

محاضرات في مادة الإحصاء الزراعي

د. نجلاء صلاح مدلول السامرائي

المرحلة الثالثة/ اقتصاد

طرائق تحديد واكتشاف مركبات السلسلة الزمنية

لتحديد واكتشاف مركبات السلسلة الزمنية يمكن اللجوء الى طريقتين ، تتمثل الأولى باستعمال الاشكال والعروض البيانية ، في حين تتمثل الثانية في استعمال الطريقة التحليلية من خلال الاختبارات الاحصائية.

1- **الطريقة البيانية:-** أن استعمال الطريقة البيانية لتحديد مركبات السلسلة الزمنية يتطلب دقة كبيرة في عرض بيانات السلسلة الزمنية وذلك نظرا للصعوبة الكبيرة التي يواجهها الباحث في كشف مركباتها في كثير من الحالات، وبصفة عامة اذا كان اتجاه السلسلة الزمنية نحو الاعلى أو نحو الاسفل مع أنظام وتقارب في ذبذباتها يمكن القول أن شكل السلسلة الزمنية تجميعي متزايد أو متناقص وأن الأنموذج الموافق لهذا الشكل هو:-

$$Y_t = X_t + S_t + e_t \quad \text{أو} \quad Y_t = a + b_t + S_t + e_t$$

اذ أن:-

Y_t = المتغير التابع أو الظاهرة المدروسة ، $X_t = a + b_t$ = مركبة الاتجاه العام ، S_t = المركبة الفصلية أو الموسمية ، e_t = المركبة العشوائية

أما اذا كانت تذبذبات أو تغيرات السلسلة الزمنية في تزايد مع الزمن فيمكن القول أن شكل السلسلة الزمنية هو شكل مضاعف ويكتب أنموذج السلسلة الزمنية في هذه الحالة بالشكل الآتي:-

$$Y_t = X_t \times S_t \times e_t \quad \text{أو} \quad Y_t = X_t \times S_t \times (1 + e_t)$$

غير أنه يصعب تحديد وكشف مركبات السلسلة الزمنية عن طريق العرض البياني ما عدا المركبة الموسمية التي تظهر جليا بالعين المجردة.

2- **الطريقة التحليلية لتحديد وكشف مركبات السلسلة الزمنية:** نظرا لعدم وضوح الطريقة البيانية ، يتم اللجوء الى الطريقة التحليلية لكشف مركبات السلسلة الزمنية وتتمثل بالاختبارات الاحصائية الحرة وغير الحرة. وطالما أن الحديث هنا عن مركبة الاتجاه العام سيتم أولا تحديد واكتشاف مركبة الاتجاه العام ، ونؤجل الحديث عن طرائق اكتشاف المركبات الاخرى عند تناولها في الصفحات القادمة.

تحديد واكتشاف مركبة الاتجاه العام//

للكشف عن هذه المركبة نستعمل بعض الاختبارات الاحصائية المهمة:-

محاضرات في مادة الإحصاء الزراعي

د. نجلاء صلاح مدلول السامرائي

المرحلة الثالثة/ اقتصاد

1- طريقة الاختبارات الحرة (اللامعلمية): *Non parametric tests method*

تستعمل هذه الطريقة للكشف عن مركبة الاتجاه العام أن وجدت وسميت بالاختبارات الحرة أو اللامعلمية نظرا لأن المتغير العشوائي (e_t) لا يخضع لأي توزيع احتمالي علما أنه من بين فرضيات الأنموذج الأنداري البسيط أن المتغير العشوائي يخضع للتوزيع الطبيعي: $e_t \sim N(0, \sigma^2)$. ومن بين الاختبارات الحرة اختبار تعاقب الاشارات ويستعمل للكشف عن مدى عشوائية السلسلة الزمنية ويدعى باختبار العشوائية. فاذا كانت السلسلة الزمنية عشوائية معنى ذلك أنه لا توجد مركبة الاتجاه العام والعكس صحيح.

ونظرا لبساطة هذا الاختبار سيتم الاكتفاء باحد الاختبارات المهمة وهو اختبار معامل الارتباط الرتبي:-

اختبار معامل الارتباط الرتبي للكشف عن مركبة الاتجاه العام//

يعد هذا الاختبار من افضل الاختبارات الاحصائية الحرة لذا سيتم التركيز عليه في الكشف عن مركبة الاتجاه العام ولتطبيق هذا الاختبار نتبع الخطوات الآتية:-

1- وضع رتب لقيم السلسلة (R_t) من اصغر قيمة الى اكبر قيمة.

