات كافية حول المتغير أو المتغيرات المفسرة نلجأ الى تحديد أو تفسير قيم المتغير التابع بطرائق أخرى أهمها:-

1- أستعمال عنصر الزمن عنصرا مستقلا لتحديد وتفسير الظاهرة المدروسة (من خلال مركبة الأتجاه العام)
2- أستعمال قيم المتغير التابع لفترات سابقة أي سلوك هذ المتغير في الماضي لتحديد وتفسير قيمه المستقبلية (بواسطة نماذج أنحدارية أو المتوسطات المتحركة)

مما تقدم يمكن القول أنه يتم اللجوء الى نماذج السلاسل الزمنية في حالات عدة منها:-

1. في حالة غياب العلاقة السببية بين المتغيرات.
2. في حالة عدم توفر المعطيات الكافية حول المتغيرات المستقلة.
3. في حالة ضعف النماذج الأنحدارية احصائيا وتنبؤيا من خلال مؤشرات الأنموذج المتمثلة بمعامل الارتباط والتحديد، والاخطاء المعيارية للمعلمات المقدرة....الخ.

مكونات السلسلة الزمنية:

يمكن أن نوجز أهم التقلبات التي تحدث في السلسلة الزمنية بما يأتي(مركبات السلسلة الزمنية):-

1. الأتجاه العام ***(Secular Trend)***
2. التغيرات الموسمية (***Seasonal Variations***)
3. التغيرات الدورية ***(Cyclical Variations)***
4. التغيرات العشوائية أو العرضية (***Irregular Variations***)

نماذج تحليل السلسلة الزمنية *Models of Time Series Analysis*

أن الغرض من تحليل السلاسل الزمنية هو الوصول الى أنموذج أو طريقة مناسبة لتقدير أو قياس التغيرات ومن ثم دراسة علاقتها بالظروف المختلفة، ويتم ذلك بالتخلص من آثار العوامل الاربعة المؤثرة في التغيرات ولاسيما الأتجاه العام والتغيرات الموسمية والدورية. وقد يكون من الممكن باستخدام هذا الأنموذج أن نتنبأ ولو لمدة قصيرة بما يحتمل أن يحدث للظاهرة المدروسة.

يفترض أنموذج السلسلة الزمنية أن قيم السلسلة الزمنية دالة في مجموعة من العناصر المكونة لها وفقا للزمن:

$$Y = f(T_t, S_t, C_t, I_t)$$

وفي هذا السياق يبرز أنموذجان لتجسيد العلاقة بين العناصر المتداخلة والتي بتفاعلها تتشكل السلسلة الزمنية ، ويمكن أن نعد أنموذج السلسلة الزمنية ليظهر على شكل معادلة تحدد كيفية تعامل أو تفاعل المكونات فيما بينها ، أي أنه يمكن كتابة قيمة الظاهرة بدلالة العوامل الاربعة وفقا للزمن باحد الأنموذجين الآتيين:-

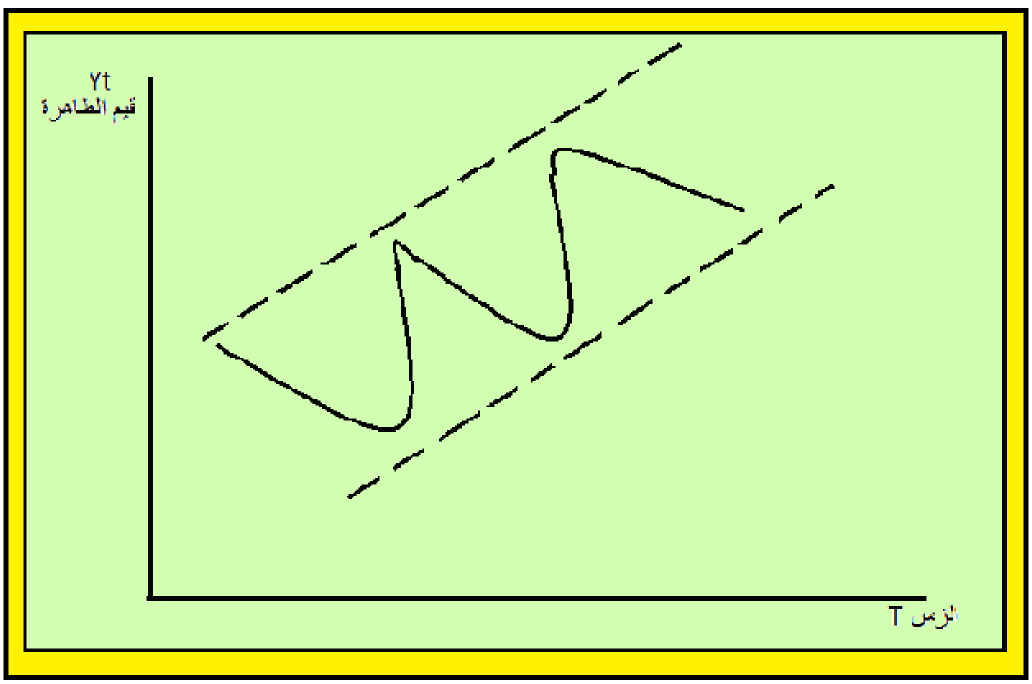
1- الأنموذج التجميعي (***Additive Model***): يفترض هذا الأنموذج أن قيم الظاهرة تساوي مكوناتها الاربعة ويعني هذا الافتراض أن قيمة كل من هذه المكونات لا تؤثر في قيمة غيرها من المكونات ويكتب بالصيغة الآتية:-

اذا رمزنا للظاهرة بالرمز Y، والأتجاه العام بالرمز T، والتغير الموسمي S، والتغير الدوري C والتغير العرضي I فأن الأنموذج التجميعي يكون بالشكل الآتي:

$$Y = T_t + S_t + C_t + I_t$$

على فرض أن كل مكون من مكونات التغير مســـتقل عن الاخر وتحســـــب جميعها بوحدات البيانات الأساسية نفسها أي يعبر عن كل منها بقيمة عددية.

