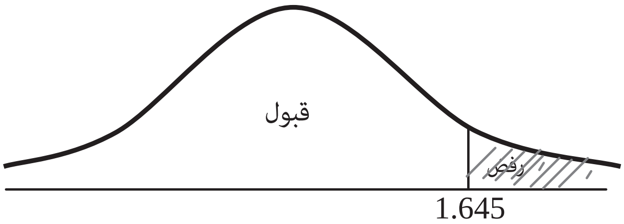
الحل:

H0: $p = 0.05$

H1 : $p > 0.05$

$Z\alpha = 1.645$



$$\hat{P} = \frac{3}{50}$$
$$= 0.06$$

$$Z = \frac{0.06 - 0.05}{\sqrt{\frac{(0.05)(0.95)}{50}}}$$

$$= \frac{0.01}{0.031} = 0.32$$

هذه القيمة تقع ضمن منطقة القبول وبالتالي لا تستحق السكرتيرة العقاب.

- **اختبار الفرضيات المتعلقة بالفرق بين نسبتين**

الفرضيات الممكنة:

1) H0 : $P1 = P2$

H1 : $P1 \neq P2$

2) H0 : $P1 = P2$

H1 : $P1 > P2$

3) H0 : $P1 = P2$

H1 : $P1 < P2$

والإحصائي يكون

$$\boldsymbol{Z} = \frac{\hat{\boldsymbol{P}}_1 - \hat{\boldsymbol{P}}_2}{\sqrt{\hat{\boldsymbol{p}}(1-\hat{\boldsymbol{p}})\left(\frac{1}{\boldsymbol{n}_1} + \frac{1}{\boldsymbol{n}_2}\right)}}$$

حيث
$$\hat{p} = \frac{n_1 \hat{P}_1 + n_2 \hat{P}_2}{n_1 + n_2}$$

مثال:

أخذت عينتان من الرجال والنساء في مجتمع ما فأعطت النتائج التالية:

	عينة الرجال	**عينة النساء**
حجم العينة	n1 = 200	n2 =200
عدد الذين يستخدمون الهاتف الخلوي	160	210

فهل هذه النتائج تدل على أن هنالك اختلاف بين نسبة الرجال الـذين يـستخدمون الخلـوي عـن نسبة النساء.

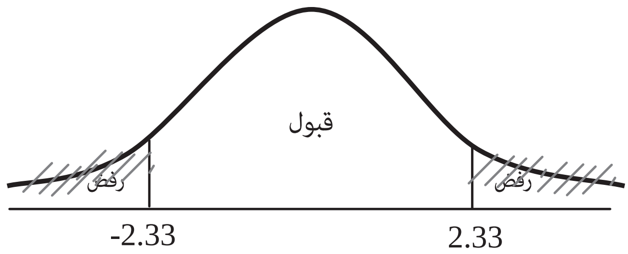
اختبر ذلك على مستوى دلالة (α=0.02)

الحل:

H0 : P1 = P2

H1 : P1 $\neq$ P2

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = 2.33$$



$$\hat{p}_1 = \frac{160}{200} = 0.8$$

$$\hat{p}_1 = \frac{210}{300} = 0.7$$

$$\hat{p}_2 = \frac{160 + 210}{500} = 0.74$$

$$Z = \frac{0.8 - 0.7}{\sqrt{(0.74)(0.36)\left(\frac{1}{200} + \frac{1}{300}\right)}}$$

$$= \frac{0.1}{0.047} = 2.13$$

وتقع في منطقة القبول أي أنه لا يوجد فرق بدلالة إحصائية بين النسبتين.

تمارين

1- أخذت عينة حجمها (64) من مجتمع إحصائي وسطه الحسابي (μ) وانحرافه المعياري (10)،إذا كان الوسط الحسابي للعينة يساوي 70. أوجد
   1. تقدير نقطي ثقة لوسط المجتمع.
   2. فترة %80 ثقة لوسط المجتمع

2- أخذ عينة حجمها (25) من مجتمع إحصائي وسطه الحسابي μ من مجتمع إحصائي وسطه الحسابي μ وانحرافه المعياري σ. فإذا كان الوسط الحسابي للعينة (17) وتباينها (4). أوجد:
   1. فترة %90 ثقة لوسط المجتمع μ.
   2. فترة %98 ثقة لوسط المجتمع μ.