2- حساب معامل الارتباط الرتبي بين عنصر الزمن (T) ورتب قيم السلسلة الزمنية (R_t)

وحسب علاقة سيرمان نكتب علاقة معامل الارتباط الرتبي بالشكل:-

$$r = 1 - \frac{6 \sum d_t^2}{n(n^2 - 1)}$$

اذ أن $d_t = T - R_t$

3- نقارن بين القيمة المحسوبة لمعامل الارتباط الرتبي والقيمة الجدولية للمعامل نفسه، فاذا

كانت القيمة المحسوبة اكبر من القيمة الجدولية فأنا نقول أن السلسلة الزمنية تحتوي على

مركبة الاتجاه العام فضلا عن المركبة العشوائية. واذا كانت القيمة المحسوبة اقل من القيمة

الجدولية فإن هذا يدل على عدم وجود مركبة الاتجاه العام في السلسلة الزمنية.

ملاحظة:- لتطبيق هذا الاختبار لابد من أن نفرق بين حالتين:-

أ - حالة العينات الصغيرة ($n \leq 30$)، فاذا كانت القيمة المحسوبة اكبر من القيمة

الجدولية فإن السلسلة تحتوي على مركبة اتجاه عام، واذا كانت القيمة المحسوبة

اصغر من الجدولية فان السلسلة الزمنية لا تحتوي على اتجاه عام: $|r| \geq r_{\alpha/2}$.

محاضرات في مادة الإحصاء الزراعي

د. نجلاء صلاح مدلول السامرائي

المرحلة الثالثة/ اقتصاد

ب- حالة العينات الكبيرة $(n) > 30$ اذ أن $|t| > t_{\alpha/2}$ وفي هذه الحالة تحتوي السلسلة

الزمنية على مركبة الاتجاه العام علما أن :- $t = \frac{r - \mu_r}{SDr}$ وفي حالة $\mu = 0$ فإن

$$t = \frac{r}{SDr} = r\sqrt{n-1} \text{ because } SDr = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \text{ :-}$$

مثال (8) // لتكن لدينا السلسلة الزمنية الآتية ، ويراد فحصها للتأكد من وجود مركبة الاتجاه العام من

عدمه باستعمال معامل الارتباط الرتبي عند مستوى معنوية 5% :-

T	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Y	20	28	22	34	19	39	25	44	21	49	33	55	23	60	37	66	24	71	42	76

لتطبيق هذا الاختبار نتبع الخطوات الآتية:-

1- وضع رتب لقيم السلسلة (R_i) من أصغر قيمة الى أكبر قيمة.

2- حساب معامل الارتباط الرتبي بين عنصري الزمن (T) ورتب قيم السلسلة الزمنية (R_i)

ونستعمل الجدول الآتي لمختلف العمليات الحسابية:-

(T)	Y	(R_i)	d_i	d_i^2
1	20	2	-1	1
2	28	8	-6	36
3	22	4	-1	1
4	34	10	-6	36
5	19	1	4	16
6	39	12	-6	36
7	25	7	0	0
8	44	14	-6	36
9	21	3	6	36
10	49	15	-5	25
11	33	9	2	4
12	55	16	-4	16
13	23	5	8	64
14	60	17	-3	9
15	37	11	4	16
16	66	18	-2	4
17	24	6	11	121
18	71	19	-1	1
19	42	13	6	36

محاضرات في مادة الإحصاء الزراعي

د. نجلاء صلاح مدلول السامرائي

المرحلة الثالثة/ اقتصاد

20	76	20	0	0
----	----	----	---	---

3- تطبيق علاقة معامل الارتباط الرتبي المحسوبة لهذا المعامل:-

$$r = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)} \Rightarrow r = 1 - \frac{6(491)}{20(20^2 - 1)} \Rightarrow r = 1 - 0.369 = 0.6308$$

4- تحديد القيمة الجدولية لمعامل الارتباط الرتبي من جدول سبيرمان حسب حجم العينة ومستوى المعنوية .

