



# الفصل الثالث

## الميل والمرونة

# Slope & Elasticity

يهدف هذا الفصل الى التعرف على:

- تعريف الميل في الاقتصاد
- المرونة
- مرونة الطلب السعرية
- مرونة الطلب التقاطعية
- مرونة الطلب الدخلية
- مرونة العرض

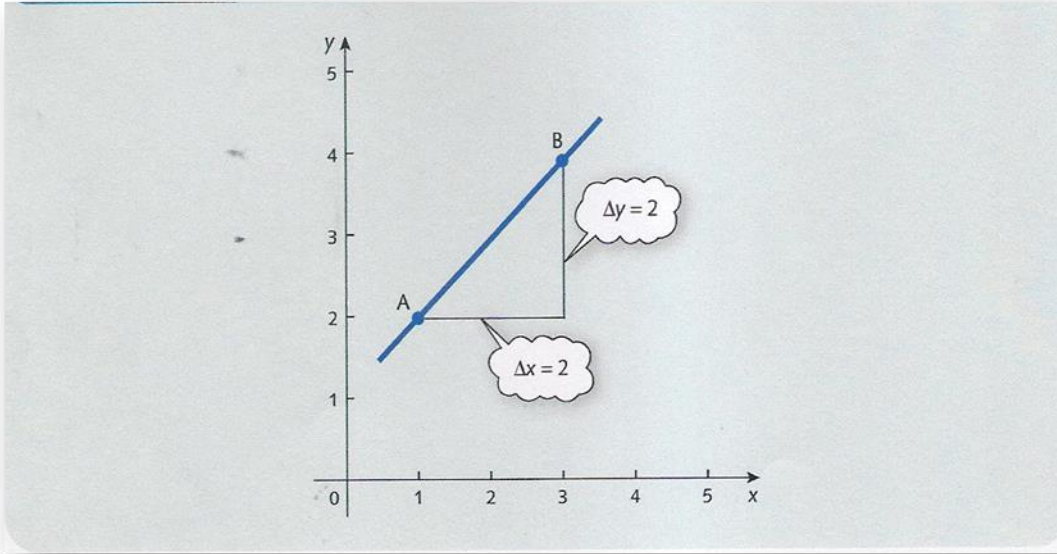
## الفصل الثالث الميل والمرونة *Slope & Elasticity*

### الميل *Slope* :

يعبر الميل عن التغير في قيمة متغير ما مثل  $y$  نتيجة التغير في قيمة متغير اخر مثل  $x$  بمقدار وحدة واحدة. وحقيقة الامر فانه ليس بالضرورة ان نحدد التغير في  $x$  بمقدار وحدة واحدة. بشكل عام فإن الميل *Slope* او درجة الميل او المنحدر *Gradient* للخط يمكن ان يؤخذ من التغير في قيمة  $y$  مقسوما على التغير المناظر له في  $x$  عند التحرك بين أي نقطتين على ذلك الخط. ويعبر عن التغير في  $y$  بالرمز اللاتيني  $\Delta y$  وعن التغير في  $x$  بالرمز  $\Delta x$  ، ورياضيا:-

$$Slope = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

تعبّر الاشكال البيانية الاتية عن الميل على وفق القيم المختلفة لكل من المتغيرين  $y$  و  $x$  وكما يأتي:-



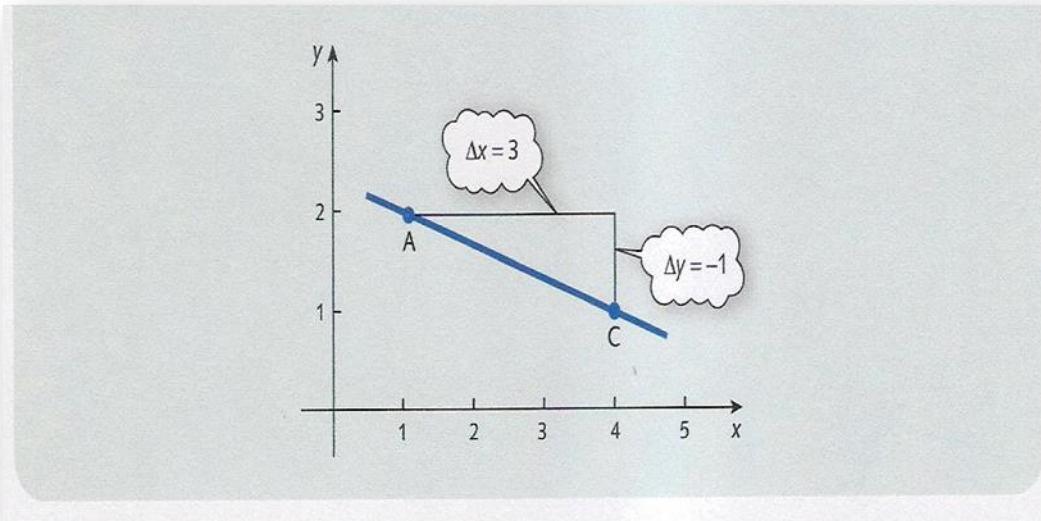
شكل (9) الميل بين النقطتين A و B موجب

لحساب الميل بين النقطتين A و B نتبع الاتي:-

$$Slope \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-2}{3-1} = \frac{2}{2} = 1$$

عند التحرك من A و B فإن الاحداثي y يتغير من 2 الى 4 ، الامر الذي يشير الى زيادة مقدارها وحدتين، والاحداثي x يتغير من 1 الى 3 بزيادة مقدارها وحدتين، وهذا يعني ان قيمة الميل تساوي 1.

أما الشكل البياني (10) فيشير الى وضع اخر للميل بين النقطتين A و C وكما ياتي:-



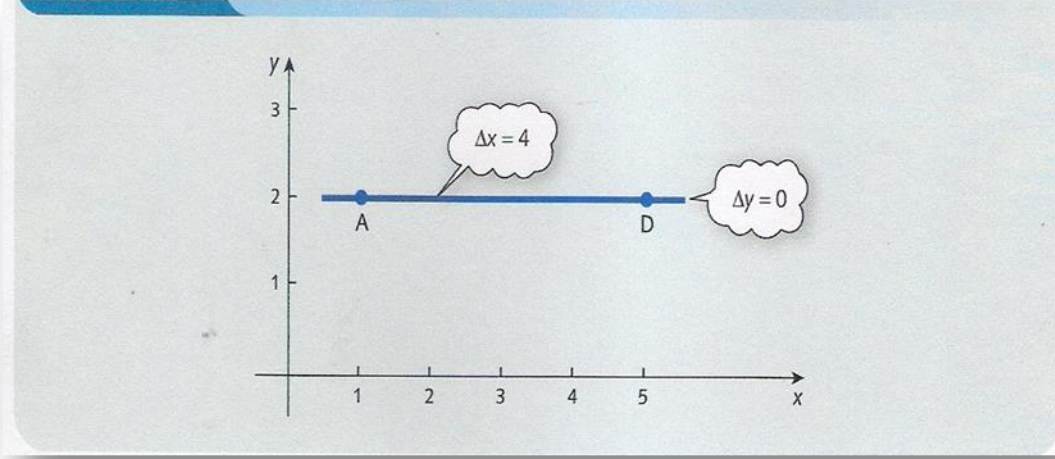
شكل (10) الميل بين النقطتين A و C سالب

$$Slope \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1-2}{4-1} = \frac{-1}{3} = -0.33$$