كما يفسر ذلك الشكل البياني الآتي:-



شكل (3) . الأنموذج التجميعي لعناصر السلسلة الزمنية

واذا كانت دراســة الســلســلة الزمنية في المدى القصــير يمكن عزل العنصــر الدوري (C) من الأنموذج ليصبح بالشكل الآتي:-

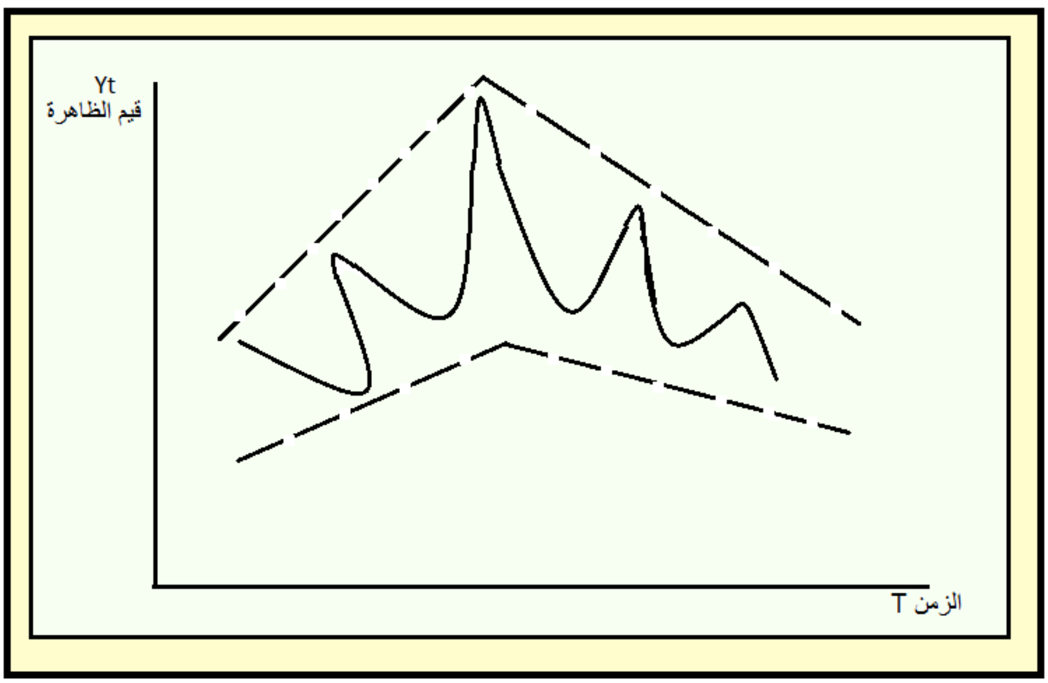
$$Y = T_t + S_t + I_t$$

2. الأنموذج الضربي (النسبي) ***Multiplicative Model***

ويفترض أن قيم الظاهرة تساوي حاصل ضرب مكوناتها الاربعة ويعني هذا أن مكونات السلسلة تعتمد على بعضها البعض. ويكون الأنموذج الضربي على النحو الآتي:-

$$Y = T_t \, . S_t \, . C_t \, . I_t$$

وكل مكون من مكونات التغير يؤثر في الأخر، وهذا الأنموذج هو الاكثر استخداما في تحليل السلاسل الزمنية . وهنا يحسب T بوحدات البيانات الأساسية نفسها وتحسب باقي المكونات نسبا، والرسم الآتي يوضح الشكل البياني لهذا الأنموذج:-



شكل (4). الانموذج الضربي لعناصر السلسلة الزمنية

واذا كانت دراسة السلسلة الزمنية على المدى القصير فأن العامل الموسمي يضرب في الأتجاه العام لتصبح الصيغة السابقة لهذا الأنموذج على النحو الآتي:-

$$Y = T_t \,.S_t \,.I_t$$

مثال لتحديد الافضلية بين الأنموذجين (الجمع والضرب)//

شركة تجارية معينة كانت مبيعاتها في شهر تموز (يوليو) 2005 (20000) دولار وفي شهر آب (اغسطس) 2005 كانت مبيعاتها (30000) دولار. وفي تموز (يوليو) 2006 كانت مبيعاتها (25000) دولار فما المتوقع للمبيعات في اب (اغسطس) 2006.

الحل//

الزيادة في المبيعات لشهر تموز (يوليو)= 25000−20000=5000 دولار أي زيادة 25%

أنموذج الجمع: المتوقع لمبيعات آب (اغسطس) 2006= مبيعات آب(اغسطس) 2005+ الزيادة الحالية = 30000+5000=35000 دولار

أنموذج الضـرب: المتوقع لمبيعات آب (اغسطس) 2006= مبيعات آب (اغسطس) 2005× الزيادة الحالية كنسبة مئوية (1.2) = 30000×1.2=36000 دولار

من حيث أن 36000>35000 فالأفضلية هنا استخدام أنموذج الضرب وفي الغالب فأن أنموذج الضرب هو الشائع للأستخدام.

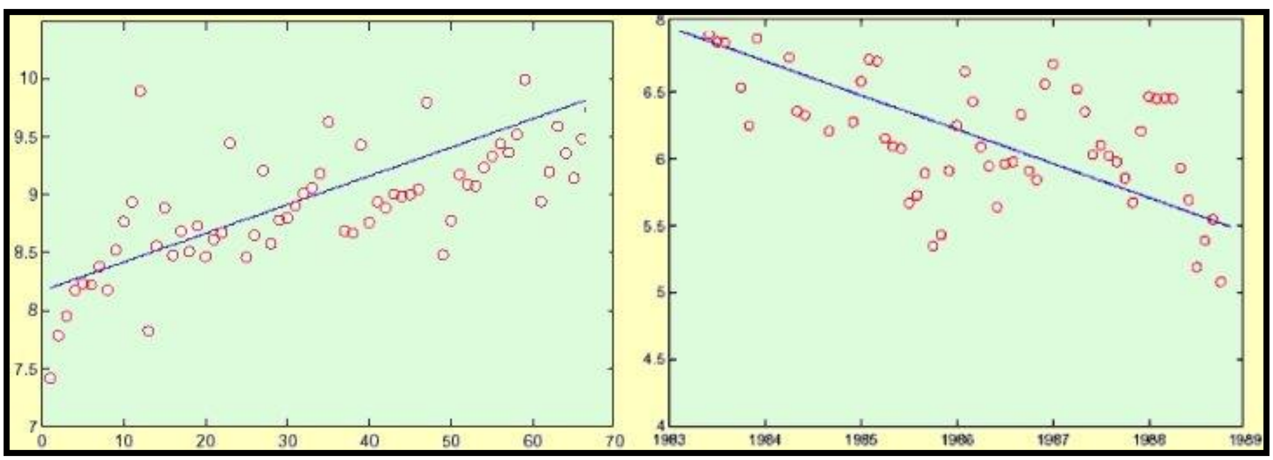
الأتجاه العام *(Secular Trend)*

((وهو العنصر الذي يقصد به الحركة المنتظمة للسلسلة في مدة زمنية طويلة نسبيا ، ويعد غالبا أهم العناصر المكونة للسلسلة الزمنية وعادة ما يعتمد عنصرا وحيدا في بناء التوقعات المستقبلية)).