ويقصد بحجم العينة في هذه الحالة عدد قيم المتغير التابع او عدد الفترات. وفي هذا المثال $n = 20$

ومستوى المعنوية $\alpha = 0.05$ ، ومن جدول سبيرمان نجد $r_{\alpha/2} = r_{2.5\%} = 0.4456$

ونلاحظ أن القيمة المحسوبة اكبر من القيمة الجدولية أي أن:- $|r| \geq r_{\alpha/2} \leftarrow 0.6308 > 0.4456$

ومن ثم فإن السلسلة الزمنية تحتوي على مركبة اتجاه عام فضلا عن المركبة العشوائية.

تخليص الظاهرة من أثر الاتجاه العام:

لتخليص الظاهرة من أثر الاتجاه العام نفترض المثال الآتي:-

مثال رقم (9):

البيانات الآتية تمثل ارباح إحدى الشركات الزراعية، المطلوب:-

1- تقدير معادلة الاتجاه العام.

2- تقدير ارباح عام 1997.

3- تخليص ارباح عامي 1991 و 1994 من أثر الاتجاه العام.

السنة	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994
الارباح	91	102	111	121	123	131	140

الحل:

نقدر معادلة الاتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى وكما يأتي:-

السنة	الارباح Y	ترميز السنوات	XY	X ²
-------	-----------	---------------	----	----------------

محاضرات في مادة الإحصاء الزراعي
 د. نجلاء صلاح مدلول السامرائي
 المرحلة الثالثة/ اقتصاد

1988	91	-3	-273	9
1989	102	-2	-204	4
1990	111	-1	-111	1
1991	121	0	0	0
1992	123	1	123	1
1993	131	2	262	4
1994	140	3	420	9
المجموع	819	0	217	28

1- تقدير معادلة الاتجاه العام:-

$$b = \frac{\sum XY}{\sum X^2} = \frac{217}{28} = 7.75$$

$$a = \bar{Y} = 117$$

معادلة الاتجاه العام هي: $\hat{Y} = 117 + 7.75 X$

1- تقدير أرباح الشركة في عام 1997:

$$\begin{aligned} \hat{Y}_{1997} &= 117 + 7.75(6) \\ &= 163.5 \end{aligned}$$

اذن تكون قيم ارباح الشركة في عام 1997 تساوي 163.5 الف دولار.

2- تخلص ارباح عام 1991 من أثر الاتجاه العام:

نستخرج دالة الاتجاه العام لعام 1991 وهي:

$$\hat{Y}_{1991} = 117 + 7.75(0) = 117$$

تخلص الارباح من أثر الاتجاه العام = (الارباح الحقيقية في عام 1991 ÷ القيمة الاتجاهية في عام 1991) × 100

$$\frac{121}{117} \times 100 = 103.4$$

محاضرات في مادة الإحصاء الزراعي
د. نجلاء صلاح مدلول السامرائي
المرحلة الثالثة/ اقتصاد

3- تخلص ارباح عام 1994 من أثر الاتجاه العام:

نستخرج دالة الاتجاه العام في عام 1994 كما الحالة في اعلاه

$$\hat{Y}_{1994} = 117 + 7.75(3) = 140.25$$

تخلص الارباح من أثر الاتجاه العام = (الارباح الحقيقية في عام 1994 ÷ القيمة الأتجاهية في عام 1994) × 100