نلاحظ هنا ان التحرك من نقطة A الى نقطة C يتغير y من 2 الى 1 أي ينخفض بمقدار وحدة واحدة ، في حين يتغير x من 1 الى 4 بزيادة مقدارها 3 وحدات.

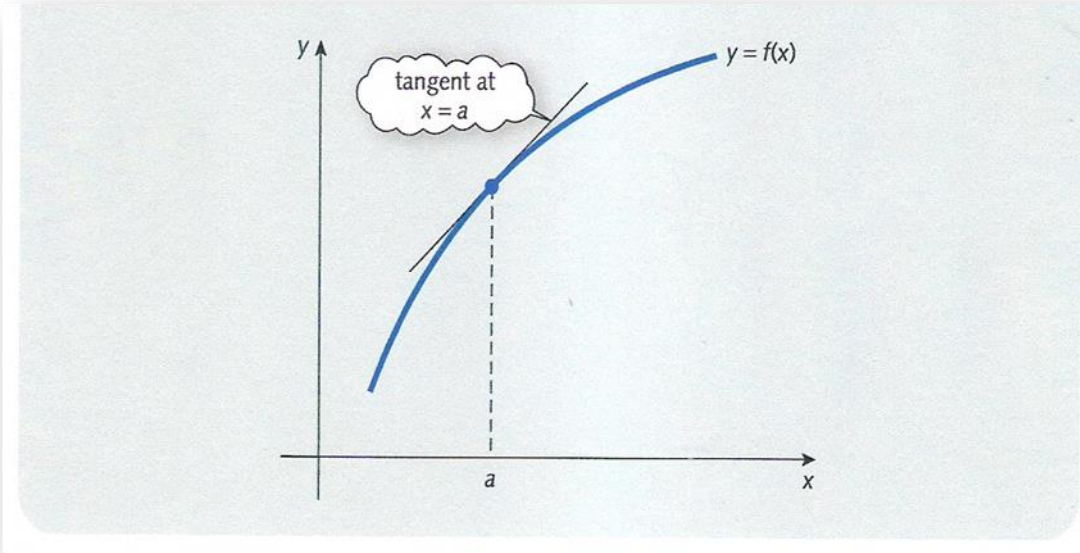
أما الشكل البياني (11) فيشير إلى أن الميل كان ثابتا لان التغير في  $y$  كان ثابتا في حين تغيرت  $x$  من 1 الى 5 وكما يأتي:-

$$\text{Slope} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2-2}{5-1} = \frac{0}{4} = 0$$



شكل (11) الميل بين النقطتين A و D ثابت=صفر

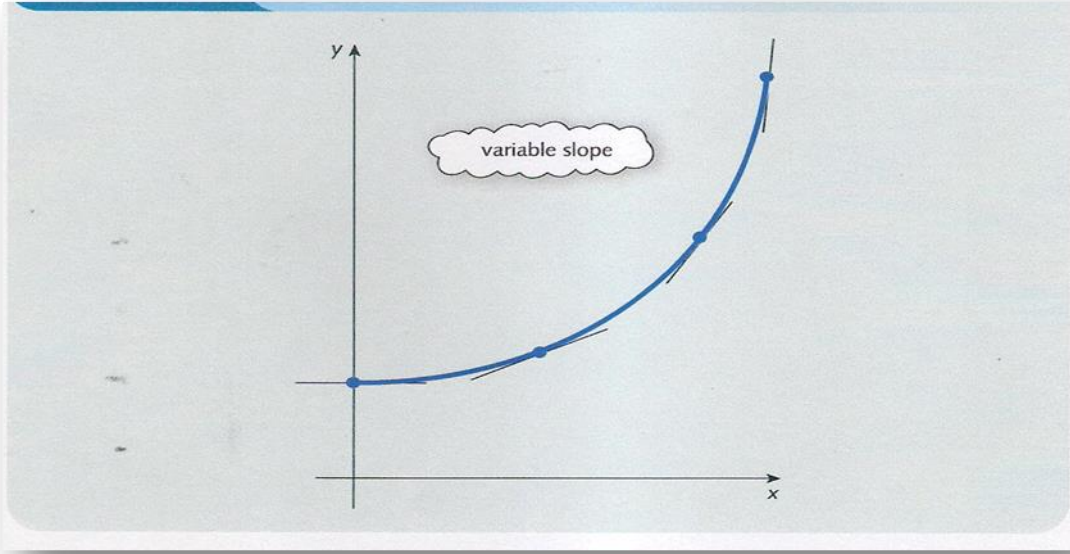
من خلال الامثلة السابقة نلاحظ ان الميل كان موجبا طالما كان الخط متجها الى الاعلى، وسالبا اذا كان الخط متجها نحو الاسفل ، في حين يكون الميل صفرا اذا كان الخط افقيا. ولسوء الحظ ليست كل الدوال الاقتصادية خطية ، ولهذا من الضروري ان نوسع مفهوم الميل حتى يشمل منحنيات اكثر ، ولكي نتوصل الى ذلك ينبغي التعريف بمفهوم ظل الزاوية (*Tangent*) والموضح بالشكل البياني الاتي:-