كما يقصد به **((تطور السلسلة الزمنية في الاجل الطويل ، وهو يعكس تاثير العوامل طويلة الاجل في السلسلة الزمنية)).**

أن المستقيم أو المنحنى الذي يمثل الأتجاه العام للسلسلة المشخصة للظاهرة قيد الدراسة ، والذي يجسد التغير على المدى البعيد قد يكون العنصر الأساسي في السلسلة الزمنية ، وهذا الأتجاه قد يكون خطيا ومن ثم فأن الزيادة من مدة الى اخرى قد تكون ثابتة ، كما يمكن أن ياخذ شكلا غير خطي(أسي) وهنا تكون الزيادة بنسب مئوية من مدة الى اخرى.

أن أتجاه السلسلة الزمنية للظاهرة محل الدراسة في مدة زمنية معينة سواء في اطراد متزايد (اتجاه موجب) أو متناقص (اتجاه سالب) أو الأمرين معا. فالنمو السكاني في حالة تزايد والأمية في حالة نقص وكمبيعات مادة تتطور بشكل واضح أو عدد العمال للشركات التي تستخدم التكنولوجيا. وفي الحالات كلها لايكون التغير مفاجئا بل متدرجا وهو ميزة للأتجاه العام الذي يعد من اهم عناصر السلسلة الزمنية والشكل الآتي يبين الأتجاهين الموجب والسالب.



شكل 5. الأتجاهان الموجب والسالب لسلسلة زمنية

يبين الأتجاه العام الحركة المنتظمة لحالات التزايد (النمو) والتناقص(الركود) لمدد زمنية طويلة تشمل دورتين اقتصاديتين في الاقل بقصد الحصول على نتائج وافية. كما يقيس الأتجاه العام متوسط التغير لكل مدة زمنية واحدة.

والأتجاه العام رياضيا قد يكون خطا مستقيما أو غير خطي مثل المنحنى الأسي (قياس غير منتظم أو غير ثابت) أو منحنى ياخذ شكل S (نمو في الأجل الطويل لمؤسسة) أو منحنى قطع

مكافيء وهو معادلة رياضـــية من الدرجة الثانية $Y = at^2 + bt + c$ اذ تمثل (a,b,c) قيما ثابتة.

طرائق تعيين الأتجاه العام//

أولا:- الأتجاه الخطي ثأنيا:- الأتجاه غير الخطي

أولا:- الأتجاه الخطي:-

سنعرض هنا شرحا لطرائق تقدير الأتجاه العام الخطي وذلك لأن معظم السلاسل الزمنية في الاقتصـاد والتجارة تتبع اتجاها خطيا له صـورة المعادلة $Y = a + bX$ ، وتهدف هذه الطريقة الى التوصل الى المعادلة التي تعبر عن العلاقة بين الظاهرة Y والزمن X وهذه الطرائق هي:-

2- طريقة التمهيد باليد ***(Free hand) Scattered Method***
3- طريقة متوسطي نصفي السلسلة (شبه المتوسطات) ***Semi Average Method***
4- طريقة المتوسطات المتحركة ***Moving Averages Method***
5- طريقة المربعات الصغرى ***Least Squares Method***

1. **طريقة التمهيد باليد *Scattered Method*** :

تستخدم هذه الطريقة للحصول على خط أو منحنى مناسب لحركة السلسلة الزمنية خلال مدة زمنية طويلة نسبيا والخط يمثل الأتجاه العام وهذه الطريقة تختلف من شخص لاخر لذا تكون غير دقيقة ، وقد يكون الخط ذا ميل موجب أو ميل ســـالب. وتتلخص هذه الطريقة برسم الشكل الأنتشاري للبيانات ثم رسم خط متوسط باليد يمر بنقط الشكل الأنتشاري تقريبا أو قريبة منها. والتمهيد يستبعد أثر التقلبات الموسمية والدورية والعرضية.

2. **طريقة متوسطي نصفي السلسلة *Semi Averages Method*** :

يتم الحل بهذه الطريقة بأن تقسم السلسلة الزمنية الى نصفين (زمنيا) واستبعاد السنة الوسطية (الواقعة في منتصف السلسلة الزمنية) في حال كون عدد السنوات فرديا ، أو استبعاد سنة من بداية السلسلة أو نهاية السلسلة. بعد ذلك يتم حساب الوسطين الحسابيين لكل نصف عند منتصف مدة النصف فنحصل على نقطتين (الوسط الحسابي ، والسنة الوسطى) يتم التوصيل بين النقطتين بخط مستقيم ليمثل الأتجاه العام. وفي حالة السنوات الزوجية تكون النقطة (الوسط الحسابي ، ومنتصف السنتين في الوسط) وكما مبين في المثالين الآتيين:

مثال رقم 1:

حدد خط الأتجاه العام بطريقة المتوسطات النصفية للجدول الآتي الذي يمثل القيمة بالدينار لكمية الماء المستهلكة بالمتر المكعب لأسرة ما خلال المدة (2000–2006)

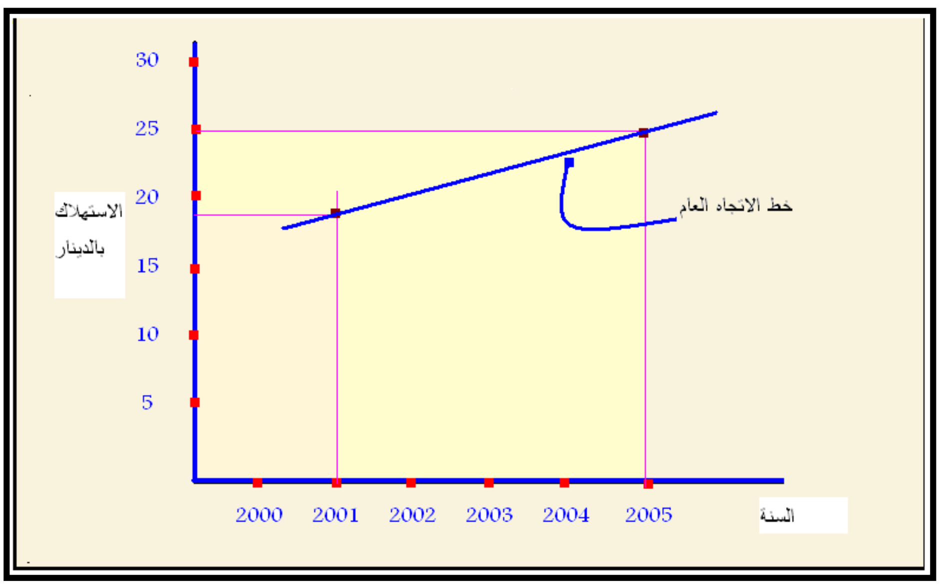
السنة	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
الاستهلاك	17	22	18	19	25	20	30