3- أخذت عينتان من مجتمعين مستقلين وأعطت النتائج التالية:

	العينة الأولى	**العينة الثانية**
حجم العينة	n1 = 64	n2 =36
الوسط الحسابي	$\bar{x}_1 = 50$	$\bar{x}_2 = 18$
الانحراف المعياري	$s_1 = 4$	$s_2 = 5$

جد فترة %95 ثقة للفرق بين الوسطين

a-(μ1- μ2)   b -(μ2 -μ1)

4- أخذت عينتان من مجتمعين مستقلين وأعطت النتائج التالية

	العينة الأولى	العينة الثانية
حجم العينة	n1 = 15	n2 =24
الوسط الحسابي	$\bar{x}_1 = 123$	$\bar{x}_2 = 127$
التباين	$s_1 = 38$	$s_2 = 40$

جد فترة 99% ثقة للفرق بين الوسطين ($\mu_1 - \mu_2$)

5- إذا كان معدل دخل (10) أسر أخذت عشوائياً من مدينة عمان هو (200) دينار. وكان معدل دخل (15) أسرة أخذت عشوائياً من مدينة الزرقاء هو (175) دينار بانحراف معياري (10) دنانير. جد فترة 95% ثقة للفرق بين متوسطي الدخل لأسر مدينة عمان والزرقاء.

6- أخذت عينة من طلاب الجامعة الأردنية حجمها (400) طالباً فوجد أن (250) طالباً منهم يمتلكون سيارات خاصة. اكتب فترة 90% ثقة لنسبة الطلبة الذين يملكون سيارات خاصة في الجامعة.

7- أخذت عينة من السياح الذين يزورون مدينة العقبة الأردنية حجمها (500) سائحاً فكانت نسبة الأجانب منهم (25%) وأخذت عينة أخرى من السياح الذين يزورون مدينة شرم الشيخ المصرية حجمها (500) سائح وكان نسبة الأجانب منهم (40%). جد فترة 99% ثقة للفرق بين النسبتين.

8- أخذت عينة حجمها (225) من مجتمع إحصائي يتخذ توزيعاً طبيعياً بوسط حسابي μ وانحراف معياري (8). وكان الوسط الحسابي للعينة (35). اختبر الفرضية: H0: μ=34 مقابل H1: $\mu \neq 34$ على مستوى دلالة (α=0.02)

9- أخذت عينتان عشوائيتان من نوعين من المصابيح الأولى حجمها (40) مصباحاً بمتوسط ساعات تشغيلية مقداره (5000) ساعة بانحراف معياري (250) ساعة والثانية حجمها (50) مصباحاً بمتوسط ساعات تشغيلية مقداره (4500) بانحراف معياري (200) ساعة فهل يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي الساعات التشغيلية على مستوى دلالة (0.05).

10- إذا كانت أطوال طلاب الصف الأول الأساسي تتخذ توزيعاً طبيعياً بوسط حسابي μ وانحراف معياري σ. أخذت عينة عشوائياً من طلاب الصف الأول الأساسي فكانت أطوالهم 110، 127، 119، 118، 125، 120، 101، 109. اختبر الفرضية القائلة بأن متوسط أطوال الصف الأول الأساسي أقل من (120 cm) على مستوى دلالة ($\alpha=0.01$).

11- إذا كانت نسبة الشفاء من مرض معين إذا استخدم العلاج (A) هو (93%). ثم أنتج أحد مصانع الأدوية نوعاً آخر من العلاج (B). وادعى أن هذا العلاج له نسبة شفاء أكبر من النوع الأول. فأخذت عينة مكونة من (120) مريض طبق عليهم العلاج B فشفي منهم (114) مريض. فهل ادعاء المصنع صحيح على مستوى دلالة ($\alpha=0.01$).

12- أخذت عينتان من الذكور، الإناث حجماهما على الترتيب 80، 75 فكان عدد المصابين بالسرطان من عينة الذكور (4) وعدد المصابات بالسرطان من عينة الإناث (3). اختبر الادعاء القائل بأن نسبة المصابين بالسرطان من الذكور أعلى منها من الإناث عند مستوى دلالة ($\alpha=0.05$).