$$\frac{140}{140.25} \times 100 = 99.8$$

ثانياً:- الاتجاه غير الخطي *Non Linear Trends*

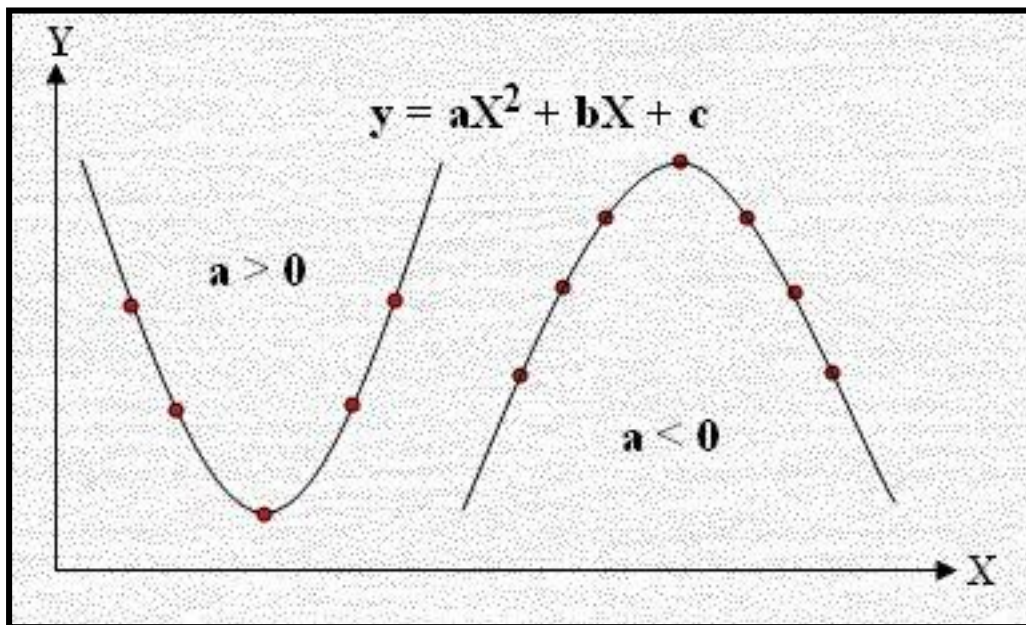
عرضنا سابقا الاتجاه الخطي وصورته $Y = a + bX$ وقد يكون وصف التغيرات في السلسلة لايمكن معه استخدام المعادلة الخطية ولاسيما لتلك السلسلة ذات الامد الطويل فتكون المعادلة غير الخطية افضل لقياس منحنى الاتجاه العام T ، وتوجد طرائق عدة لقياس أثر الاتجاه العام في حالة الاتجاه غير الخطي ومن بينها معادلة الاتجاه التربيعية (القطع المكافئ) (معادلة الدرجة الثانية) وهناك معادلة الاتجاه الاسي واخرى.

1- معادلات الاتجاه التربيعي *Quadratic Trend Equations*

تأخذ معادلة الاتجاه التربيعي شكل القطع المكافئ شأنها في ذلك شأن معادلة الأنحدار التربيعي وكما مبين في الشكل البياني (مفتوح من اعلى أو من اسفل) أو مفتوح من جهة اليمين أو جهة اليسار ومعادلته هي:-

$$\hat{Y} = a + bX + cX^2$$

محاضرات في مادة الإحصاء الزراعي
 د. نجلاء صلاح مدلول السامرائي
 المرحلة الثالثة/ اقتصاد



شكل (10) الشكل البياني للمعادلة التربيعية

وأن $X = t - \bar{t}$ وعند وضعها في المعادلة اعلاه نحصل على

$$\hat{Y} = a + b(t - \bar{t}) + c(t - \bar{t})^2$$

وتحسب قيم الثوابت a و b و c بطريقة المربعات الصغرى فبأجراء عملية الجمع المتكررة للمعادلة

$$\hat{Y} = a + bX + cX^2 \text{ نحصل على المعادلات الثلاث الآتية:-}$$

$$\sum Y = na + b\sum X + c\sum X^2$$

$$\sum XY = a\sum X + b\sum X^2 + c\sum X^3$$

$$\sum X^2Y = a\sum X^2 + b\sum X^3 + c\sum X^4$$

بحل هذه المعادلات بالطرائق الرياضية أو الحاسوب نحصل على قيم الثوابت وإذا أخذنا قيم X

مجموعها يساوي صفرا أي $\sum X = 0$ فإن $\sum X^3 = 0$ وتكون قيم الثوابت للمعادلات الآتية:-

$$\sum Y = na + c\sum X^2$$

$$\sum XY = b\sum X^2 + c\sum X^3$$

$$\sum X^2Y = a\sum X^2 + c\sum X^4$$

هي:-

محاضرات في مادة الإحصاء الزراعي

د. نجلاء صلاح مدلول السامرائي

المرحلة الثالثة/ اقتصاد

$$a = \frac{\sum X^4 \sum Y - \sum X^2 \sum (X^2 Y)}{n \sum X^4 - (\sum X^2)^2}$$

$$b = \frac{\sum (XY)}{\sum X^2}$$

$$c = \frac{n \sum (X^2 Y) - \sum X^2 \sum Y}{n \sum X^4 - (\sum X^2)^2}$$

مثال رقم 10:

الجدول الآتي يبين الكميات المباعة من سلعة معينة (بالطن) خلال المدة (1991-1999). جد

معادلة الاتجاه التربيعي ومثلها بيانياً.