الحل: نقسم السلسلة الزمنية الى نصفين (تم حذف السنة الوسطى 2003) (يمكن حذف سنة 2000 أو سنة 2006) وكما يأتي:-

السنة	2000	2001	2002	2004	2005	2006
الاستهلاك	17	22	18	25	20	30
المجموع	57			75		
(شبه المتوسط)	$\bar{X}_1 = \frac{57}{3} = 19$			$\bar{X}_2 = \frac{75}{3} = 25$		

نحسب المتوسط لكل قسم :

1- من عام 2000 الى عام 2002 المتوسط=(17+22+18)÷3=57÷3=19
ويوضع هذا الرقم عند منتصف الفترة الأولى أمام سنة 2001.
2- من عام 2004 الى عام 2006 المتوسط = (25+20+30)÷3=75÷3=25
ويوضع هذا الرقم عند منتصف الفترة الثانية أمام سنة 2005
3- نقوم برسم بياني لخط الأتجاه العام بين النقطتين المستخرجتين في النقطتين السابقتين وكما مبين بالشكل الآتي:-



شكل(6) خط الأتجاه العام بطريقة متوسطي نصفي السلسلة في حالة البيانات الفردية

مثال رقم 2:

حدد خط الأتجاه العام بطريقة المتوسطات النصفية (شبه المتوسطات) للجدول الآتي الذي يمثل الصادرات لأحدى الدول (بالمليون دولار)

السنة	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
الصادرات	20	22	25	29	32	34	37	41	43	46

الحل//

1- نقسم السلسلة الزمنية الى نصفين متساويين.

2- نستخرج مجموع كل نصف.

3- يستخرج معدل كل نصف ويوضع أمام السنة الوسطية

4- يرسم خط الأتجاه العام بين الوسطين المستخرجين في الخطوة الثالثة.

السنة	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
الصادرات	20	22	25	29	32	34	37	41	43	46
المجموع	128					201				
شبه المتوسط	$\bar{X}_1 = \frac{128}{5} = 25.6$					$\bar{X}_2 = \frac{201}{5} = 40.2$				

أما في حالة كون عدد السنوات ثمانية مثلا (أي أن عدد السنوات في النصفين المستخرجين سيبقى زوجيا) فأن الحل سيكون كما في المثال الآتي:-

مثال رقم 3:-

حدد خط الأتجاه العام بطريقة المتوسطات النصفية للجدول الآتي الذي يمثل أجور العاملين بالاف الدولارات في أحدى المؤسسات للمدة (1992-1999)

السنة	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
الأجور	22	18	25	20	30	28	24	20

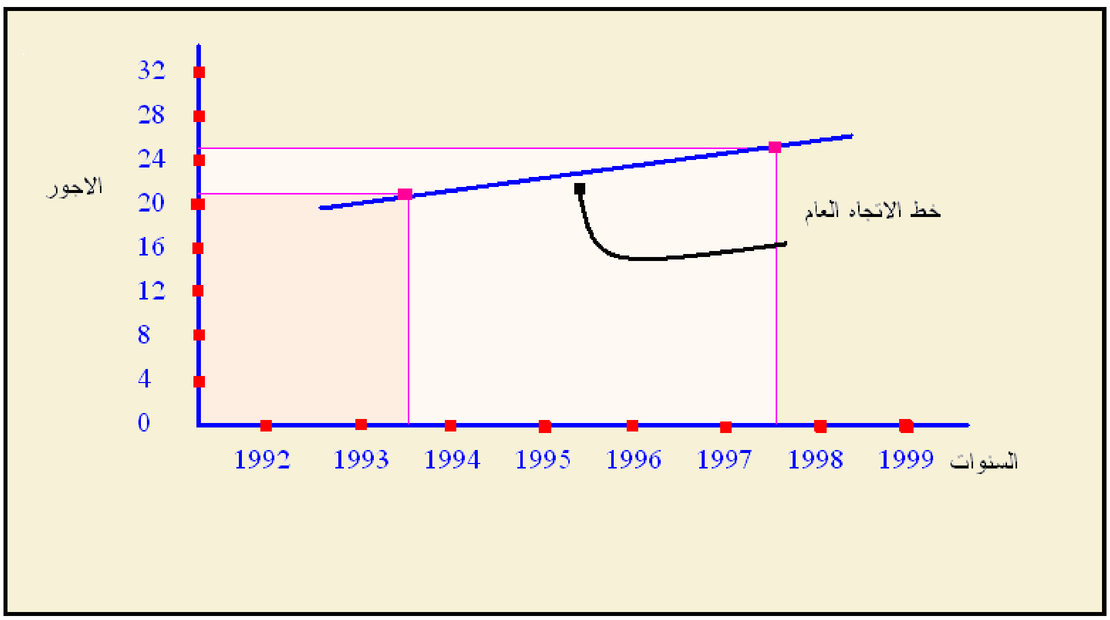
الحل:

1- تقسم السلسلة الزمنية الى قسمين متساويين.

2- يحسب المتوسط لكل نصف ويوضع بين سنتي 1993و 1994بالنسبة للنصف الأول وبين سنتي 1997و 1998 بالنسبة للنصف الثاني.

3- تحدد النقطتان المستخرجتان في الخطوة السابقة ويوصل بينهما بخط مستقيم.

السنة	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
الأجور	22	18	25	20	30	28	24	20
المجموع	85				102			
شبه المتوسط		$\overline{X}_1 = \frac{85}{4} = 21.25$				$\overline{X}_2 = \frac{102}{4} = 25.5$		



شكل (7) خط الأتجاه العام بطريقة متوسطي نصفي السلسلة في حالة البيانات الزوجية

ولأيجاد معادلة الأتجاه العام بطريقة متوسطي نصفي السلسلة فينبغي أيجاد كل من قيمة β و α لمعادلة الأنحدار الآتية : $Y = \alpha + \beta X$. تحسب قيمة β بأيجاد الفرق بين الوسطين بالنسبة للفرق بين زمنيهما أي:

$$\beta = \frac{\left(\overline{X}_2 - \overline{X}_1\right)}{\left(t_2 - t_1\right)}$$

أما قيمة α فهي تساوي الوسط الحسابي لكل نصف من السلسلة الزمنية ، فتتكون معادلتان هما $Y_1 = \alpha_1 + \beta X$ و $Y_2 = \alpha_2 + \beta X$، بمعنى آخر فأن المتوسط الحسابي للنصف الأول يمثل نقطة الأصل أي سنة الأساس وكذلك الحال اذا احتسب المتوسط الحسابي للنصف الثاني سيكون هو نقطة الأصل أي سنة الأساس.

