$$-x = \frac{y}{M} - 1$$

$$x = 1 - \frac{y}{M}$$

وهذا هو حل المعادلة.

2-3 تطبيقات المعادلات الخطية Application of Linear Equations:

يمكـــن الاســـتفادة مـــن مفهوم المعادلة الخطية لوصف كثير من التطبيقات ويمكـــن الاستعانة بطرق حلها لحل كثير من المشاكل التطبيقية وفي جميع الحقول العملية.

We can apply the linear equations in many applied problems by using the algebraic methods.

والأمثلة التي سيتم عرضها في هذا المبحث لتوضيح التطبيق حيث أن بعض مـــن هـــذه الأمثلة لتوضيح عملية تحويل المشكلة من صيغتها الكلامية إلى صيغة المعـــادلات الخطـــية والبعض الآخر يظهر هذا الجانب إضافة إلى كيفية حل تلك المشاكل.

The following examples illustrate how to translate the verbal forms into algebraic terms, some of these examples are with their solutions.

مثال 5

إذا كان أحمد يحصل على x من مئات الدولارات في الشهر. ويحصل أخيه علـــى 600 دولار أكثر من ضعف ما يحصل عليه أحمد. فما هو عدد الدولارات التي يحصل عليها كل منهما.

If Ahmed earns x hundred dollars per month and his brother is 6 hundred dollars more than twice Ahmed's earn. How many dollars each of them earns in the end of the month.

لكـــتابة هـــذا المثال بالصيغة الرياضية، نفرض أن أحمد يحصل على x من مئات الدولارات. فإن أخوه سيحصل على $(2x + 6)$ من مئات الدولارات.

If Ahmed earns x hundred dollars. Then, his brother earns (2x + 6) hundred dollars.

مثال 6

علي أكبر من أخيه بعشر سنوات. وقبل عشر سنوات كان عمر علي ضعف عمر أخيه. ما هو عمر علي وعمر أخيه الآن وقبل عشر سنوات.

Ali is 10 years older than his brother. Ten years ago Ali was as twice as his brothers age. How old is Ali and his brother now and ten years ago.

لإيجاد عمر علي وعمر أخيه الآن وأيضاً عمرهما قبل عشر سنوات نفرض أن x يمثل عمر علي الآن. وأن عمر أخيه هو (x-10).

وقبل عشر سنوات كان عمر علي أقل بعشر سنوات مما هو الآن ولهذا فإن عمـــر علـــي قبل عشر سنوات كان (x-10). وكذلك فإن عمر أخيه كان أقل بعشر سنوات مما هو عليه الآن ولهذا فإن عمر أخيه قبل عشر سنوات كان

$(x - 20) = (x - 10 - 10)$

وبما أن عمر علي كان ضعف twice عمر أخيه قبل عشر سنوات فإن:

$x - 10 = 2(x - 20)$

ولإيجاد عمر علي علينا إيجاد قيمة x كحل للمعادلة الأخيرة كالتالي:

We slove for x to get:

$$x - 10 = 2x - 40$$

$$x - 2x = -40 + 10$$

$$-x = -30$$

$$x = 30$$

أي أن عمـــر علـــي الآن هو 30 سنة وعمر أخيه هو 20 سنة. وقبل عشر سنوات كان عمر علي هو 20 سنة وعمر أخيه هو 10 سنوات.

مثال 7

الراتب الشهري إلى عمر هو 1600 دولار بالإضافة إلى عمولة بيع مقدارها 20%. وكـــان عمـــر يبيع بمعدل 80 دولار في الساعة. ما هو عدد الساعات التي يجب أن يعملها عمر ليحصل على مبلغ 3600 دولار شهرياً.

Omar earns salary of \$1600 per month plus a commission of 20% on the sales he makes. Omar find that on the average, he takes one hour to make \$80 worth of sales. How many hours must Omar work on the average each month to earn \$3600.

لكـــتابة المعلومات في هذا المثال بالصيغة الجبرية علينا أن نفرض أن عمر يعمل x من الساعات لكل شهر.

وكان يبيع بمبلغ 80 دولار في الساعة الواحدة بعمولة بيع 20%، لذلك فإن معدل عمولته في الساعة الواحدة هو:

$$(80)(20\%) = 16$$

وذلـــك يعنـــي أن العمولة التي يحققها عندما يعمل x من الساعات هي 16x وبالتالـــي فـــإن عدد الساعات التي على عمر أن يعملها ليحقق ربحاً مقداره 3600 دولار هو حل المعادلة التالية:

$$1600 + 16x = 3600$$

وباتباع الخطوات اللازمة لحل هذه المعادلة نجد ما يلي:

$$16x = 3600 - 1600$$

$$16x = 2000$$

$$x = 125$$

ويعنـــي ذلـــك أن على عمر أن يعمل 125 ساعة شهرياً ليحقق مبلغ 3600 دولار.