8

الوحدة الثامنة

الأرقام القياسية

Index Numbers

الأرقام القياسية

Index Numbers

مفهوم الرقم القياسي

تعريف:

الرقم القياسي هو أداة لقياس التغير النسبي أو النسبي المئوي في قيم الظواهر من زمن إلى آخر أو من مكان إلى آخر. ويسمى الزمن أو المكان الأول بالأساس ويسمى الزمن أو المكان الثاني بالمقارن.

مثال:

إذا كان سعر كيلو الخبز سنة 1995 (15) قرش وفي سنة 2000 عشرين قرش. فما هو الرقم القياسي لسعر الخبز سنة 2000 باعتبار سنة 1995 الأساس؟

الحل:

$$\text{الرقم القياسي} = \frac{\text{سعر سنة المقارنة}}{\text{سعر سنة الأساس}} \times 100\%$$

$$= \frac{\text{سعر سنة 2000}}{\text{سعر سنة 1995}} \times 100\%$$

$$I = \frac{20}{15} \times 100\%$$

$$= 133.3\%$$

وهذا الرقم يعني أن كمية الخبز التي كان ثمنها عام 1995 مئة قرش أصبح ثمنها في عام 2000 تقريباً (133) قرشاً.

فوائد الرقم القياسي

1- معرفة نسبة التغير في ظاهرة ما من مكان لآخر أو من زمن لآخر.
2- معرفة الدخل الحقيقي للفرد أو ما يسمى بالقوة الشرائية لدخل الفرد.
3- معرفة نسبة الزيادة في الإنتاج من زمن لآخر.

مثال:

إذا كان الرقم القياسي لدخل الفرد عام 2002 باعتبار سنة 2000 الأساس هو 1.5، والرقم القياسي لتكاليف المعيشة في عام 2002 باعتبار سنة 2000 الأساس هو 3، فما هي القوة الشرائية لدخل الفرد في عام 2002 باعتبار عام 2000 هي الأساس.

الحل:

$$\text{القوة الشرائية لدخل الفرد} = \frac{\text{الرقم القياسي لدخل الفرد}}{\text{الرقم القياسي لتكاليف المعيشة}} \times 100\%$$

$$= \frac{1.5}{3} \times 100\% = 50\%$$

أي أن دخل الفرد قد نقص بنسبة 50% ما بين عام 2000 وعام 2002.

الرقم القياسي البسيط: **Simple Index Number**

وهناك نوعين من الأرقام القياسية البسيطة

1- الرقم القياسي البسيط للأسعار:

a- الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار =

$$\frac{\text{مجموع أسعار سنة المقارنة}}{\text{مجموع أسعار سنة الأساس}} \times 100\%$$

$$I_c(P) = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100\%$$

حيث: سعر سنة المقارنة = P1

سعر سنة الأساس = P0

b- الرقم القياسي النسبي للأسعار = $\frac{1}{r}$ × مجموع $\left(\frac{\text{أسعار سنة المقارنة}}{\text{أسعار سنة الأساس}}\right)$ ×100%

, r= عدد الظواهر

$$I_{\square}(P)=\frac{1}{\square}\left(\sum\frac{P_1}{P_0}\right)\times100\%$$

ملاحظة: الرقم القياسي النسبي هو الوسط الحسابي للأرقام القياسية للظواهر الداخلة في حسابه.

مثال:

إذا كان سعر بيع الوحدة لإنتاج ثلاثة مصانع في عامي 2004، 2003 معطاة في الجدول التالي:

السعر (دينار للوحدة)		المصنع
2004	**2003**	
36	35	1
32	30	2
33	31	3

احسب الرقم القياسي التجميعي البسيط، والرقم القياسي النسبي البسيط للأسعار عام 2004 باعتبار عام 2002 هي الأساس.