وباعتماد بيانات المثال رقم 2 يمكن استخراج معادلة الأتجاه العام وكما يأتي:-

$$b = \frac{40.2 - 25.6}{1998 - 1993} = \frac{14.6}{5} = 2.92$$

أما قيمة a فتحسب كما يأتي :-

1- اذا كانت سنة 1993 هي سنة الأساس عندئذ ستكون نقطة الأصل المتوسط الحسابي للنصف الأول والواقع أمام سنة 1993 = 25.6، وعليه تكون معادلة الأتجاه العام هي

$$Y = 25.6 + 2.92\,X$$

2- اذا كانت سنة 1998 هي سنة الأساس عندئذ ستكون نقطة الأصل المتوسط الحسابي للنصف الثاني والواقع أمام سنة 1998 = 40.2 وعليه تكون معادلة الأتجاه العام هي

$$Y = 40.2 + 2.92\,X$$

أما اذا أردنا حساب القيمة الأتجاهية لأي سنة سابقة أو لاحقة لسنة الأساس فأننا نحسب قيمة X بمقدار بعد السنة المدروسة عن سنة الأساس وكما يأتي:-

1- تقدير الصادرات لعام 2002 باعتبار سنة الأساس هي 1993 ، فهنا قيمة b = 2.92 وقيمة a = 25.6 ، وتبعد السنة المستهدفة وهي (2002) عن سنة الأساس (1993) بمقدار (9) ، أي أن معادلة الأتجاه العام هي $Y_{2002} = 25.6 + 2.92(9) = 51.88$

2- أما عند تقدير الصادرات لعام 2002 باعتبار سنة الأساس هي 1998 ، ستكون قيمة b= 2.92 ، وقيمة a= 40.2 ، ولكن السنة المستهدفة (2002) تبعد عن سنة الأساس (1998) بمقدار (4) ، أي أن معادلة الأتجاه العام هي $Y_{2002} = 40.2 + 2.92(4) = 51.88$ وهي القيمة نفسها في الحالة الأولى.

3- **طريقة المتوسطات المتحركة** ***Moving Averages***

تتلخص هذه الطريقة في احتساب المتوسط الحسابي لسنوات عدة قد تكون ثلاث أو اربع أو خمس مع اسقاط السنة الأولى واضافة السنة التالية في كل مرة.

فاذا اردنا احتساب المتوسطات المتحركة على أساس ثلاث سنوات ،عندئذ يحسب المتوسط للسنوات الثلاث الأولى ويكتب أمام السنة الثانية ثم نسقط الأولى ويحسب المتوسط للسنوات الثانية والثالثة والرابعة ويكتب أمام السنة الثالثة وهكذا, ثم يتم وضع المتوسطات الحسابية على الرسم البياني فيعكس الأتجاه العام طويل المدى، وهنا نكون قد اضعنا تأثير التغيرات الدورية والعرضية بأخذ المتوسط الحسابي للفترة. وبما أننا نأخذ القيم السنوية للظاهرة فأن الآثار الموسمية لاتظهر، غير أن هذه الطريقة يعاب عليها ما يأتي:-

1- أنها تعطي القيم الأتجاهية فقط من دون أن تعطي المعادلة التي يسير عليها التغير، ومن المعلوم أن هذه المعادلة هي أساس التنبؤ.
2- أنها تفقد القيم الأتجاهية لبعض السنوات في بداية السلسلة ونهايتها.
3- أنها تتطلب استنتاج طول الدورة قبل البدء في العمل وهذه مسالة تقديرية تخضع لخبرة الباحث.

وتعتمد هذه الطريقة في حالة كون الأتجاه غير مستقيم ويكون الغرض منها فقط لدراسة حركة السلسلة نفسها وليس لغرض التنبؤ.

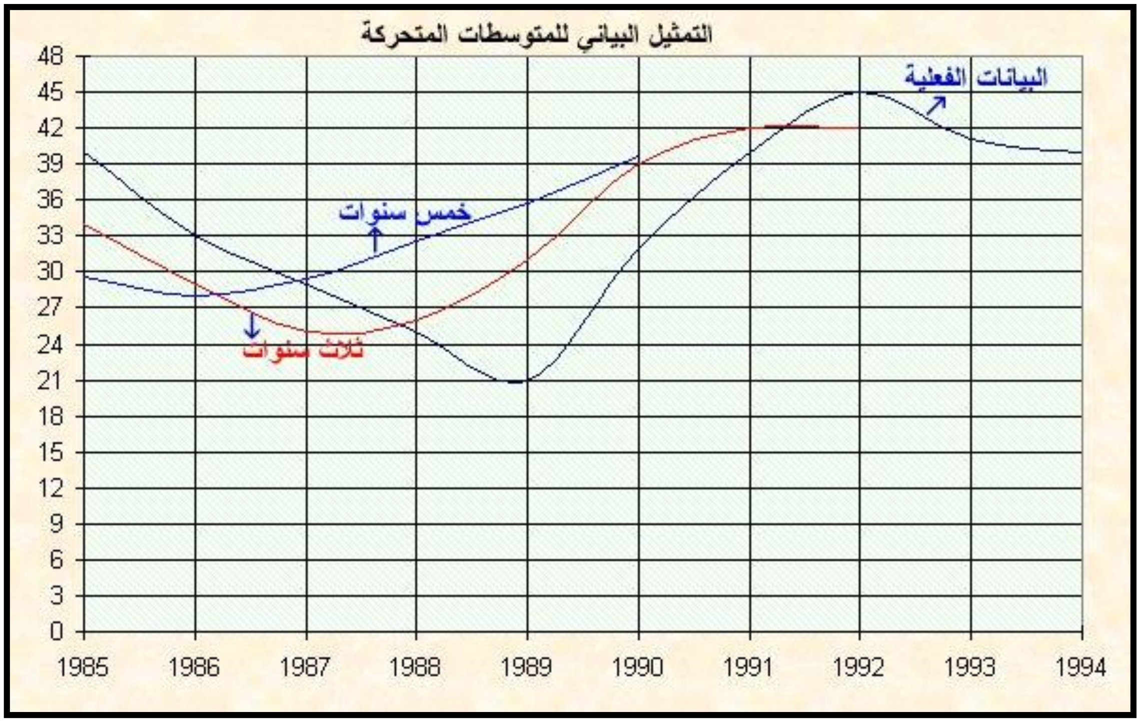
مثال رقم 4:-

الجدول الآتي يبين أجور العاملين في شـــركة معينة للمدة (1985–1994) ، المطلوب حســـاب المتوسطات المتحركة على أساس ثلاث سنوات وخمس سنوات والتمثيل البياني له.