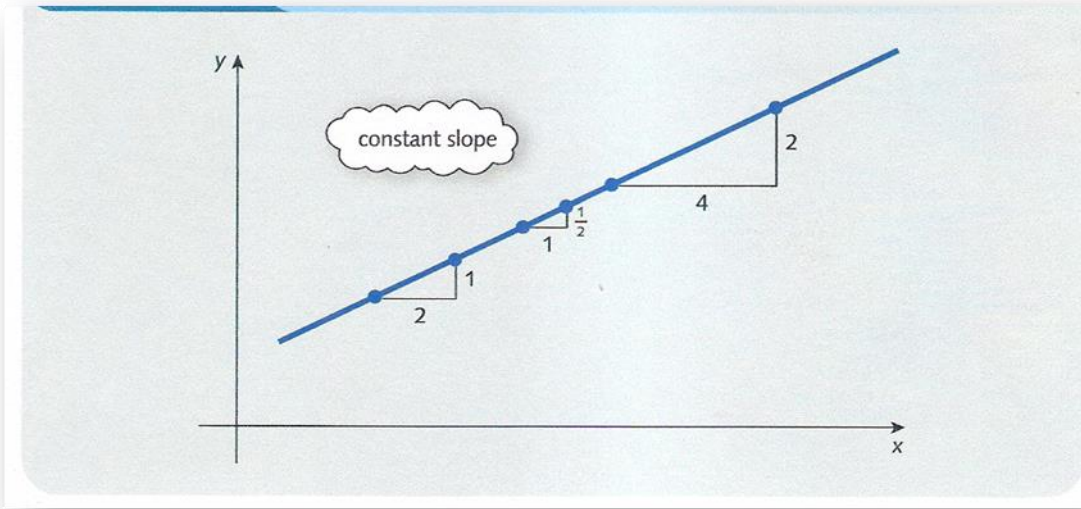
شكل (12) ظل الزاوية

يمثل الخط الذي يمر من خلال النقطة  $a$  على المنحني يمس المنحني عند تلك النقطة ويسمى عندئذ ظل الزاوية.

ان الميل او المنحدر للمنحنى عند  $x=a$  يعرف بظل الزاوية عند  $x=a$ . وتجدر الاشارة الى ان ظل الزاوية او الميل ، يمكن ان يكون متغيراً او ثابتاً كما في الاشكال البيانية الآتية:



شكل (13) الميل او ظل الزاوية المتغير



شكل (14) الميل او ظل الزاوية الثابت

يعبر الميل عن مشتقة الدالة او بشكل ادق عن المشتقة الاولى للدالة الرياضية ، وفي هذه الحالة يمكن التعبير عنه رياضياً :-

$$\frac{dy}{dx}$$

وكما يمكن كتابته باستخدام الرمز الرياضي  $f'$  والذي يشير الى المشتقة الاولى للدالة.

مثال (3.1): اكمل الجدول الاتي لقيم الدالة الاتية  $f(x)=x^2$

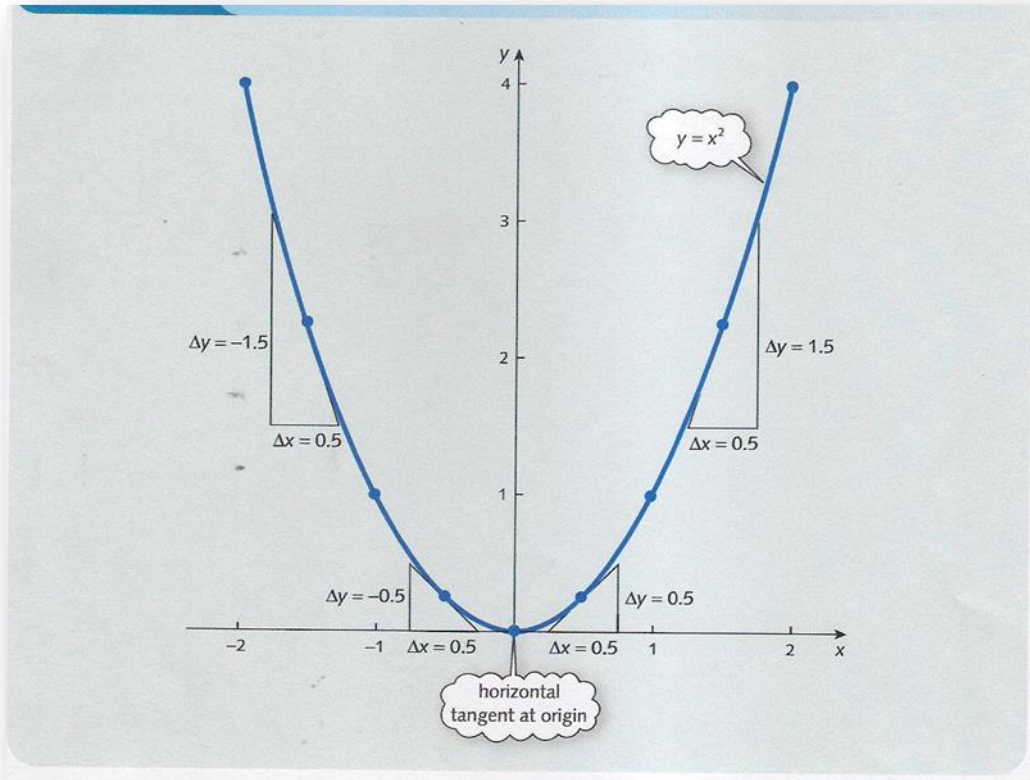
$x$	-2.0	-1.5	-1.0	-0.5	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0
-----	------	------	------	------	-----	-----	-----	-----	-----



$f(x)$									
--------	--	--	--	--	--	--	--	--	--

//الحل

$x$	-2.0	-1.5	-1.0	-0.5	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0
$f(x)$	4	2.25	1	0.25	0.0	0.25	1.0	2.25	4



شكل (15) التمثيل البياني للمثال (3.1)