الحل:

$$I_c(P)=\frac{\sum P_1}{\sum P_0}\times100\%$$

$$=\frac{36+32+33}{35+30+31}\times100\%$$

$$I_c(P)=\frac{101}{96}\times100\%=105.21\%$$

$$I_p(P)=\frac{1}{r}\left(\sum\frac{P_1}{P_0}\right)\times100\%$$

$$=\frac{1}{3}\left(\frac{36}{35}+\frac{32}{30}+\frac{33}{31}\right)\times 100\%$$

$$=\frac{1}{3}\left(1.03+1.07+1.06\right)\times 100\%$$

$IP(P)= 105{,}31\%$

2- الرقم القياسي البسيط للكميات: وهو رقمين:

a- الرقم القياسي التجميعي البسيط للكميات= $\frac{\text{مجموع كميات سنة المقارنة}}{\text{مجموع كميات سنة الأساس}}\times$%100

$$I_c(\square)=\frac{\sum \square_1}{\sum \square_0}\times 100\%$$

حيث:

كمية سنة المقارنة = Q1

كمية سنة الأساس= Q0

b- الرقم القياسي النسبي للكميات = $\frac{1}{r}\times$ مجموع $\left(\frac{\text{كمية سنة المقارنة}}{\text{كمية سنة الأساس}}\right)\times$%100

$$I_P(\square)=\frac{1}{\square}\left(\sum \frac{\square_1}{\square_0}\right)\times 100\%$$

عدد الظواهر = r

مثال:

في متجر لبيع المواد الاستهلاكية إذا كانت كميات المواد المباعة بالطن في عـامي 2003 , 2000 هـي كما يلي:

المادة	كمية عام 2000	كمية عام 2003
سكر	500	560
رز	450	480
طحين	650	580
حليب	700	730

أوجد الرقم القياسي التجميعي والنسبي البسيط لكميات عام 2003 باعتبار عام 2000 هو الأساس.

الحل:

$$I_c(Q) = \frac{\sum Q_1}{\sum Q_0} \times 100\%$$

$$= \frac{560 + 480 + 580 + 730}{500 + 450 + 650 + 700}$$

$$= \frac{2350}{2300} \times 100\%$$

$$= 102.17\%$$

$$I_P(Q) = \frac{1}{r}\left(\sum \frac{Q_1}{Q_0}\right) \times 100\%$$

$$= \frac{1}{4}\left(\frac{560}{500} + \frac{480}{450} + \frac{580}{650} + \frac{730}{700}\right) \times 100\%$$

$$= \frac{1}{4}(1.12 + 1.07 + 0.89 + 1.04) \times 100\%$$

$$= \frac{1}{4}(4.12)100\% = 103\%$$

الأرقام القياسية المرجحة **(Weighted Index Number)**

وهناك نوعان من الأرقام القياسية المرجحة

1- الرقم القياسي المرجح للأسعار: وهو ثلاثة أرقام:

a) الرقم القياسي للأسعار والمرجح بكميات سنة الأساس (رقم لاسبير للأسعار).

$$\text{رقم لاسبير للأسعار} = \frac{\text{مجموع (أسعار سنة المقارنة} \times \text{كميات سنة الأساس)}}{\text{مجموع (أسعار سنة الأساس} \times \text{كميات سنة الأساس)}} \times 100\%$$

$$Laspeyres(P) = \frac{\sum P_1 q_0}{P_0 q_0} \times 100\%$$

b) الرقم القياسي للأسعار والمرجح بكميات سنة المقارنة (رقم باش للأسعار).

$$\text{رقم باش للأسعار} = \frac{\text{مجموع (أسعار سنة المقارنة×كميات سنة المقارنة)}}{\text{مجموع (أسعار سنة الأساس×كميات سنة المقارنة)}} \times 100\%$$

$$Paasche(P) = \frac{\sum P_1 q_1}{P_0 q_1} \times 100\%$$

c) الرقم القياسي الأمثل للأسعار: (رقم فشر للأسعار).

$$Fisher(P) = \sqrt{Laspeyres(P) \times Paasche(P)}\ \%$$

أي هو الوسط الهندسي لرقمي لاسبير وباش للأسعار.

مثال:

الجدول التالي يمثل أسعار وكميات مبيعات أربع سلع التي بيعت عامي 2002، 2004.