السنة	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994
الأجور	40	33	29	25	21	32	40	45	41	40

الحل:

السنة	الأجور بالاف	المجموع المتحرك لثلاث سنوات	المتوسط المتحرك لثلاث سنوات	المجموع المتحرك لخمس سنوات	المتوسط المتحرك لخمس سنوات
1985	40				
1986	33	102	34		
1987	29	87	29	148	29.6
1988	25	75	25	140	28
1989	21	78	26	147	29.4
1990	32	93	31	163	32.6
1991	40	117	39	179	35.8
1992	45	126	42	198	39.6
1993	41	126	42		
1994	40				



شكل (8) التمثيل البياني للمتوسطات المتحركة لثلاث وخمس سنوات

تجدر الاشــارة الى أنه اذا كان طول الدورة زوجيا (4 أو 6 ســنوات) فلا يمكن أيجاد القيم الأتجاهية للسنوات (الأوساط المتحركة) الا على خطوتين ، اذ لا يقع المتوسط في الخطوة الأولى مقابل سنة محددة وأنما بين السنتين ولهذا لا بد من أيجاد متوسط كل متوسطين مرة ثانية وهذا يقع مقابل سنة محددة وكما هو موضــح باللون الاصــفر في المثال الآتي وســنجد أنه تم فقد مشــاهدتين من الاعلى ومشاهدتين من الاسفل:

السنة	الفصل	الاجور بالالف	المجموع المتحرك لاربع فصول	المتوسط للفصول الاربعة	المتوسط المركزي
1997	*Q1*	**40**			
	Q2	**33**			
			127	31.75	
	Q3	**29**			*29.375*
			108	27.00	
	Q4	**25**			*26.875*
			107	26.75	
1998	*Q1*	**21**			*28.125*
			118	29.50	
	Q2	**32**			*32.00*
			138	34.50	
	Q3	**40**			*37.00*
			158	39.50	
	Q4	**45**			*40.50*
			166	41.50	
1999	*Q1*	**41**			41.375
			165	41.25	
	Q2	**40**			*41.125*
			164	41.00	
	Q3	**39**			
	Q4	**44**			

وادناه التمثيل البياني للمتوسطات المتحركة وخط الأتجاه العام.

شكل (9) التمثيل البياني للمتوسطات المتحركة في حالة البيانات الزوجية

4- طريقة المربعات الصغرى ***Least Square Method***

وتعد هذه الطريقة الاكثر اســـــتخداما من طرائق التقدير الاخرى ، وبها يتم التقليل من مجموع مربعات الفروق بين القيم الفعلية والقيم المحسوبة. اذ أن القيم الفعلية هي الزمن والقيم المحسوبة هي قيم المتغير المطلوب ايجاد اتجاهه العام وســـــنرمز بالرمز X للقيم الفعلية(الزمن) وبالرمز $\hat{Y}$ لقيم الأتجاه المحتسبة.

تمثل نقاط الأنحدار المتوسـط الشـرطي للمتغير التابع Y لقيمة المتغير المســتقل X والفرق (الأنحراف) بين قيم المتغير Y عن المتوسـطات الشـرطية هي الاخطاء العشـوائية وتمثل الأنحرافات لقيم السلسلة عن خط الأتجاه العام للبيانات باستثناء المتغيرات الموسمية ، وعند توفيق خط الأتجاه العام بهذه الطريقة سـيكون $\hat{Y}$ ممثلا للقيم الأتجاهية و X يمثل الزمن وسـنعتمد الصـيغ الرياضـية الآتية:-

1- الحالة الأولى:

$$\hat{Y} = a + bX$$
$$b = \frac{n\sum XY - \sum X \sum Y}{n\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2}$$
$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

كما يمكن اعتماد مجموع قيم X مساويا للصفر بتغيير مقياس السلسلة الزمنية باعطاء القيمة صفر لمركز السلسلة والزمن أعلى المركز مخالف بالاشارة للزمن أسفله وتصبح الصيغ بالصورة الآتية:-

2- الحالة الثانية:

$$\hat{Y} = a + b(t - \bar{t})$$
$$b = \frac{\sum XY}{\sum X^2}$$
$$a = \frac{\sum Y}{n}$$

مثال رقم 5:

جد معادلة الأتجاه العام للبيانات الآتية بطريقة المربعات الصغرى

السنة X	ترميز X	Y	XY	X^2
1985	1	40	40	1
1986	2	33	66	4
1987	3	29	87	9
1988	4	25	100	16
1989	5	21	105	25
1990	6	32	192	36
1991	7	40	280	49
1992	8	45	360	64
1993	9	41	369	81
1994	10	40	400	100
المجموع	$\sum X = 55$	$\sum Y = 346$	$\sum XY = 1999$	$\sum X^2 = 385$
	$\bar{X} = 5.5$	$\bar{Y} = 34.6$		

باستخدام صيغ الحالة الأولى:-

$$b = \frac{n\sum XY - \sum X \sum Y}{n\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2}$$

$$b = \frac{10(1999) - (55)(346)}{10(385) - (55)^2}$$

$$b = \frac{19990 - 19030}{3850 - 3025} = \frac{960}{825} = 1.16$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

$$a = 34.6 - 1.16(5.5)$$

$$a = 34.6 - 6.38$$

$$a = 28.22$$

اذن تكون معادلة الأتجاه العام هي:

$$\hat{Y} = 28.22 + 1.16\,X$$

أما وفقا للحالة الثانية أي جعل مجموع X يساوي صفرا نتبع الآتي:-

لتكن t رمزا للسنة الحقيقية ونضع الرمز X للسنة الجديدة وهنا اما أن يكون عدد السنين فرديا أو زوجيا، فأن كان فرديا فنأخذ السنة الوسطى $\bar{t}$ وتكون $X = t - \bar{t}$. وفي حالة كون عدد السنين زوجيا فنأخذ متوسط السنتين الأولى والأخيرة أو اللتين تقعان في الوسط أو أي سنتين على بعدين متساويين من الأولى والأخيرة.