من الرسم البياني نلاحظ الاتي:-

$$f'(-1.5) = \frac{-1.5}{0.5} = -3$$

$$f'(-0.5) = \frac{-0.5}{0.5} = -1$$

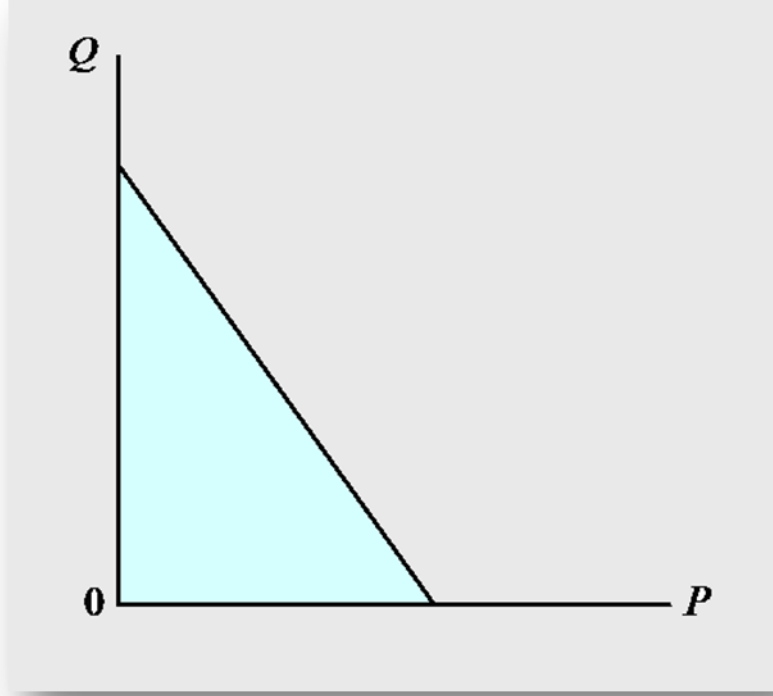
$$f'(0) = \frac{0}{0.5} = 0$$

$$f'(0.5) = \frac{0.5}{0.5} = 1$$

$$f'(1.5) = \frac{1.5}{0.5} = 3$$

## الميل في الاقتصاد //

تعرفنا على المعنى الرياضي للميل واشكاله البيانية وطريقة التوصل اليه ، وفي الاقتصاد ياخذ الميل حيزا كبيرا ، فمثلا لو اخذنا دالة الطلب  $Q=a-bF$  ، ورسمنا  $Q$  على المحور العمودي و  $P$  على المحور الافقي سيكون ميل الدالة  $Q=a-bF$  مساويا الى  $b$  لان زيادة وحدة واحدة في  $P$  تؤدي الى انخفاض  $Q$  بمقدار  $b$  من الوحدات وكما موضح بالشكل البياني الاتي:

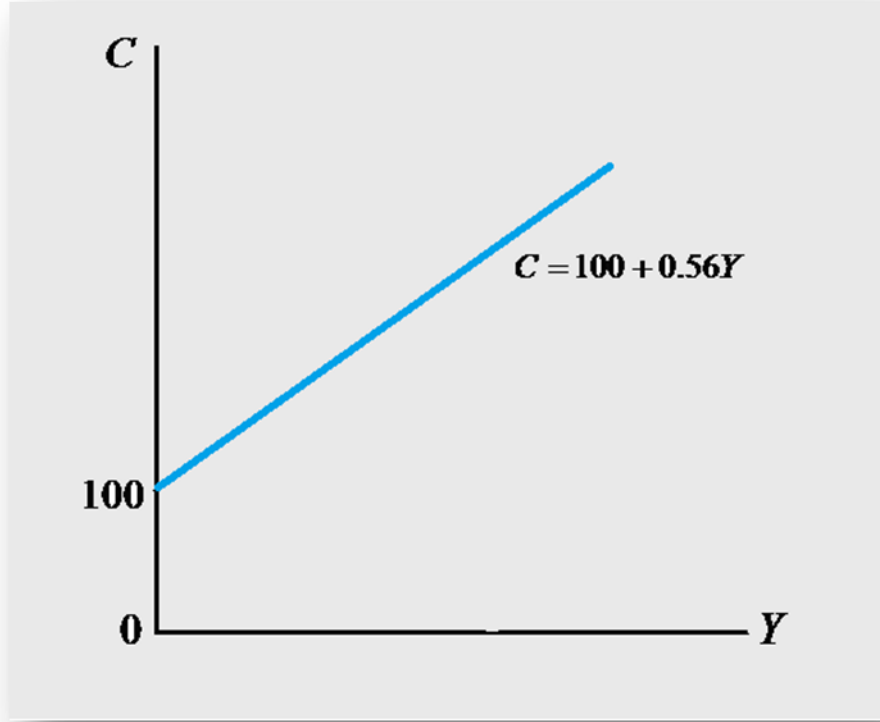


شكل (16) منحنى طلب خطي

نجد ان الميل في الشكل البياني (16) سالب لان ارتفاع السعر قد اقترن بانخفاض الكمية المطلوبة ، ويقال بان الكمية هي دالة متناقصة للسعر. فاذا كانت الدالة  $Q=a-bF$  ذات ميل سالب فيعني هذا ان  $b < 0$ .

اما لو اخذنا دالة الاستهلاك الخطية الاتية  $C=100+0.56Y$  ، نجد ان لهذه الدالة ميلا موجبا مقداره 0.56 يمثل زيادة الاستهلاك مع زيادة الدخل. وهكذا يقال بان الاستهلاك دالة متزايدة للدخل، فاذا كانت الدالة من الشكل  $C=\alpha+\beta Y$  فانها ذات ميل موجب ويعني هذا ان  $\beta$  يجب ان تكون موجبة او  $\beta > 0$  ويمكن توضيح ذلك بيانيا من الشكل (17):-





شكل (17) دالة استهلاك خطية  
 يبين ميل الرسم البياني للدالة كيفية تغير المتغير التابع عند تغير المتغير المستقل ، فاذا كانت دالة الاستهلاك كالآتي:-

$$C = \alpha + \beta Y$$

فاذا تغير  $Y$  بمقدار  $\Delta Y$  و  $C$  بمقدار  $\Delta C$  فان:-

$$C + \Delta C = \alpha + \beta(Y + \Delta Y)$$

وعندما نطرح  $C = \alpha + \beta Y$  من الدالة اعلاه نحصل على :-

$$\Delta C = \beta \Delta Y$$

وبالعودة الى دالة الاستهلاك الخطية السابقة وهي  $C = 100 + 0.56Y$  نجد الآتي:-

$$C = 100 + 0.56Y$$

$$C + \Delta C = 100 + 0.56(Y + \Delta Y)$$

$$\Delta C = 0.56 \Delta Y$$

$$\frac{\Delta C}{\Delta Y} = 0.56$$

ويبين  $\frac{\Delta C}{\Delta Y}$  نسبة تغير الاستهلاك استجابة لتغير الدخل ويسمى الميل الحدي للاستهلاك  $MP_C$ .

فاذا رسمنا دالة الاستهلاك مع  $Y$  على المحور الأفقي و  $C$  على المحور العمودي وكما في الشكل البياني (17) فإن  $MP_C$  هو ميلهما، وفي دالة الاستهلاك الخطية يكون  $MP_C$  ثابتاً ولا يعتمد على مقدار تغير الدخل  $\Delta Y$  او على مستوى الدخل  $Y$  الذي بدأ منه التغير، اما في دالة الاستهلاك غير الخطية (الانحنائية) فلا يكون  $MP_C$  ثابتاً بل يعتمد على كل من  $\Delta Y$  و  $Y$ .