مثال 8

تاجـــر سيارات اشترى 800 سيارة بسعر 700 دولار للسيارة الواحدة. باع مـــنها 300 سيارة بربح 20%. ما هو السعر الذي يجب عليه أن يبيع به الـــ500 سيارة الباقية ليحقق ربحاً بمعدل 28% ولجميع السيارات.

A car dealer bought 800 cars for \$700 each. He sold 300 car of them at profit of 20%. At what price must he sell the remaining 500 cars if his average profit on the whole sales transaction is to be 28%.

علينـــا في البداية تحويل الصيغة الكلامية إلى الصيغة الجبرية بافتراض ما يلي:

كل سيارة باعها التاجر حقق فيها ربحاً مقداره 20% من سعر شراءها وهو 700$ وبالتالي فإن ربح كل سيارة باعها هو:

$$(20\%)\ (700) = 140 \text{ dollars}$$

ولهذا فإن الربح من بيع 300 سيارة هو:

$$(140)\ (300) = 42000 \text{ dollars}$$

وبافتراض أن سعر بيع الـــ500 سيارة الباقية هو x دولار. فإن ربح التاجر لكـــل ســـيارة ســـيكون (x-700) والذي يمثل الفرق بين سعر البيع وسعر الشراء. وبالتالي فإن ربحه لجميع السيارات سيكون:

$$500\ (x - 700) \text{ dollars}$$

وأخيراً فإن مجموع الربح لجميع السيارات (800 سيارة) هو ربح بيع 300 سيارة وهو 4200$ مضافاً إليه ربح بيع 500 سيارة وهو (x−700) 500$ أي أن مجموع الربح هو:

$$42000 + 500\ (x - 700) \text{ dollars}$$

وبمـــا أن الربح يجب أن يكون 28% من سعر الشراء لجميع السيارات الـــ800. فإن هذا الربح سيساوي:

$$\frac{28}{100}(700)(800) = 156800 \text{ dollars}$$

وبالتالـــي فلتحديد سعر بيع السيارات المتبقية لتحقيق الربح المطلوب هو حل المعادلة التالية:

$$42000 + 500\,(x - 700) = 156800$$

وباتباع الخطوات العامة لحل المعادلة الخطية بمتغير واحد لدينا:

$$42000 + 500\,x - 350000 = 156800$$

$$500\,x = 156800 - 42000 + 350000$$

$$500\,x = 464800$$

$$x = 929.6$$

ويعنـــي ذلـــك أن سعر البيع هو 929.6$ لكل سيارة من السيارات الـــ500 الباقية.

مثال 9

يملـــك علـــي 50000$ معدة للاستثمار. علي يرغب أن يحصل سنوياً على 4000$ من هذا المبلغ. هو يستطيع أن يستثمر بنسبة 7% مع أصدقائه أو يستثمر مـــع شركة والتي هي أكثر خطورة بنسبة 10%. كيف يقسم علي المبلغ للاستثمار على النسب ليحقق الربح 4000$ سنوياً وفي نفس الوقت يقلل الخسارة إلى أقل ما يمكن.

Ali has \$50000 to invest. He wants to receive an annual income of \$4000. He can invest his funds at 7% with friends bonds or with a greater risk company in 10% bonds. How should Ali invest his money in order to earn \$4000 and in the same time to minimize his risk.

لنفرض أن X يمثل المبلغ من الدولارات التي استثمرت مع أصدقائه.

لذلك فإن المبلغ الذي استثمر مع الشركة الأكثر خطورة هو (50000-x) وأن المــبلغ الذي سوف يستلمه علي من العمل مع الأصدقاء هو $(\frac{7}{100})(x)$ أما المبلغ الذي سوف يستلمه من العمل مع الشركة الأكثر خطورة فهو

$$(\frac{10}{100})(50000 - x)$$

وبالتالــي فــإن مجمــوع المبلغ الذي سوف يستلمه علي من الاستثمار مع المصدرين فهو:

$$(\frac{7}{100})(x) + \frac{10}{100}(50000 - x)$$

والذي يجب أن يكون 4000$.