في المثال اعلاه رقم (5) نجد أن عدد السنين زوجي ويساوي 10 لذا فأن قيمة المتوسط للسنتين (1994+1985) ÷2=1989.5 والواقعة بين 1989 و 1990 والقيم الجديدة للسنة X من الصيغة $X = t - \bar{t}$ كما هو مبين في الجدول الآتي:-

السنة X	ترميز X	Y	XY	X^2
1985	**1985-1989.5=-4.5**	**40**	**-180**	**20.25**
1986	**1986-1989.5=-3.5**	**33**	**-115.5**	**12.25**
1987	**1987-1989.5=-2.5**	**29**	**-72.5**	**6.25**
1988	**1988-1989.5=-1.5**	**25**	**-37.5**	**2.25**
1989	**1989-1989.5=-0.5**	**21**	**-10.5**	**0.25**

1989.5	1989.5-1989.5=0	0	0	0
1990	1990-1989.5=0.5	32	16	0.25
1991	1991-1989.5=1.5	40	60	2.25
1992	1992-1989.5=2.5	45	112.5	6.25
1993	1993-1989.5=3.5	41	143.5	12.25
1994	1994-1989.5=4.5	40	180	20.25
المجموع	$\sum X = 0$	$\sum Y = 346$	$\sum XY = 96$	$\sum X^2 = 82.5$
	$\bar{X} = 0$	$\bar{Y} = 34.6$		

باستخدام الصيغة في الحالة الثانية:

$$b = \frac{\sum XY}{\sum X^2}$$

$$b = \frac{96}{82.5}$$

$$b = 1.16$$

أما قيمة a فتساوي=

$$a = \frac{\sum Y}{n}$$

$$a = \frac{346}{10}$$

$$a = 34.6$$

أي أن معادلة الأتجاه الخطي العام هي:

$$\hat{Y} = 34.6 + 1.16(t - 1989.5)$$

أما للتنبؤ بمعادلة الأتجاه العام وحسب مثالنا هنا ، فلمعرفة المتوقع للأجور سنة 1998 كما يأتي:-
باستخدام معادلة الحالة الأولى وهي $\hat{Y} = 28.22 + 1.16X$ وللتنبؤ بالأجور لسنة 1998 نجد أن سنة 1998 تاخذ الترتيب 14 حسب الجدول اعلاه الذي يبدأ بسنة 1985 اذ نستبدل X بالقيمة 14 وكما يأتي:

$$\hat{Y} = 28.22 + 1.16X$$

$$\hat{Y} = 28.22 + 1.16(14)$$

$$\hat{Y} = 28.22 + 16.24$$

$$\hat{Y} = 44.46$$

أما باستخدام صيغة الحالة الثانية ولمعرفة الأجور المتوقعة لعام 1998 فنضع $(t = 1998)$
فتكون الحالة هي : $\hat{Y} = 34.6 + 1.16(1998 - 1989.5)$

$$\hat{Y} = 34.6 - 1.16(1998 - 1989.5)$$

$$\hat{Y} = 34.6 + 1.16(8.5)$$

$$\hat{Y} = 34.6 + 9.86$$

$$\hat{Y} = 44.46$$

ويمكن اللجوء الى طريقة اخرى لأيجاد معادلة الأتجاه العام مشابهة للطريقة اعلاه وباستخدام طريقة المربعات الصغرى ، ولفهم هذه الطريقة نفترض المثال الآتي:-

مثال رقم 6:

فيما يأتي كميات الأنتاج لسلعة ما خلال المدة 1995-1999 (الف طن). جد معادلة الأتجاه العام الخطية باستخدام طريقة المربعات الصغرى.

السنة X	كميات الأنتاج Y
1995	3
1996	3
1997	5
1998	6
1999	8

لتسهيل العمل الحسابي بجعل مجموع قيم X يساوي صفرا باختيار نقطة الأصل في منتصف السلسلة ، أي أن نقطة الأصل هي السنة الوسيطة اذا كان عدد السنوات فرديا وبين السنتين الوسطيتين اذا كان عدد السنوات زوجيا. وفي حالة العدد الفردي فأن الوحدة الزمنية هي السنة أما في حالة العدد الزوجي فأن الوحدة الزمنية تساوي نصف سنة، وبما أن عدد السنين في حالتنا هنا فردي فيكون الحل كما يأتي:-

السنة X	ترميز X	كميات الأنتاج Y	XY	X^2
1995	-2	3	-6	4
1996	-1	3	-3	1
1997	0	5	0	0
1998	1	6	6	1
1999	2	8	16	4
	$\sum X = 0$	$\sum Y = 25$	$\sum XY = 13$	$\sum X = 10$

لأيجاد معادلة الأتجاه الخطية $Y = a + bX$

$$b = \frac{\sum XY}{\sum X^2} \Rightarrow b = \frac{13}{10}$$

$$b = 1.3$$

$$a = \frac{\sum Y}{n} \Rightarrow \quad a = \frac{25}{5}$$

$$a = 5$$

اذن معادلة الأتجاه الخطية هي $\hat{Y} = 5 + 1.3X$

ولأيجاد الكميات المنتجة المتوقعة للعام 2002 مثلا نتبع الخطوات الآتية:-

1- نضع قيمة X لعام 2002 بمقدار بعدها عن سنة الأساس (1997) وكما موضحة بالجدول الآتي (وهنا نحددها فرضـيا في الجدول ليس بالضـرورة أن يقوم الطالب بعمل هذا الجدول وأنما هو للتوضيح)

السنة	ترميز السنوات	
1995	-2	
1996	-1	
1997	0	
1998	1	
1999	2	

2000	3	السنوات المضافة لمعرفة بعد السنة المستهدفة عن سنة الأساس
2001	4	
2002	5	

نلاحظ هنا أن سنة 2002 تبعد عن سنة الأساس بمقدار (5) ، اذن نعوض عن قيمة X في معادلة الأتجاه العام بالرقم (5) وكما يأتي:-

$$Y_{2002} = 5 + 1.3(5)$$
$$Y_{2002} = 5 + 6.5$$
$$Y_{2002} = 11.5$$

اذن كميات الأنتاج المتوقعة في عام 2002 هي 11.5 (الف طن).