**المرونة Elasticity :**

يقيس الميل الاستجابة الفعلية لاحد المتغيرات الناتجة عن تغير متغير آخر، في حين اذا اردنا المقارنة بين دوال مختلفة فيستوجب الامر الرجوع الى مقياس اخر غير الميل وبه نقارن بين التغيرات النسبية في كلا المتغيرين ، فإذا ازدادت اسعار السلعتين معا بنسبة 1% فباي نسبة مئوية تتغير الكمية المطلوبة او المعروضة منهما؟ ان مقارنة الميول لا يمكن ان توفر لنا هذه المعلومات إذ يعتمد ميل منحنى عرض او طلب أي سلعة على وحدات القياس المستخدمة ، وعليه يستوجب الامر الرجوع الى مقياس اخر وهو المرونة.

تعرف المرونة بانها مدى استجابة المتغير التابع للتغيرات في المتغير المستقل، ورياضيا تعرف بانها التغير النسبي في المتغير التابع مقسوما على التغير النسبي للمتغير المستقل، فاذا رمزنا بالرمز  $E$  فإن مرونة التابع  $Y$  بالنسبة للمتغير المستقل  $X$  هي:-

$$E_{Y/X} = \frac{\frac{\Delta Y}{Y}}{\frac{\Delta X}{X}} = \frac{\Delta Y}{Y} / \frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta Y}{\Delta X} * \frac{X}{Y}$$

ومن هذه العلاقة نجد انه يمكن حساب المرونة بين نقطتين حيث يكون الفرق بين فواصل وتراتب هذه النقاط  $\Delta Y, \Delta X$  ، كما يمكن حساب المرونة عند نقطة واحدة إذ اقتربت  $\Delta X$  الى الصفر وعندها تكون المرونة هي:-

$$E_{Y/X} = \frac{\partial Y}{\partial X} * \frac{X}{Y} = Y' * \frac{X}{Y}$$

مثال (3.2) لنفرض انه لدينا الدالة الآتية :  $Y=12+0.5X$  ، احسب المرونة بين النقطتين  $X=2$  و  $X=6$  ، ثم احسب المرونة عند النقطة  $X=2$  .

الحل

المرونة بين نقطتين:

$$\begin{aligned} E_{Y/X} &= \frac{\Delta Y}{\Delta X} * \frac{X}{Y} \\ X=2 &\Rightarrow Y=13 \\ X=6 &\Rightarrow Y=15 \\ \Delta X &= 6-2=4 \\ \Delta Y &= 15-13=2 \\ E_{Y/X} &= \frac{2}{4} * \frac{2}{13} = 0.077 \end{aligned}$$

المرونة عند نقطة واحدة  $X=2$  :

$$\begin{aligned} E_{Y/X} &= Y' * \frac{X}{Y} \\ &= 0.5 * \frac{2}{13} \\ &= 0.077 \end{aligned}$$

يتضح مما ذكرنا أنفا بان المرونة هي مقياس يعطي التغيرات في المتغير التابع مأخوذة بشكل مئوي عندما يتغير المتغير المستقل بنسبة 1% وعليه يمكن وصف المرونة كما يأتي:  
 $E=0-1$  : المتغير التابع عديم المرونة أي لا يستجيب لتغيرات المتغير المستقل.

2-  $0 < |E| < 1$ : المتغير التابع ضعيف المرونة أي التغيرات في التابع اقل من التغيرات في المتغير المستقل.

3-  $|E| = 1$ : المتغير التابع متكافئ المرونة أي ان المتغير التابع يتغير بتغير المتغير المستقل نفسه.

4-  $|E| > 1$ : المتغير التابع مرن حيث تكون التغيرات في المتغير التابع اكثر من التغيرات في المتغير المستقل.

5-  $|E| = \infty$ : المتغير التابع لانهايي المرونة.

مثال (3.3): لنفترض انه لدينا القيم الاتية لعدة متغيرات مستقلة  $X$  والقيم المقابلة للمتغير التابع  $Y$  في حالات مختلفة.  
الحالة (1):

$$X_1 = 100 \Rightarrow Y_1 = 200$$

$$X_2 = 101 \Rightarrow Y_2 = 200$$

$$\begin{aligned} E_{Y/X} &= \frac{\Delta Y}{\Delta X} * \frac{X}{Y} \\ &= \frac{200 - 200}{101 - 100} * \frac{100}{200} \\ &= \frac{0}{1} * \frac{100}{200} \end{aligned}$$

$$E_{Y/X} = 0$$

وتفسير النتيجة هنا : عندما تغير  $X$  بنسبة 1% كانت تغيرات  $Y$  بنسبة 0% ، عليه التابع عديم المرونة ( عديم الاستجابة أي انه لم يستجب للتغير في  $X$  )

الحالة (2):

$$X_1 = 100 \Rightarrow Y_1 = 200$$

$$X_2 = 101 \Rightarrow Y_2 = 202$$

$$\begin{aligned} E_{Y/X} &= \frac{202 - 200}{101 - 100} * \frac{100}{200} \\ E_{Y/X} &= \frac{2}{1} * (0.5) \Rightarrow 1 \end{aligned}$$

وهنا بتغير  $X$  بنسبة 1% تغير  $Y$  بنفس النسبة 1% أي ان استجابة المتغير التابع لتغير مساوي للتغير في المتغير المستقل  $X$ .

الحالة (3):

$$X_1 = 100 \Rightarrow Y_1 = 200$$

$$X_2 = 101 \Rightarrow Y_2 = 20$$

$$E_{Y/X} = \frac{1}{1} * \frac{100}{200} = 0.5$$

من الواضح ان تغير  $Y$  كان اقل من تغير  $X$  حيث بلغ تغير  $Y$  0.5% في حين كان تغير  $X$  = 1% ، عليه التابع قليل المرونة أي استجابته قليلة للتغير في المتغير المستقل.

الحالة (4):

$$X_1 = 100 \Rightarrow Y_1 = 200$$

$$X_2 = 101 \Rightarrow Y_2 = 208$$

$$E_{Y/X} = \frac{8}{1} * \frac{100}{200} = 4$$

وهنا نسبة التغير في  $Y$  تفوق التغير في  $X$  بكثير فنقول ان المتغير التابع مرن جداً.

بعد هذا التعريف الشامل للمرونة اصبح بالامكان تطبيقها على الدوال الاقتصادية حيث تختلف هذه الدوال عن بعضها بالمتغير التابع والمتغير المستقل مما يعطي للمرونة اسما مختلفة.

**1. مرونة الطلب السعرية  $Price Elasticity of Demand$  :** تعرف مرونة الطلب السعرية على انها:- التغير النسبي في الكمية المطلوبة مقسوما على التغير النسبي في سعر الكمية المطلوبة نفسها  
ورياضيا :-

مرونة الطلب السعرية = التغير النسبي في الكمية المطلوبة / التغير النسبي في السعر

$$E_d = \frac{\% \Delta Q_d}{\% \Delta P}$$

فاذا كانت دالة الطلب على النحو الاتي:-

$$Q = a + bP$$

$$Q + \Delta Q = a + b(P + \Delta P)$$

وبذلك فان:-

$$\Delta Q = b \Delta P$$

وان :-

$$b = \frac{\Delta Q}{\Delta P}$$

وإذ أن التغير النسبي في  $Q$  هو  $\frac{\Delta Q}{Q}$  ، كما ان التغير النسبي في  $P$  هو  $\frac{\Delta P}{P}$  لذلك فإن:

$$E_d = \frac{\Delta Q / Q}{\Delta P / P} = \frac{\Delta Q}{\Delta P} * \frac{P}{Q}$$

وبذلك لا يعتمد هذا على وحدات القياس التي استخدمت في قياس الاسعار او الكميات لاننا اذا استخدمنا وحدات اصغر كقياس الكميات بالباوندات بدلا من الاطنان ، مثلا فسوف يؤثر ذلك على  $\Delta Q$  بنسبة تأثيره نفسها على  $Q$  .

كما يمكن التوصل الى قانون المرونة المذكور باتباع الاتي:-  
التغير المئوي في السعر يمكن صياغته كالاتي:-

$$\frac{\Delta P}{P} \times 100$$

وكذلك الحال بالنسبة الى الكمية :-

$$\frac{\Delta Q}{Q} \times 100$$

وعليه فإن المرونة تساوي:-

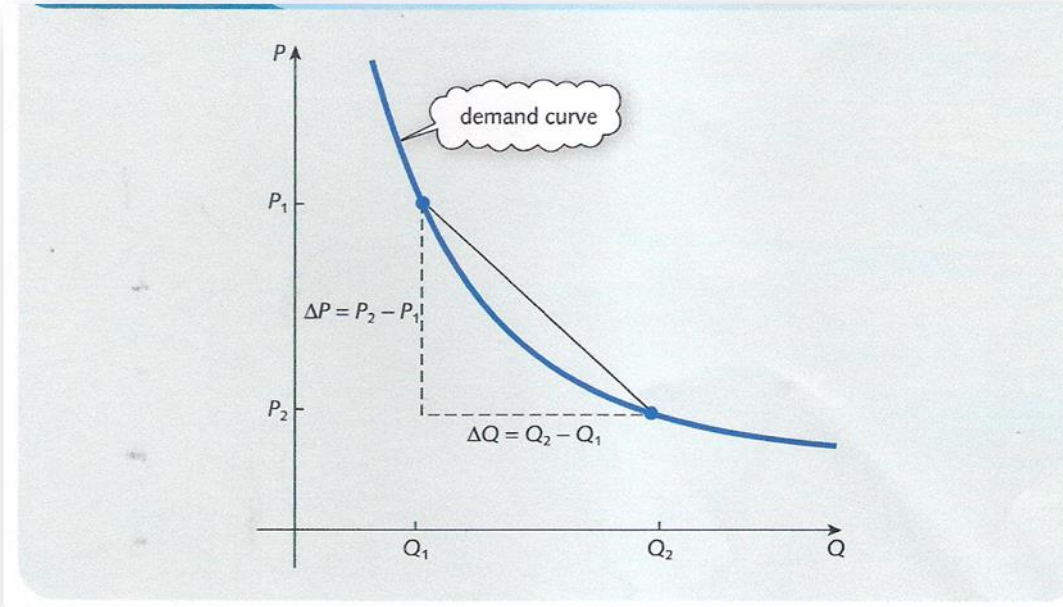
$$E = - \left( \frac{\Delta Q}{Q} \times 100 \right) \div \left( \frac{\Delta P}{P} \times 100 \right)$$

$$E = - \left( \frac{\Delta Q}{Q} \times 100 \right) \times \left( \frac{P}{100 \Delta P} \right)$$

بحذف 100 من القوسين نحصل على المرونة:-

$$E = - \frac{\Delta Q}{\Delta P} \times \frac{P}{Q}$$

ويشير الشكل البياني الاتي الى التمثيل البياني لمنحنى الطلب وفيه ينخفض السعر من  $P_1$  الى  $P_2$  ومؤديا الى زيادة الكمية من  $Q_1$  الى  $Q_2$ .