وبالتالــي فإن المبلغ الذي يجب عليه استثماره هو إيجاد قيمة x والتي تحقق المعادلة الخطية بمتغير واحد التالية:

$$(\frac{7}{100})(x) + \frac{10}{100}(50000 - x) = 4000$$

وباتباع الخطوات اللازمة لحل هذه المعادلة لدينا:

$$7x + 10\,(50000 - x) = 400000$$

$$7x + 500000 - 10x = 400000$$

$$7x - 10x = 400000 - 500000$$

$$-3x = -100000$$

$$x = 33333.333$$

ويعني ذلك أن على علي أن يستثمر مع أصدقائه المبلغ 33333.333$ وأن يســتثمر مع الشركة الأكثر خطورة المبلغ 16666.6667$ ليحقق الدخل 4000$ من استثمار هذا المبلغ.

وفـــي حالـــة الرغبة في زيادة الدخل يجب أن يزيد من المبلغ المستثمر مع الشركة الأكثر خطورة.

2-4 المعادلات التربيعية Quadratic Equations:

المعادلـــة التربيعية لمتغير واحد Quadratic equation in one variable هي المعادلة التي يمكن كتابتها بالصيغة العامة التالية:

General form of a quadratic equation in one variable is:

$ax^2 + bx + c = 0 \quad , \quad (a \neq 0)$

a and b are real constants

وتدعى هذه الصيغة للمعادلة التربيعية بالصيغة القياسية Standard form.

وهناك طرق عديدة لحل المعادلات التربيعية وسوف نتناول أربع طرق منها كالآتي:

There are four methods for solving the quadratic equation that will be presented in this section as follows:

1- Solution by square root.

الحل بواسطة الجذر التربيعي.

2- Solution by factoring.

الحل بطريقة التجزئة إلى العوامل.

3- Solution by quadratic formula.

الحل بطريقة المميز.

4- Solution by completing the square.

الحل بطريقة إكمال المربع.

ولاســتخدام أيــاً مــن هذه الطرق يجب أن نحول المعادلة التربيعية بجميع أشـــكالها وحدودها إلى الصيغة القياسية العامة $ax^2 + bx + c = 0$ ومن ثم استخدام إحـــدى الطرق أعلاه لإيجاد الحل، أي إيجاد ما يسمى بجذور المعادلة roots والتي تمثل الحل العام للمعادلة التربيعية General solution أو ببساطة الحل Solution.

وسيتم في هذا المبحث شرح وتعريف وتحديد خطوات كل واحدة من الطرق أعلاه مع الأمثلة الخاصة بكل حالة من الحالات ضمن الفقرات التالية:

2-4-1 الحل بطريقة الجذر التربيعي Solution by square root:

وبالرجوع لمعنى الجذر التربيعي يمكن الاستعانة بذلك لإيجاد حل المعادلات التربيعية والمثال التالي سيوضح ذلك:

The following example illustrate the square root method

مثال 10

حل المعادلات التالية باستخدام طريقة الجذر التربيعي

Solve the following quadratic equation using the square root method

a) $x^2 - 13 = 0$

وبإضافة 13 لطرفي المعادل نحصل على:

$x^2 = 13$

والآن ما هو العدد الحقيقي والذي تربيعه يساوي 13 لذلك فإن:

$x = \mp\sqrt{13}$

ويعني ذلك أن حل المعادلة التربيعية هو $+\sqrt{13}$ أو $-\sqrt{13}$

ويمكن كتابة هذا الحل بشكل ما يمثل مجموعة الحل set of general solution كما يلي:

$S = \{+\sqrt{13}\ ,\ -\sqrt{13}\}$

b) $2x^2 - 6 = 0$

وبإضافة 6 لطرفي المعادلة نحصل على:

$2x^2 = 6$

وبالقسمة على 2 نحصل على:

$x^2 = 3$

والآن ما هو العدد الحقيقي والذي تربيعه يساوي 3 لذلك فإن:

$$x = \mp\sqrt{3}$$

ويعني ذلك أن حل المعادلة التربيعية هو $+\sqrt{3}$ أو $-\sqrt{3}$

ويمكن كتابة مجموعة الحل بالشكل:

$$S = \{+\sqrt{3}\ ,\ -\sqrt{3}\}$$

c) $3x^2 + 12 = 0$

وبطرح 12 من طرفي المعادلة نحصل على:

$$3x^2 = -12$$

وبالقسمة على 3 نحصل على:

$$x^2 = -4$$

والآن ما هو العدد الحقيقي والذي تربيعه يساوي 4−، وبما أنه لا يوجد مثل هذا العدد لذلك لا يوجد حل حقيقي للمعادلة التربيعية هنا وعندئذ

There is no real solution.