السنة	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
الكميات المباعة	85	88	89	94	93	94	95	94	98

الحل:-

نكون جدول للبيانات المطلوبة لأيجاد قيم a و b و c وهو كالآتي:-

السنة	X	Y	X ²	X ⁴	XY	X ² Y
1991	-4	85	16	256	-340	1360
1992	-3	88	9	81	-264	792
1993	-2	89	4	16	-178	356
1994	-1	94	1	1	-94	94
1995	0	93	0	0	0	0
1996	1	94	1	1	94	94
1997	2	95	4	16	190	380
1998	3	94	9	81	282	846
1999	4	98	16	256	392	1568
Total	0	830	60	708	82	5490

محاضرات في مادة الإحصاء الزراعي
المرحلة الثالثة/ اقتصاد

د. نجلاء صلاح مدلول السامرائي

بتطبيق الصيغ السابقة نجد أن:-

$$a = \frac{(708)(830) - (60)(5490)}{(9)(708) - (60)^2} = \frac{258240}{2772} = 93.16$$

$$b = \frac{82}{60} = 1.37$$

$$c = \frac{(9)(5490) - (60)(83)}{(9)(708) - (60)^2} = \frac{-390}{2772} = -0.14$$

اذن معادلة الاتجاه التربيعي هي :-

$$\hat{Y} = 93.16 + 1.37X - 0.14X^2$$

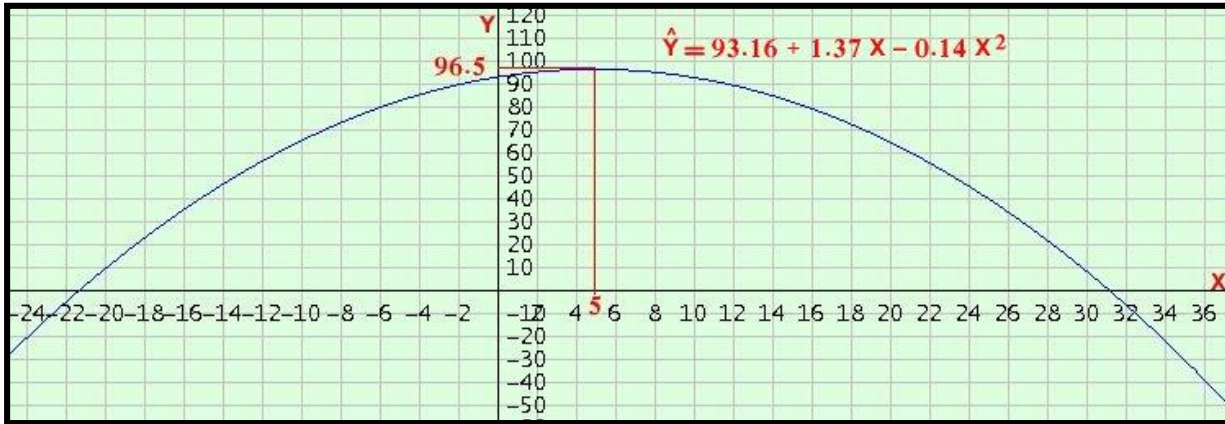
والتمثيل البياني لهذه المعادلة في صورتها العامة كالآتي مع أن رأس القطع تقريبا هو (5, 96.5)

$$5 \approx 4.89 = ((0.14 \times 2) \div 1.37) -$$

وبالتعويض في المعادلة نجد أن قيمة الاحداثي الصادي =

$$96.5 = (25 \times 0.14) - [(5 \times 1.37) + 93.16]$$

اذن رأس القطع (5, 96.5)