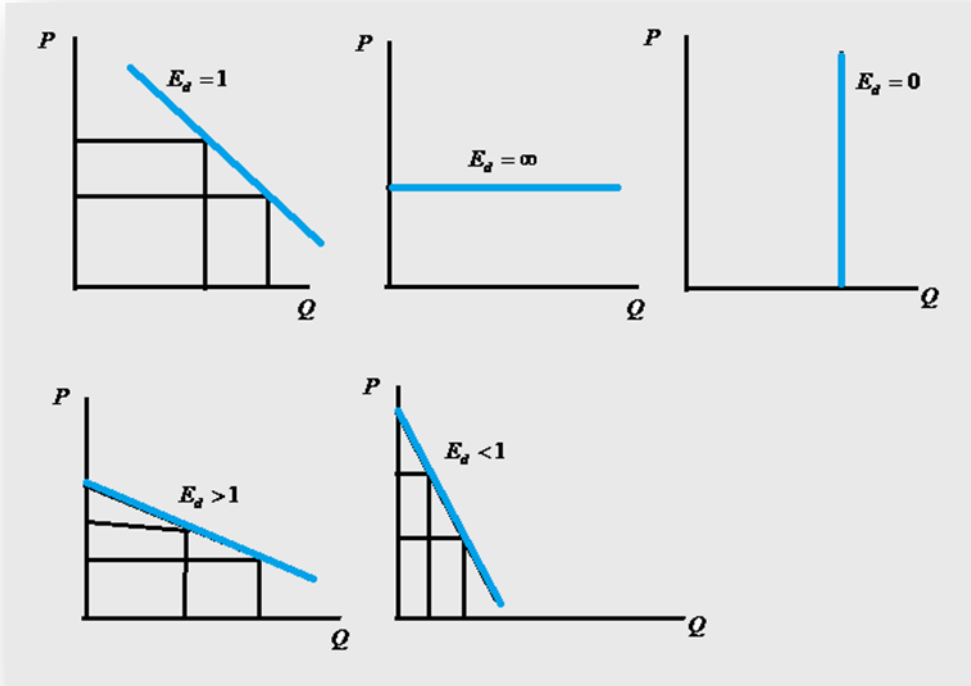


شكل (18) التغيرات في الاسعار والكميات

تجدر الاشارة الى انه طالما كانت العلاقة بين الاسعار والكميات المطلوبة هي علاقة عكسية ، لذا تكون مرونة الطلب السعرية في الحالات الاعتيادية ذات قيمة سالبة ولاتكون اشارتها موجبة الا في الحالات الاستثنائية حيث تكون السلعة موضوع البحث من السلع الرديئة (*Inferior Goods*) او سلع جيفن (*Giffen's Goods*). ولكي نتجنب القيمة السالبة فان العلامة (-) ستدخل المعادلة لايجاد قيمة المرونة وستكون المرونة اكبر من واحد عندما يكون الطلب مرنا ، واذا كانت المرونة اقل من واحد فان الطلب على السلعة غير مرن وهكذا وفيما يأتي الحالات المختلفة لمرونة الطلب رياضيا وبيانيا.

- 1- يكون الطلب مرنا تجاه التغير في السعر اذا كانت  $E_d > 1$
- 2- يكون الطلب غير مرن تجاه التغير في السعر اذا كانت  $E_d < 1$
- 3- يكون الطلب احادي المرونة تجاه التغير في السعر اذا كانت  $E_d = 1$
- 4- يكون الطلب لانهائي المرونة تجاه التغير في السعر اذا كانت  $E_d = \infty$

5- يكون الطلب عديم المرونة تجاه التغير في السعر اذا كانت  $E_d = 0$



شكل (19) الحالات المختلفة لمرونة الطلب

مثال (3.4): احسب مرونة الطلب السعرية عندما يكون  $P=2$  في دالة الطلب الاتية:  
 $P=25-0.5Q$

الحل

من معادلة الطلب  $P=25-0.5Q$  نجد ان :

$$Q = \frac{25}{0.5} - \frac{1}{0.5}P$$

$$Q = 50 - 2P$$

وعندما يكون  $P=2$  فان :

$$Q = 50 - 2(2) = 46$$

ولما كانت معادلة المرونة هي  $E_d = \frac{\partial Q}{\partial P} * \frac{P}{Q}$  ،

نجد قيمة  $\frac{\partial Q}{\partial P}$  وتساوي -2- و عليه فإن مرونة الطلب السعرية :-

$$E_d = -2 \left( \frac{2}{46} \right) = -0.09$$

مثال (3.5): اذا كانت دالة الطلب هي:

$$Q_d = -P^2 - 40P + 230$$

احسب التغير في الكمية المطلوبة اذا زاد السعر بمقدار وحدة واحدة عن السعر  $P=10$  ،  
 وقارن النتيجة بحساب التغير الفعلي في كمية الطلب.

//الحل

لحساب التغير في الكمية المطلوبة بالنسبة للتغير في السعر نجد المشتقة الاولى لدالة الطلب وكما يأتي:-

$$\frac{\partial Q_d}{\partial P} = f'(P) = -2P - 4C$$

ولقياس التغير في الكمية المطلوبة اذا زاد السعر بمقدار وحدة واحدة نعوض  $P=10$  في المشتقة وكما يأتي:-

$$f'(10) = -2(10) - 40 = -60$$

نلاحظ انه عند التعويض في مشتقة دالة الطلب باي سعر فإن التغير في الكمية المطلوبة سيكون سالبا وسبب ذلك معروف لوجود العلاقة العكسية بين السعر والكمية، كما سنلاحظ ان الكمية المطلوبة ستقل بمقدار 60 وحدة اذا تم رفع السعر بمقدار وحدة واحدة عن السعر الذي يساوي 10.

والان نقارن كمية الطلب عند السعر  $P=10$  وعند السعر  $P=11$  كما يأتي:-  
عندما  $P=10$  فإن كمية الطلب هي:

$$Q_d = -(10)^2 - 4(10) + 230 = 180$$

وعند زيادة السعر بمقدار وحدة واحدة أي  $P=11$  فان كمية الطلب هي :

$$Q_d = -(11)^2 - 4(11) + 230 = 173$$

نلاحظ ان الفرق بين السعرين هو 61- وحدة نقدية وهذا تقريبا يساوي المقدار الذي حصلنا عليه من التعويض بالمشتقة الاولى لدالة الطلب وهو 60-.

مثال (3.6): اذا كانت دالة الطلب على سلعة ما هي  $Q_d = 10 - \frac{1}{5}P$ . جد مرونة الطلب السعرية للطلب عندما يكون السعر 15 وحدة نقدية.  
الحل

$$\frac{\partial Q_d}{\partial P} = -\frac{1}{5}$$

الكمية المطلوبة عندما  $P=15$  وهي:

$$Q_d = 10 - \frac{1}{5}(15) = 7$$

ويمكن حساب مرونة الطلب كما يأتي:-

$$E_d = \frac{\partial Q_d}{\partial P} * \frac{P}{Q} \Rightarrow E_d = -\frac{1}{5} * \frac{15}{7} \Rightarrow E_d = -0.429$$

تجدر الإشارة الى اعتماد القيمة المطلقة لقيمة المرونة ، وعليه فإن قيمة المرونة المستخرجة هي 0.429 وهي أقل من الواحد وهذا يعني ان الطلب غير مرن.

مثال (3.7): اذا كانت دالة الطلب كالآتي:-

$$Q_d = 60 - 3P - 0.8P^2$$

المطلوب

1- احسب مرونة الطلب السعرية عندما  $P=5$

2- مثل المعادلة بيانيا

الحل



1- تحسب مرونة الطلب من المعادلة  $E_d = \frac{\partial Q}{\partial P} * \frac{P}{Q}$  ومن معادلة الطلب المذكورة يمكن

حساب الجزء الاول من المرونة وهو الميل كما ياتي:

$$\frac{\partial Q}{\partial P} = -3 - 1.6P$$

وعند  $P=5$  فإن قيمة الميل هي:  $\frac{\partial Q}{\partial P} = -3 - 1.6(5) = -11$

وبالتعويض في دالة الطلب بقيمة السعر :

$$Q_d = 60 - 3(5) - 0.8(5)^2 = 25$$

وبذلك فإن المرونة تساوي :

$$E_d = -1 \left( \frac{5}{25} \right) = -0.2$$

2- تمثيل المعادلة بيانيا: لتحديد الجذر الموجب للمعادلة  $Q_d = 60 - 3P - 0.8P^2$  فعندما

$$Q=0 \quad \text{فإن} \quad 60 - 3P - 0.8P^2 = 0$$

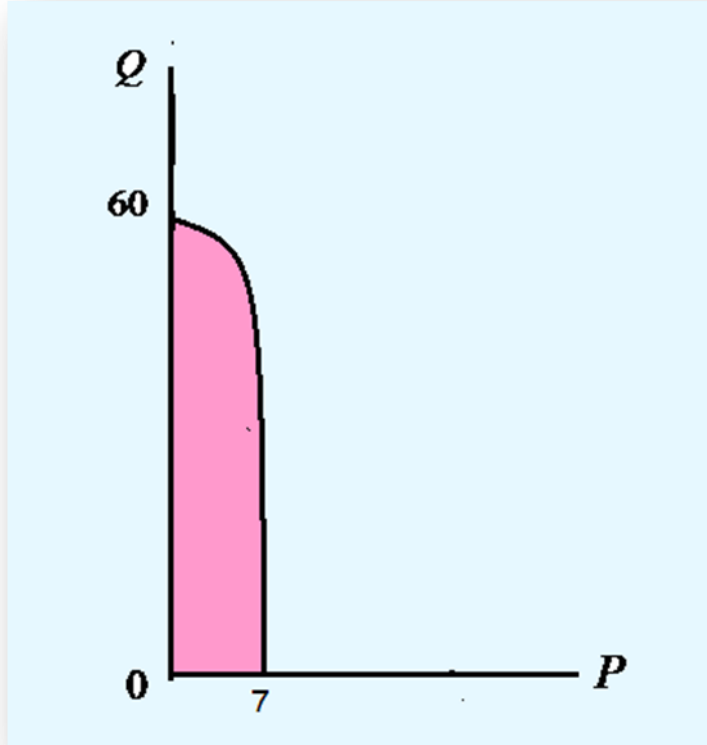
$$P = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(-0.8)(60)}}{2(-0.8)}$$

$$P=7$$

وعند  $P=0$  فإن :

$$Q_d = 60 - 3(0) - 0.8(0)^2 = 60$$

وبيانيا يمكن تمثيل المعادلة كما ياتي:



شكل (20) تمثيل المعادلة في المثال (3.7)

مثال (3.8): اعطيت دالة الطلب الاتية :-

$$P = -Q^2 - 4Q + 9€$$

المطلوب

- 1- احسب مرونة الطلب السعرية عندما  $P=5$ .
- 2- ازداد السعر بنسبة 2% ، احسب التغير المئوي الموافق في الطلب.

الحل

1- عندما يكون السعر = 51 فإن دالة الطلب تساوي

$$-Q^2 - 4Q + 9 = 51$$

$$-Q^2 - 4Q + 45$$

$$Q = \frac{-(-4) \pm \sqrt{((-4)^2 - 4(-1)(45))}}{2(-1)}$$

$$Q = \frac{4 \pm \sqrt{196}}{-2}$$

$$Q = \frac{4 \pm 14}{-2}$$

لحل المعادلة نحصل على قيمتين لـ  $Q$  هما :  $Q = -9$  او  $Q = 5$  وبطبيعة الحال تهمل القيمة السالبة ، أي ان قيمة  $Q = 5$ .

ولايجاد قيمة المرونة ينبغي حساب القيمة  $\frac{dQ}{dP}$  وكما يأتي:-

$$\frac{dP}{dQ} = -2Q - 4$$

$$\frac{dQ}{dP} = \frac{1}{dP/dQ} = \frac{1}{-2Q - 4}$$

وتحسب المرونة كما يأتي:-

$$E = -\frac{P}{Q} \times \frac{dQ}{dP}$$

$$P = 51, Q = 5, \frac{dQ}{dP} = -\frac{1}{14}$$

$$E = -\frac{51}{5} \times \left(-\frac{1}{14}\right) = 0.73$$

2- عند تغير السعر بنسبة 2%

$$E = -\frac{\text{Percentage change in demand}}{\text{Percentage change in Price}}$$

$$0.73 = -\frac{\text{Percentage change in demand}}{2}$$

$$0.73 \times 2 = -1.46\%$$

وهذا يعني انه بتغير السعر بنسبة 2% فان الكمية المطلوبة تتغير (تنخفض) بنسبة 1.46%

## 2- مرونة العرض السعرية *Price Elasticity of Supply*

تعرف مرونة العرض السعرية على انها التغير النسبي في الكميات المعروضة مقسوما على التغير النسبي في الاسعار أي :

مرونة العرض السعرية= التغير النسبي في الكميات المعروضة / التغير النسبي في الاسعار  
حيث يتحدد العرض في منشآت تنافسية تعد كل منها اسعار السوق محددة ، فاذا كانت دالة العرض محددة بالشكل الاتي:-

$$Q_s = \gamma + \delta P$$

ثم ازدادت  $P$  بمقدار  $\Delta P$  فان:-

$$Q + \Delta Q = \gamma + \delta(P + \Delta P)$$

$$\Delta Q = \delta \Delta P$$

ويكون ميل منحنى العرض في هذه الحالة :

$$\delta = \frac{\Delta Q}{\Delta P}$$

ويكون ميل منحنى العرض موجبا دائما ، حيث يكون المنتج على استعداد دائم لزيادة انتاج وعرض السلعة عند ارتفاع سعرها.

وبافتراض ان الكمية المعروضة قيست على المحور العمودي والسعر على المحور الافقي فان مرونة العرض السعرية ستكون:-

$$E_s = \frac{\% \Delta Q_s}{\% \Delta P}$$

$$E_s = \frac{\Delta Q / Q}{\Delta P / P} = \frac{\Delta Q}{\Delta P} * \frac{P}{Q}$$

او تكتب بالصيغة الاتية بافتراض ثبات العوامل الاخرى المؤثرة في العرض:

$$E_s = \frac{\partial Q}{\partial P} * \frac{P}{Q}$$

وكما هو الحال في مرونة الطلب فان مرونة العرض لها حالات مختلفة باختلاف قيمة المرونة وكما ياتي:-

1- يكون العرض مرنا تجاه التغير في السعر اذا كانت  $E_s > 1$

2- يكون العرض غير مرن تجاه التغير في السعر اذا كانت  $E_s < 1$

3- يكون العرض احادي المرونة تجاه التغير في السعر اذا كانت  $E_s = 1$

4- يكون العرض لانهائي المرونة تجاه التغير في السعر اذا كانت  $E_s = \infty$

5- يكون العرض عديم المرونة تجاه التغير في السعر اذا كانت  $E_s = 0$

وبياننا يمكن تمثيل حالات المرونة المذكورة آنفا بالشكل البياني(21):