2-4-2 الحل بطريقة التجزئة إلى العوامل Solution by factoring:

إذا كان الطرف الأيسر للمعادلة التربيعية يمكن تجزئته أو تحليله عندئذ نستطيع حل المعادلة بهذه الطريقة

If the left side of a quadratic equation when written in standard form can be factored, then the equation can be solved very quickly.

وطريقة الحل بالتجزئة أو التحليل تعتمد على خاصية التحليل، والتي تم شرحها سابقاً وبالشكل التالي:

The method of solution by factoring depend on the following property of real numbers:

If A and B are real numbers. Then, AB = 0 if and only if A = 0 or B = 0, or both are zero.

وهــذا يعنـــي إذا كان A و B عددان حقيقيان فإن حاصل ضربهما يساوي صفراً إذا وفقط إذا كان أي منهما أو كلاهما صفراً.

والمــثال التالــي سيوضح خصائص التحليل السابق ذكرها وحل المعادلات التــربيعية باستخدام طريقة التحليل لتحديد قيم المتغيرات فيها مستخدمين الخاصية أعلاه.

مثال 11

حل المعادلات التربيعية التالية باستخدام طريقة التحليل إن أمكن

Solve the following quadratic equations by factoring, if possible:

a) $x^2 + 3x + 2 = 0$

وبالرجوع لعمليات التحليل السابقة لدينا:

$(x + 2)(x + 1) = 0$

ولذلك فإن:

$x + 2 = 0 \quad \text{or} \quad x + 1 = 0$

وبالتالي فإن الحل هو:

$x = -2 \quad \text{or} \quad x = -1$

ويعني هذا أن الحل العام للمعادلة التربيعية هو المجموعة التالية:

$S = \{-2, -1\}$

b) $3x^2 - 6x - 24 = 0$

وبقسمة جميع حدود المعادلة على 3 نحصل على:

$x^2 - 2x - 8 = 0$

وباستخدام التحليل إلى العوامل لدينا:

$(x + 2)(x - 4) = 0$

ولذلك فإن:

$x + 2 = 0 \quad \text{or} \quad x - 4 = 0$

وبالتالي فإن الحل هو:

$x = -2 \quad \text{or} \quad x = 4$

ويعني هذا أن الحل العام للمعادلة التربيعية هو المجموعة التالية:

$S = \{-2, 4\}$

c) $x^2 - 25 = 0$

وباستخدام الفرق بين مربعين نحلل المعادلة أعلاه لنحصل على:

$(x - 5)(x + 5) = 0$

ولذلك فإن:

$x - 5 = 0 \quad \text{or} \quad x + 5 = 0$

وبالتالي فإن الحل هو:

$x = 5 \quad \text{or} \quad x = -5$

ويعني هذا أن الحل العام للمعادلة التربيعية هو المجموعة التالية:

$S = \{-5 , 5\}$

ويجدر القول هنا بأن هذه المعادلة التربيعية $x^2 - 25 = 0$ يمكن حلها بالطريقة الأولى طريقة الجذر التربيعي كالتالي $x^2 = 25$ وبالتالي فإن $x = \mp 5$.

وبهذا نقول بأنه يمكن حل معادلة تربيعية معينة بأكثر من طريقة من طرق حل المعادلات التربيعية.

We can solve a quadratic equation by one or more of the solving methods.

d) $6y^2 = 4y$

وبطرح 4y من طرفي المعادلة نحصل على:

$6y_2 - 4y = 0$

وباستخراج y كعامل مشترك نحصل على:

$y(6y - 4) = 0$

ولذلك فإن:

$6y - 4 = 0 \quad \text{or} \quad y = 0$

وبالتالي فإن الحل هو:

$6y = 4 \quad \text{or} \quad y = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

ويعني هذا أن حل المعادلة التربيعية هو المجموعة:

$S = \{0 , \frac{2}{3}\}$

e) $6x^2 + 7x + 1 = 0$

وباعتماد طريقة التحليل نحصل على:

$(6x + 1)(x + 1) = 0$

ولذلك فإن:

$6x + 1 = 0 \quad \text{or} \quad x + 1 = 0$

وبالتالي فإن الحل هو:

$6x = -1 \quad \text{or} \quad x = -1$

$x = \frac{-1}{6}$

ويعني هذا أن حل المعادل التربيعية هو المجموعة:

$S = \{-1, -\frac{1}{6}\}$

2

2-4-3 الحل بطريقة المميز (الصيغة التربيعية):

Solution by Quadratic formula

طريقة المميز أو طريقة الصيغة التربيعية تعتبر من أكثر الطرق استخداماً وذلك لكونها طريقة يمكن بواسطتها حل جميع أنواع المعادلات التربيعية (من الدرجة الثانية)، حيث أنها تعتبر الطريقة الأنسب عندما تعجز الطرق الأخرى للوصول إلى الحل.

وبالرجوع إلى الصيغة العامة للمعادلات التربيعية وبالشكل:

$ax^2 + bx + c = 0 \quad , \quad (a \neq 0)$

فإن تطبيق الصيغة التربيعية quadratic formula أو ما يسمى بطريقة المميز يكون كالآتي:

$$x = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ويمكن أن يكون لدينا تصور عن حل المعادلات من خلال ملاحظة المقدار $b^2 - 4ac$ فإن كانت قيمة هذا المقدار موجبة دل ذلك على أن هناك حلين حقيقيين

للمعادلـــة التـــربيعية، وإذا كانت نتيجة هذا المقدار zero فيدل ذلك على وجود حل حقيقي واحد فقط للمعادلة التربيعية، أما إذا كانت نتيجة هذا المقدار سالبة فهذا يعني عدم وجود حل حقيقي للمعادلة التربيعية أو للمتغير.

والأمثلة التطبيقية التالية هي حالات مختلفة لحل المعادلات التربيعية بطريقة الصيغة التربيعية.

مثال 12

حل المعادلة التربيعية التالية باستخدام طريقة الصيغة التربيعية

Solve the following quadratic equation using the quadratic formula

$x^2 - 2x - 1 = 0$

بمقارنـــة بشـــكل المعادلة التربيعية أعلاه مع الشكل العام للمعادلة التربيعية نلاحظ أن:

$a = 1 \quad , \quad b = 2 \quad , \quad \text{and} \quad c = -1$

وبالتالي فإن:

$$x = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-2) \mp \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{2 \mp \sqrt{4+4}}{2} = \frac{2 \mp \sqrt{8}}{2} = \frac{2 \mp 2\sqrt{2}}{2} = 1 \mp \sqrt{2}$$

ويعني هذا وجود حلين للمعادلة التربيعية هما $1+\sqrt{2}$ or $1-\sqrt{2}$

وللتأكد من الحل نعوض في المعادلة الأصلية عن x كالآتي:

$x^2 - 2x - 1 = 0$ when $x = 1+\sqrt{2}$ we have

$$(1+\sqrt{2})^2 - 2(1+\sqrt{2}) - 1 = 0$$

$$\cancel{1} + \cancel{2\sqrt{2}} + \cancel{2} - \cancel{2} - \cancel{2\sqrt{2}} - \cancel{1} = 0$$

$$0 = 0$$

وهذا يعني أن الحل صحيح.

also, $x^2 - 2x - 1 = 0$ when $x = 1-\sqrt{2}$ we have

$$(1-\sqrt{2})^2 - 2(1-\sqrt{2}) - 1 = 0$$

$$\cancel{1} - 2\cancel{\sqrt{2}} + \cancel{2} - \cancel{2} + 2\cancel{\sqrt{2}} - \cancel{1} = 0$$

$$0 = 0$$

وهذا يعني أن الحل صحيح.

مثال 13

حل المعادلة التربيعية التالية باستخدام الصيغة التربيعية

Solve the following quadratic equation using the quadratic formula

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

وبمقارنة هذه الدالة التربيعية بالشكل العام للدالة التربيعية نجد أن:

$a = 1$, $b = -4$, and $c = 4$

وبالتعويض في الصيغة التربيعية نجد أن:

$$x = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-4) \mp \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(4)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{4 \mp \sqrt{16-16}}{2} = \frac{4 \mp \sqrt{0}}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

ويعني هذا أن حل المعادلة التربيعية هو حل واحد حقيقي وهو أن $x = 2$ والسبب في ذلك أن قيمة $b^2 - 4ac$ تساوي صفراً.

وللتأكد من الحل نعوض في المعادلة التربيعية الأصلية عن قيمة x بـ2 لنحصل على:

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$2^2 + 4(2) + 4 = 0$$

$$4 - 8 + 4 = 0$$

$$0 = 0$$

14 مثال

حل المعادلة التربيعية التالية باستخدام الصيغة التربيعية

Solve the following quadratic equation using the quadratic formula

$3x^2 - 5x + 6 = 0$

وبمقارنة هذه المعادلة التربيعية بالشكل العام نجد أن:

$a = 3$, $b = -5$, and $c = 6$

وبالتعويض في الصيغة التربيعية نجد أن:

$$x = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-5) \mp \sqrt{(-5)^2 - 4(3)(6)}}{2(6)}$$

$$x = \frac{5 \mp \sqrt{25 - 72}}{12} = \frac{5 \mp \sqrt{-47}}{12}$$

لا يوجد حل حقيقي لهذه المعادلة التربيعية وذلك لكون المقدار داخل الجذر سالب.

2-4-4 طريقة إكمال المربع Completing the Square Method:

تعتبر طريقة إكمال المربع من الطرق المهمة لحل المعادلات التربيعية وذلك لكونها أيضاً تستخدم لمعظم المعادلات التربيعية. وتستند هذه الطريقة على تحويل الشكل العام للمعادلة التربيعية $ax^2 + bx + c = 0$ إلى معادلة طرفها الأيسر على شكل مربع كامل، أما طرفها الأيمن فيحتوي على الثابت المتبقي من المعادلة لتصبح بالشكل $(X + A)^2 = B$

This method is based on the process of arranging the equation of the standard form $ax^2 + bx + c = 0$ into the form $(X + A)^2 = B$, where A and B are real constants.

وبعدئـــذٍ نقـــوم بحل المعادلة بعد أخذ الجذر لطرفي المعادلة وإكمال عملية التبسيط لإيجاد قيم المتغير إن كانت له قيم حقيقية.

The equation can be solved by taking the square root of both sides of the equation, if it has a real solution.

والأمثلة التالية تطبيقات لهذه الطريقة كالآتي:

مثال (15)

حل المعادلة التربيعية التالية باستخدام طريقة إكمال المربع

Solve the following quadratic equation using completing the square method

$x^2 - 2x - 1 = 0$

بإضافة الثابت 1 لطرفي المعادلة نحصل على:

$x^2 - 2x = 1$

نحـــاول إيجـــاد العـــدد الحقيقي الذي يمكن إضافته لطرفي المعادلة ويجعل الطرف الأيسر مربعاً كاملاً.

والقاعدة (Rule):

أ- عـــندما يكون معامل x^2 هو 1 نقوم بقسمة معامل x على 2 ثم نربع ذلك المقدار.

ب- أمـــا عـــندما يكون معامل x^2 لا يساوي 1 فنقسم جميع أطراف المعادلة علـــى هذا المعامل ليصبح المعامل الجديد لـــx^2 هو 1. ثم نقوم بتطبيق الفقرة (أ) أعلاه.

وبالرجوع للمعادلة في هذا المثال لدينا:

$x^2 - 2x = 1$

أي أن معامل x^2 يساوي 1 وأن معامل x هو 2- ولذلك فإننا سنقوم بإضافة الحد $(\frac{-2}{2})^2 = (-1)^2 = 1$ ونحصل على:

$$x^2 - 2x + 1 = 1 + 1$$

$$x^2 - 2x + 1 = 2$$

وباستخدام المربع الكامل نحصل على:

$$(x-1)^2 = 2$$

وبأخذ الجذر لطرفي المعادلة نحصل على:

$$x - 1 = \mp\sqrt{2}$$

وبالتالي فإن:

$$x - 1 = -\sqrt{2} \qquad \text{or} \qquad x - 1 = \sqrt{2}$$

أي أن:

$$x = 1 - \sqrt{2} \qquad \text{or} \qquad x = 1 + \sqrt{2}$$

ويعني ذلك وجود حلين للمعادلة التربيعية هما $1+\sqrt{2}$ or $1-\sqrt{2}$

مثال 16

حل المعادلة التربيعية التالية باستخدام طريقة إكمال المربع

Solve the following quadratic equation using the completing square method

$$2x^2 - 8x + 3 = 0$$

بطرق الثابت 3 من طرفي المعادلة نحصل على:

$$2x^2 - 8 = -3$$

وبقسمة طرفي المعادلة على 2 نحصل على:

$$x^2 - 4x = \frac{-3}{2}$$

نضيف الثابت لإكمال المربع وباتباع القاعدة السابقة بالشكل

$$\left(\frac{-4}{2}\right)^2 = (-2)^2 = 4$$

إلى طرفي المعادلة لنحصل على:

$$x^2 - 4x + 4 = \frac{-3}{2} + 4$$