السلعة	**سعر الوحدة**		**كمية المبيعات**	
	عام 2002	**عام 2004**	**عام 2002**	**عام 2004**
a	28	40	200	250
b	16	20	300	360
c	210	15	400	460
d	4	10	600	660

فإذا اعتبرنا سنة 2002 هي سنة الأساس، فأوجد ما يلي:

a) رقم لاسبير للأسعار.

b) رقم باش للأسعار.

c) رقم فشر للأسعار.

الحل:

a) $$Laspeyres(P) = \frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0} \times 100\%$$

$$= \frac{40\times 200 + 20\times 300 + 15\times 400 + 10\times 600}{28\times 200 + 16\times 300 + 210\times 400 + 4\times 600}$$

$$= \frac{26000}{96800}\times 100\%$$

$= 26.86\%$

b) $$Paasche(P) = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1}\times 100\%$$

$$= \frac{40\times 250 + 20\times 360 + 15\times 460 + 10\times 660}{28\times 250 + 16\times 360 + 210\times 460 + 4\times 660}\times 100\%$$

$$= \frac{30700}{112000}\times 100\%$$

$= 27.41\%$

$$Fisher(p) = \sqrt{Laspeyre(P)\times Paasche(P)}\ \%$$

$$= \sqrt{26.86\times 27.41}\,\%$$

$= 27.13\%$

ملاحظة: بعض الباحثين الإحصائيين يستخدمون أوزان تعطى للأسعار بدل الكميات، ولكننا في هذا الكتاب سنستخدم الكميات مباشرة وليس أوزان الأسعار.

2- الرقم القياسي المرجح للكميات: وهو ثلاثة أرقام.

a- الرقم القياسي للكميات المرجح بأسعار سنة الأساس (رقم لاسبير للكميات)

رقم لاسبير للكميات= $\frac{\text{مجموع (كميات سنة المقارنة× أسعار سنة الأساس)}}{\text{مجموع (كميات سنة الأساس× أسعار سنة الأساس)}}$ × 100%

$$Laspeyre(Q) = \frac{\sum Q_1 P_0}{\sum Q_0 P_0}\times 100\%$$

b- الرقم القياسي للكميات والمرجح بأسعار سنة المقارنة (رقم باش للكميات).

رقم باش للأسعار= $\frac{\text{مجموع (كميات سنة المقارنة× أسعار سنة المقارنة)}}{\text{مجموع (كميات سنة الأساس× أسعار سنة المقارنة)}}$ × 100%

$$Paasche(Q) = \frac{\sum Q_1 P_1}{\sum Q_0 P_1} \times 100\%$$

c- الرقم القياسي الأمثل للكميات: (رقم فشر للكميات).

$$Fisher(Q) = \sqrt{laspeyre(Q) \times Paasche(Q)}\ \%$$

مثال:

الجدول التالي يبين أسعار وكميات أربع سلع في عامي 2001,2002.

السلعة	سعر الوحدة		كمية المبيعات	
	عام 2001	عام 2002	عام 2001	عام 2002
a	20	25	200	240
b	22	19	180	210
c	20	20	300	280
d	9	11	110	100

على اعتبار أن سنة 2001 هي سنة الأساس أوجد ما يلي:

a) رقم لاسبير للكميات.

b) رقم باش للكميات.

c) رقم فشر للكميات.

الحل

a) $$laspeyre(Q) = \frac{\sum Q_1 P_0}{\sum Q_0 P_0} \times 100\%$$

$$= \frac{240 \times 20 + 210 \times 22 + 280 \times 20 + 100 \times 9}{200 \times 20 + 180 \times 22 + 300 \times 20 + 110 \times 9} 100\%$$

$$= \frac{15920}{14950} \times 100\%$$

$= 106.49\%$

b) $$Paasche(Q) = \frac{\sum Q_1 P_1}{\sum Q_0 P_1} \times 100\%$$

$$= \frac{240\times 25 + 210\times 19 + 280\times 20 + 100\times 11}{200\times 25 + 180\times 19 + 300\times 20 + 110\times 11}\times 100\%$$

$$= \frac{16690}{15630}\times 100\%$$

$= 106.78\%$

c) $$Fisher(Q) = \sqrt{Laspeyre \times Paasche}\ \%$$

$$= \sqrt{106.49\times 106.78}\ \%$$

$= 106.63\%$

ملاحظة: إذا لم تذكر سنة الأساس لظاهر ما. فتكون السنة الأقدم هي سنة الأساس.