كما يمكن استخراج القيم الأتجاهية $\hat{Y}$ باستخدام معادلة الأتجاه العام اعلاه وكما يأتي

$$\hat{Y}_{1995} = 5 + 1.3(-2) = 2.4$$
$$\hat{Y}_{1996} = 5 + 1.3(-1) = 3.7$$
$$\hat{Y}_{1997} = 5 + 1.3(0) = 5$$
$$\hat{Y}_{1998} = 5 + 1.3(1) = 6.3$$
$$\hat{Y}_{1999} = 5 + 1.3(2) = 7.6$$

أما في حالة كون عدد السنوات زوجيا فان الحال ستختلف هنا ولتوضيح ذلك نفترض المثال الآتي:-

مثال رقم 7:

الجدول الآتي يمثل بيانات عن قيمة الأنتاج الزراعي المحلي في العراق بالاسعار الثابتة(1988 سنة أساس) وللمدة (2000-2005) (بالمليون دينار). أحسب معادلة الأتجاه العام الخطية بطريقة المربعات الصغرى ثم احسب القيمة المتوقعة لقيمة الأنتاج الزراعي لعام 2008.

السنوات	قيمة الأنتاج الزراعي
2000	3146

3937	2001
3955	2002
3809	2003
3909	2004
5195	2005

المصدر: الجهاز المركزي للاحصاء وتكنولوجيا المعلومات، مديرية الحسابات القومية

الحل:

بما أن عدد السنوات زوجي ستكون سنة الأساس بين سنتي 2002 و 2003 (ووضع الصفر بين السنتين هو افتراضي اذ يمكن للطالب عدم كتابته):

X^2	XY	قيمة الأنتاج الزراعي Y	ترميز السنوات X	السنوات
25	**−15730**	**3146**	**−5**	**2000**
9	**−11811**	**3937**	**−3**	**2001**
1	**−3955**	**3955**	**−1**	**2002**
			0	
1	**3809**	**3809**	**1**	**2003**
9	**11727**	**3909**	**3**	**2004**
25	**25975**	**5195**	**5**	**2005**
$\sum X^2 = 70$	$\sum XY = 10015$	$\sum Y = 23951$	$\sum X = 0$	

نلاحظ أن الأنتقال من سنة الأساس الوسطية الى الاعلى أو الأسفل كان بمقدار رقمين لأن الوحدة الزمنية المحتسبة هي نصف سنة كما أشرنا الى ذلك سابقا. ولاستخراج معادلة الأتجاه العام الخطية نتبع الخطوات نفسها وكما يأتي:-

$$b = \frac{\sum XY}{\sum X^2} \Rightarrow b = \frac{10015}{70} = 143.1$$

$$a = \frac{\sum Y}{n} \Rightarrow \quad a = \frac{23951}{6} = 3991.8$$

اذ أن معادلة الأتجاه العام الخطية هي :-

$$\hat{Y} = 3991.8 + 143.1X$$

التنبؤ بقيمة الأنتاج الزراعي لعام 2008:-

$$\hat{Y}_{2008} = 3991.8 + 143.1(11)$$
$$\hat{Y}_{2008} = 3991.8 + 1574.1$$
$$\hat{Y}_{2008} = 5565.9$$

عليه تكون قيمة الأنتاج الزراعي المتوقعة لعام 2008 هي 5565.9 مليون دينار.

تغيير معادلات الأتجاه العام :

يمكن تغيير معادلات الأتجاه العام وذلك بتغيير موقع نقطة الأصل أي سنة الأساس ويتم ذلك كما يأتي:-

1- **تغيير سنة الأساس:**

نستطيع تغيير سنة الأساس أو نقطة الأصل وذلك بتغيير الثابت a مع بقاء معامل الأنحدار b ثابتا ، ويتم هذا بحساب قيمة المتغير الأتجاهية للسنة الجديدة وعدها تساوي a الجديدة لأن عندها يكون المتغير المستقل X يساوي صفرا.

باستخدام بيانات المثال رقم (6) والمعادلة التي تم الحصول عليها وهي:

$$\hat{Y} = 5 + 1.3X$$

ولما كانت سنة الأساس هي 1997 ، نغير سنة الأساس لتصبح سنة 1995 ثم نحسب القيمة الأتجاهية لسنة 1995 وهي:

$$\hat{Y}_{1995} = 5 + 1.3(-2)$$
$$= 5 - 2.6$$
$$= 2.4$$

تصبح معادلة الأتجاه العام الجديدة :

$$\hat{Y} = 2.4 + 1.3X$$

اذ أن قيمة X في سنة 1995 تساوي صفرا.

2- تغيير المعادلة من سنوية الى شهرية أو ربع سنوية:

نستطيع أن نحول المعادلة من سنوية الى شهرية أو ربع سنوية أو نصف سنوية وبالعكس. فاذا كانت معادلة الأتجاه العام سنوية ونريد تحويلها الى ربع سنوية نقوم بقسمة حدود المعادلة جميعها على 4 بما في ذلك المتغير التابع Y والمتغير المستقل X والثابت a والمعامل b. فاذا كانت لدينا معادلة الأتجاه العام السنوية الآتية

$$Y = a + bX$$

فأن المعادلة ربع السنوية هي :

$$\frac{Y}{4} = \frac{a}{4} + \frac{b}{4} * \frac{X}{4}$$

والسؤال هنا لماذا نقسم كل من b و X على 4 ؟

والجواب هو أننا قسما a على 4 فتصبح لدينا قيمة ثابتة جديدة لبيانات ربع سنوية. واذا قسمنا b على 4 تصبح لدينا زيادة ربع سنوية في متغير سنوي وهو X ولهذا كان لابد من قسمة X هي الاخرى على 4 لتصبح متغيرا ربع سنوي وهكذا تصبح b الجديدة زيادة ربع سنوية في متغير ربع سنوي.

وللمعادلة نفسها في المثال رقم (6) وهي $\hat{Y} = 5 + 1.3X$ يمكن تحويلها الى معادلة ربع سنوية وكما يأتي:

$$\frac{\hat{Y}}{4} = \frac{5}{4} + \frac{1.3}{4} * \frac{X}{4}$$

$$\frac{\hat{Y}}{4} = Z = 1.25 + 0.325\frac{X}{4}$$

$$Z = 1.25 + 0.325W$$

اذ أن W تساوي $\frac{X}{4}$. وهنا القيمة (0.325) تمثل الزيادة ربع السنوية في المتغير W ربع السنوي.

ولتحويل المعادلة السنوية الى معادلة شهرية نقسم حدود المعادلة جميعها على 12 وكما يأتي:-

$$\frac{\hat{Y}}{12} = \frac{5}{12} + \frac{1.3}{12} * \frac{X}{12}$$

$$Z = 0.42 + 0.11W$$

اذ أن $Z = \frac{\hat{Y}}{12}$ و $W = \frac{X}{12}$