شكل (11). التمثيل البياني للمعادلة التربيعية $\hat{Y} = 93.16 + 1.37X - 0.14X^2$

لمعرفة القيم الاتجاهية نتبع الآتي :-

لسنة 1991

محاضرات في مادة الإحصاء الزراعي

د. نجلاء صلاح مدلول السامرائي

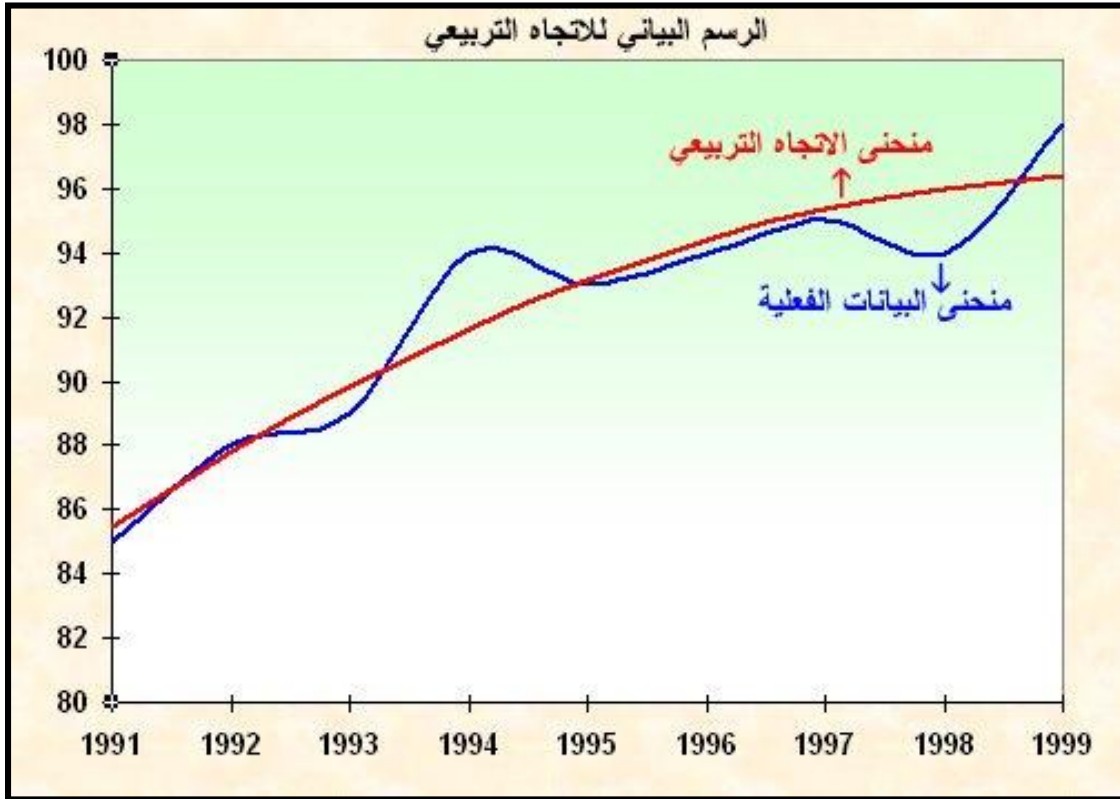
المرحلة الثالثة/ اقتصاد

$$\begin{aligned}\hat{Y} &= [93.16 + 1.37(1991 - 1995)] - [0.14(1991 - 1995)^2] \\ &= [93.16 + (1.37 \times (-4))] - [0.14 \times (-4)^2] \\ &= [93.16 - 5.48] - [2.24] \\ &= 85.44\end{aligned}$$

نكرر التعويض عن كل سنة من سنوات السلسلة الزمنية (1995-1991) والقيم الناتجة (لاحظ الجدول ادناه) يمكن تمثيلها كما في الشكل البياني رقم (12) مع البيانات الفعلية:-

t	عنصر الأتجاه
1991	85.44
1992	89.79
1993	89.86
1994	91.65
1995	93.16
1996	94.39
1997	95.34
1998	96.34
1999	96.40

محاضرات في مادة الإحصاء الزراعي
د. نجلاء صلاح مدلول السامرائي
المرحلة الثالثة/ اقتصاد



شكل (12). الرسم البياني للاتجاه التربيعي

4- معادلات الاتجاه الأسي Exponential Trend Equations

يستخدم هذا النوع من المعادلات لقياس الاتجاهات ذات نسب التغير السنوي الثابتة وتستخدم المعادلة نصف اللوغاريتمية لبحث حالة الاتجاه كونه يزداد أو يتناقص بنسب مئوية ثابتة ويكون الاتجاه أسياً حال تبيان الاتجاه للسلسلة بخط مستقيم والصورة لمعادلة الاتجاه الأسي إذ t تمثل

السنة و \bar{t} متوسط السلسلة فإن $X = t - \bar{t}$ والمعادلة:-

$$Y_1 = d(1+i)^{(t-\bar{t})}$$

or

$$Y_1 = d(1+i)^X$$

وباخذ اللوغاريتم الطبيعي

$$\ln Y_1 = \ln d + X \ln(1+i)$$

محاضرات في مادة الإحصاء الزراعي
 د. نجلاء صلاح مدلول السامرائي
 المرحلة الثالثة/ اقتصاد

وهي معادلة لوغاريتمية خطية يمكن استخدام طريقة المربعات الصغرى للحصول على القيم $(1+i)$ و d من الصيغتين الآتيتين:-

$$\text{Ln } d = (\sum \text{Ln } Y) / n \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{Ln}(1+i) = (\sum X \text{Ln } Y) / \sum X^2 \dots \dots \dots (2)$$

مثال رقم (11):

سنستخدم بيانات المثال (10) المطلوب أيجاد الاتجاه الأسي والكميات المباعة المتوقعة لسنة 2007 ومثلها بيانياً.

السنة	X	Y	X ²	Ln Y	X Ln Y
1991	-4	85	16	4.4427	-17.7706
1992	-3	88	9	4.4773	-13.4320
1993	-2	89	4	4.4886	-8.9773
1994	-1	94	1	4.5433	-4.5433
1995	0	93	0	4.5326	0.0000
1996	1	94	1	4.5433	4.5433
1997	2	95	4	4.5539	9.1078
1998	3	94	9	4.5433	13.6299
1999	4	98	16	4.5850	18.3399
Total	0	830	60	40.710	0.8976

نستخدم الصيغ (1) و (2) اعلاه لحساب القيم المطلوبة

$$\begin{aligned} \text{Ln } d &= (\sum \text{Ln } Y) / n \\ &= 40.71 / 9 \\ &= 4.5233 \end{aligned}$$

$$d = 92.1392 \approx 92.14$$

$$\begin{aligned} \text{Ln}(1+i) &= (\sum X \text{Ln } Y) / \sum X^2 \\ &= 0.8976 / 60 \\ &= 0.015 \end{aligned}$$

محاضرات في مادة الإحصاء الزراعي

د. نجلاء صلاح مدلول السامرائي

المرحلة الثالثة/ اقتصاد

$$1 + i = 1.0151 \approx 1.02$$

$$i = 0.0151$$

معدل النمو السنوي $i = 0.0151$ أي النسبة المئوية للزيادة في الكميات المباعة هي

$$1.51\% = 100 \times 0.0151 \text{ ومعادلة الاتجاه الاسي هي: -}$$

$$Y_1 = d(1 + i)^{(t-\bar{t})}$$

$$Y_1 = 92.12(1.02)^{(t-1995)}$$

اذن الكميات المباعة المتوقعة لعام 2007

$$Y_1 = 92.12(1.02)^{(2007-1995)}$$

$$Y_1 = 92.12(1.02)^{12}$$

$$Y_1 = 92.12 \times 1.2682$$

$$Y_1 = 117$$

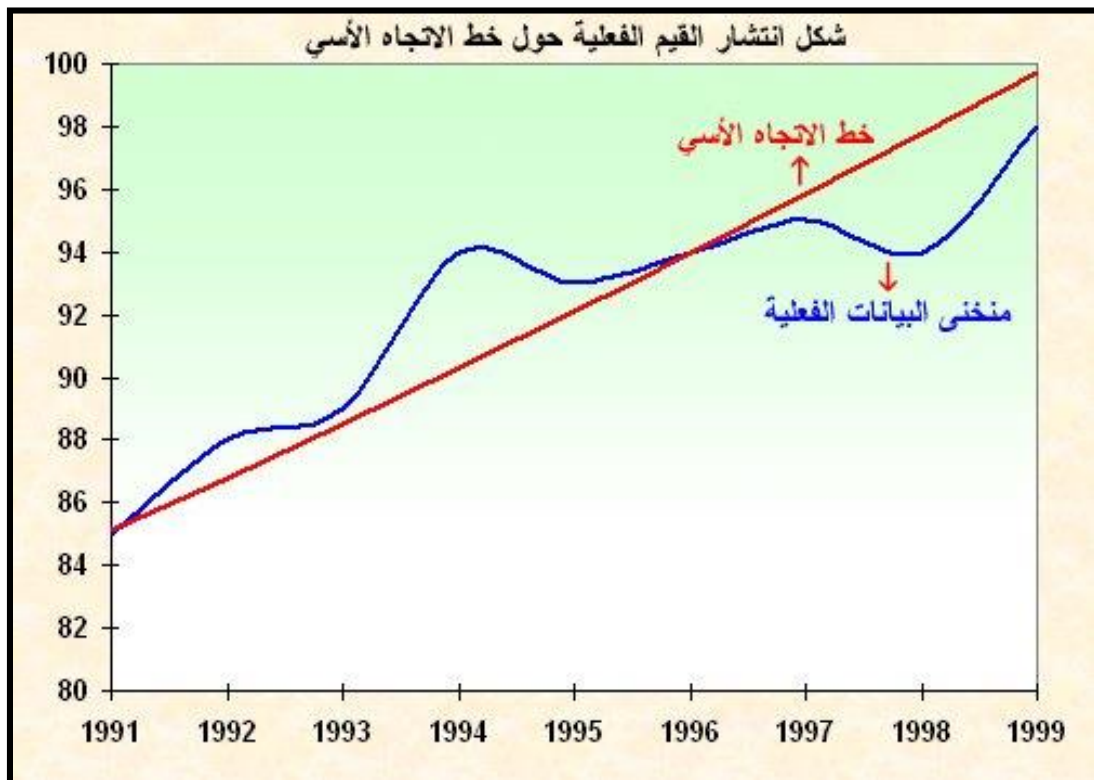
نكرر التعويض عن كل سنة t من سنوات السلسلة الزمنية (1991-1999) والقيم الناتجة قربت

لعدد صحيح (لاحظ الجدول ادناه) يمكن تمثيلها كما في الشكل الآتي (13) والذي يبين أنتشار القيم

الفعلية حول خط الاتجاه الأسّي.

t	عنصر الاتجاه
1991	85
1992	87
1993	89
1994	90
1995	92
1996	94
1997	96
1998	98
1999	100

محاضرات في مادة الإحصاء الزراعي
د. نجلاء صلاح مدلول السامرائي
المرحلة الثالثة/ اقتصاد



شكل (13) منحنى القيم الفعلية حول خط الاتجاه الاسي

معادلات الاتجاه الأخرى:

للمعلومات العامة نورد هنا أشكالاً أخرى لمعادلات الاتجاه يندر استخدامها فهي لا تستخدم إلا في الحالات التي يمكن ضبطها بما سبق ذكره من معادلات ومنها:-

1- دالة القوة **Power function**: وصورة معادلتها هي $\hat{Y} = aX^b$ يتم تحويلها لمعادلة

لوغاريتمية ومن ثم نستخدم طريقة المربعات الصغرى لحساب a و b والصيغ هي:-

$$\hat{Y} = aX^b$$

$$\text{Log}\hat{Y} = \text{Log}a + b\text{Log}X$$

$$\sum \text{Log}Y = n\text{Log}a + b\sum \text{Log}X$$

$$\sum \text{Log}X\text{Log}Y = \text{Log}a\sum \text{Log}X + b\sum (\text{Log}X)^2$$

2- طريقة منحنى **Gomperts**: عندما يكون اتجاه السلسلة مرتفعاً جداً أو منخفضاً جداً ،

والمعادلة هي $\hat{Y} = Ka^{bX}$ ويمكن وضعها بالشكل اللوغاريتمي:

محاضرات في مادة الإحصاء الزراعي
د. نجلاء صلاح مدلول السامرائي
المرحلة الثالثة/ اقتصاد

الانتاج	228	189	237	261	382	313	283	274	389
---------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

المصدر: وزارة التخطيط والتعاون الأنمائي، الجهاز المركزي للإحصاء وتكنولوجيا المعلومات.
المطلوب:- احسب مأيأتي:-

- 1- الأتجاه العام بطريقة المتوسطات النصفية .
- 2- معادلة الأتجاه التربيعي لبيانات السلسلة اعلاه ثم جد القيم الأتجاهية \hat{Y}
- 3- معادلة الأتجاه الاسي.

س3:- حول معادلات الأتجاه العام السنوية الى معادلات ربع سنوية وشهرية

$$\hat{Y} = 7.4 + 0.8 X \quad -1$$

$$\hat{Y} = 51 + 1.3 X \quad -2$$

$$\hat{Y} = 1.5 - 0.9 X \quad -3$$