رقم مارشال:

هنالك عالم آخر اسمه مارشال يرجح الأرقام القياسية للأسعار (للكميات) بمعدل كميات (أسعار) سنة المقارنة وسنة الأساس فيكون:

a) $$Marshall(\boldsymbol{P}) = \frac{\sum \boldsymbol{P}_1\left(Q_0 + Q_1\right)}{\sum \boldsymbol{P}_0\left(Q_0 + Q_1\right)}\times 100\%$$

b) $$Marshall(Q) = \frac{\sum Q_1\left(\boldsymbol{P}_1 + \boldsymbol{P}_0\right)}{\sum Q_0\left(\boldsymbol{P}_1 + \boldsymbol{P}_0\right)}\times 100\%$$

ففي المثال السابق يكون:

a) $$\text{Marshall}(p) = \frac{25(200+240)+19(180+210)+20(300+280)+11(110+100)}{20(200+240)+22(180+210)+20(300+280)+9(110+100)}\times 100\%$$

$= 104.7\%$

b) $$\text{Marshall}(Q) = \frac{240(20+25)+210(22+19)+280(20+20)+100(9+11)}{200(20+25)+180(22+19)+300(20+20)+110(9+11)}\times 100\%$$

$= 106.64\%$

تمارين

1- في مصنع للمعلبات ينتج خمسة أنواع من المعلبات كانت أسعار وكميات عامي 1999,2000كالآتي:

الكمية بالطن		سعر الوحدة بالدينار		السلعة
عام 2000	عام 1999	عام 2000	عام1999	
200	150	0.23	0.20	فول
250	100	0.27	0.25	حمص
300	110	0.15	0.12	بندورة
350	120	0.35	0.30	فاصولياء
220	130	0.30	0.25	بازيلاء

أوجد ما يلي باعتبار سنة 1999 هي سنة الأساس:

a) الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار.

b) الرقم القياسي النسبي البسيط للأسعار.

c) الرقم القياسي التجميعي البسيط للكميات.

d) الرقم القياسي النسبي البسيط للكميات.

2- فيما يلي جدول يبين أسعار وكميات مبيعات مجموعة من السلع في عامي 2000, 2003.

كمية المبيعات		سعر الوحدة بالدينار		السلعة
عام 2003	عام 2000	عام 2003	عام 2000	
250	300	52	40	a
480	400	32	28	b
560	500	27	21	c
770	700	18	16	d
1000	800	232	36	e

احسب ما يلي باعتبار عام 2000 هو عام الأساس:

a) رقم لاسبير للأسعار.

b) رقم باش للأسعار.

c) رقم فشر للأسعار.

d) رقم مارشال للأسعار.

3- الجدول التالي يمثل أسعار وكميات خمس سلع في عامي1999,2002.

السلعة	سعر الوحدة بالدينار		الكمية	
	عام 1999	عام 2002	عام 1999	عام 2002
a	10	20	30	40
b	18	20	22	24
c	40	45	50	55
d	10	11	12	13
e	9	13	17	19

احسب ما يلي باعتبار عام 1999 هي سنة الأساس:

a) رقم لاسبير للكميات.

b) رقم باش للكميات.

c) رقم فشر للكميات.

d) رقم مارشال للكميات.

4- إذا كان لدينا سلعتين كالعدس والقمح. وكان سعر العدس في سنة المقارنة ضعف ما كان عليـه في سنة الأساس والكمية المستهلكة من العدس نصف ما كانت عليه في سنة الأساس، ولم يطـرأ تغـير على السعر والكمية ما بين سنة المقارنة والأساس للقمح. فما هو الرقم القياسي للأسـعار والمـرجح بالكميات؟

5- ما هو الرقم القياسي لسلعة ما في سنة 2005 مقارنة بنفس السنة؟

6- الجدول التالي يبين أسعار وكميات السيارات المباعة لدى تاجر سيارات في الفترة 1995-1997: