السلعة	سعر السيارة بالدينار			عدد السيارات المباعة		
	1995	1996	1997	1995	1996	1997
a	7000	8000	8200	20	30	45
b	10000	14000	14000	40	35	50
c	25000	32000	34000	15	20	30

احسب باعتبار عامي 1995,1996 هما الأساس:

a) الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار والكميات.

b) الرقم القياسي النسبي البسيط للأسعار والكميات.

c) رقم لاسبير للأسعار.

d) رقم باش للأسعار.

e) رقم فشر للأسعار.

تحسب قيمة سنة الأساس هنا على أنها الوسط الحسابي لسنتي 1995,1996.

7- إذا كان رقم لاسبير للأسعار يساوي 110%. ورقم فشر للأسعار يساوي 115%. أوجد رقم باش للأسعار؟

8- إذا كانت الأجور اليومية لثلاثة عمال سنة 2004 هي بالدينار 6,5,7وكانت الأرقام القياسية المقابلة للأجور اليومية لهؤلاء العمال 120,100,87.5 على الترتيب باعتبار سنة 2003 هي الأساس. جد معدل الأجور اليومية لهؤلاء العمال سنة 2003؟

9- إذا كان معدل تكاليف المعيشة ومعدل دخل الفرد في عام 1995 هو (100) ديناراً، (180) ديناراً شهرياً على الترتيب وأصبح في عام 2000(350) ديناراً، (250) ديناراً. فما هي القوى الشرائية لدخل الفرد في عام 2000 باعتبار عام 1995 هو الأساس. (فسر إجابتك).

10- الجدول التالي يمثل معدل أسعار وعدد الأسهم المباعة لأربع شركات بين شهري آب وتموز من عام 1997.

الشركة	سعر السهم بالدينار		عدد الأسهم المباعة	
	آب	تموز	آب	تموز
الأردنية	1	1.25	1000	500
الوطنية	x	0.8	2000	1500
العربية	2	2.5	200	300
الدولية	1.5	y	1300	1300

إذا كان رقم لاسبير للأسعار = 100.95%، ورقم باش للأسعار = 101.12% أوجـد سـعر سـهم الشركة الوطنية في شهر آب من عام 1997، وسعر سهم الشركة الدولية في شهر تموز من عـام 1997.

9

الوحدة التاسعة

السلاسل الزمنية

Time Series

السلاسل الزمنية
Time Series

المقدمة

إذا أخذنا كميات المطر في أحد أشهر الشتاء لعدة سنوات متتالية فإن هذه الكميات تشكل سلسلة زمنية، ومن هذه السلسلة الزمنية يمكن التنبؤ بكمية المطر في ذلك الشهر لسنوات لاحقة بناء على بيانات السنوات السابقة.

تعريف:

السلسلة الزمنية هي مجموعة مشاهدات أخذت على فترات زمنية متلاحقة ويفضل تساوي الفترات الزمنية التي تأخذ فيها المشاهدات.

من الأمثلة على السلاسل الزمنية: أخذ كمية الفوسفات التي يصدرها الأردن سنويا في سنوات متتالية، مبيعات أحد المتاجر لمدة عشرة أعوام متتالية.

من استعمالات السلاسل الزمنية:

a) التنبؤ بالمستقبل باستعمال البيانات الإحصائية التي أخذت في الماضي.
b) اكتشافات الدورات التي تتكرر فيها البيانات.
c) اكتشاف الطفرات الاقتصادية التي تحصل في زمن ما.

تمثيل السلسلة الزمنية بيانياً **Graphs of time series**

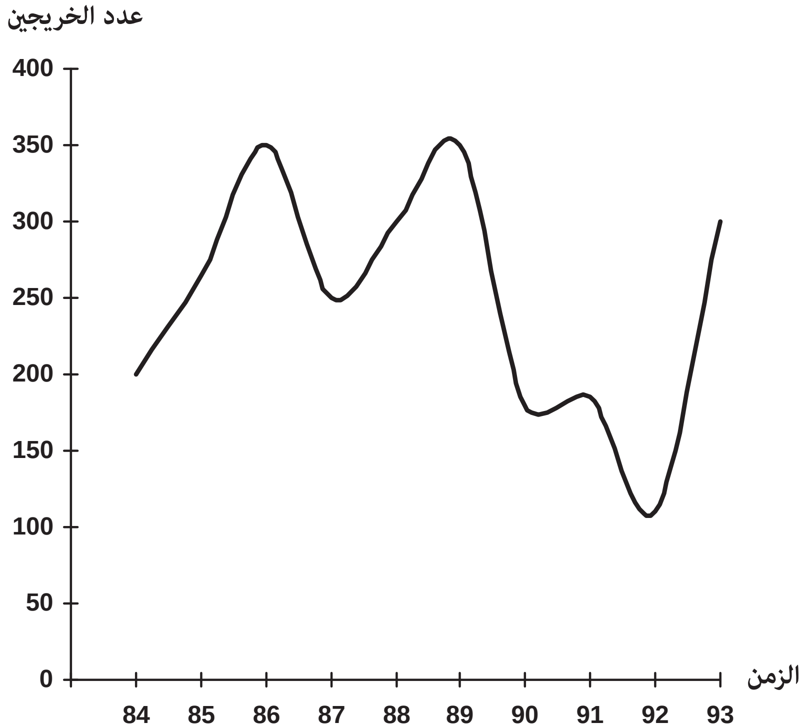
يمكن تمثيل السلسلة الزمنية بيانياً بتعيين أزواج مرتبة (الزمن، قيمة الظاهرة) في المستوى البياني ثم توصيل تلك النقاط. ويسمى المنحنى الناتج المنحنى التاريخي (Historical curve) للسلسلة الزمنية.

مثال:

ارسم المنحنى التاريخي الذي يمثل السلسلة الزمنية لعدد خريجي إحدى كليات المجتمع خلال السنوات 1984-1993.

السنة	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993
عدد الخريجين	200	265	350	250	300	350	180	185	110	300

الحل:



معامل الخشونة والمتوسطات المتحركة

Roughness Coefficient and moving average

إذا نظرنا إلى المنحنى التاريخي للسلسلة الزمنية في المثال السابق لأعداد الخريجين من إحدى كليات المجتمع، نرى أنها ترتفع في بعض السنوات وتنخفض في سنوات أخرى وهذا التذبذب يسمى خشونة السلسلة الزمنية ولحساب خشونة سلسلة زمنية ما نستخدم مقياس يسمى معامل الخشونة (R.C):

$$R.C=\frac{\sum_{i=2}^{n}\left(x_i-x_{i-1}\right)^2}{\sum_{i=2}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^2}$$

حيث xi: المشاهدة رقم(i) في السلسلة الزمنية.

وكلما قل معامل الخشونة كانت السلسلة ملساء أكثر.

مثال:

احسب معامل الخشونة للسلسلة.

9, 0, 3, 9, 6, 3, 9, 0, 6

الحل:

في البداية نجد الوسط الحسابي للسلسلة

$$\bar{x}=\frac{6+0+9+3+6+9+3+0+9}{9}=5$$

$$\sum_{i=2}^{9}\left(x_i-x_{i-1}\right)^2=(0-6)^2+(9-0)^2+(3-9)^2+(6-3)^2+(9-6)^2$$

$$+(3-9)^2+(0-3)^2++(9-0)^2$$

$$=36+81+36+9+9+36+9+81$$

$$=297$$

$$\sum_{i=2}^{9}\left(x_i-\bar{x}\right)^2=(0-5)^2+(9-5)^2+(3-5)^2+(6-5)^2$$

$$(9-5)^2+(3-5)^2+(0-5)^2+(9-5)^2$$

$$=25+16+4+1+16+4+25+16$$

$$=107$$

$$R.C=\frac{297}{107}=2.78$$

نرى هنا أن معامل الخشونة كبير نسبياً ولذلك تكون الدراسة الإحـصائية التـي يمكـن أن تجـرى على هذه السلسلة غير دقيقة النتائج وسيكون تحليلها صعب نوعا ما.

ولذلك لا بد من تقليل معامل الخشونة وذلك عن طريق إيجاد معدلات متحركة بطـول محـدد لتكون سلسلة أخرى أقل تذبذبا.

فإذا أردنا إيجاد معدلات متحركة بطول (m) سنرمز له بالرمز $\overline{M}av(m)$ فإن هذا المعدل يكون

$$\overline{M}av(m) = \frac{X_r + X_{r+1} + \dots + X_{r+(m-1)}}{m} \qquad r = 1,2,3,\dots$$

فمثلاً إذا أردنا إيجاد معدل متحرك للسلسلة السابقة بطول (3) فإن هذا المعدل يكون

$$\overline{M}av(3) = \frac{X_r + X_{r+1} + X_{r+2}}{3}$$

وبالتالي نجد عناصر السلسلة الجديدة وهي

$$\frac{X_1 + X_2 + X_3}{3} = \frac{6+0+9}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

$$\frac{X_2 + X_3 + X_4}{3} = \frac{0+9+3}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

$$\frac{X_3 + X_4 + X_5}{3} = \frac{9+3+6}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

$$\frac{X_4 + X_5 + X_6}{3} = \frac{3+6+9}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

$$\frac{X_5 + X_6 + X_7}{3} = \frac{6+9+3}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

$$\frac{X_6 + X_7 + X_8}{3} = \frac{9+3+0}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

$$\frac{X_7 + X_8 + X_9}{3} = \frac{3+0+9}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

وبالتالي تصبح السلسلة الجديدة هي:

5, 4, 6, 6, 6, 4, 4

ولحساب معامل الخشونة لهذه السلسلة سيكون وسطها الحسابي هو:

$$\overline{X} = \frac{5+4+6+6+6+4+4}{7} = \frac{35}{7} = 5$$

ويكون معامل الخشونة R.C هو:

$$R.C = \frac{\sum_{i=2}^{7}\left(x_i - x_{i-1}\right)^2}{\sum_{i=2}^{7}\left(x_i - \overline{x}\right)^2}$$

$$\sum_{i=2}^{7}\left(x_i - x_{i-1}\right)^2 = (4-5)^2 + (6-4)^2 + (6-6)^2 + (6-6)^2 + (4-6)^2 + (4-4)^2$$

$$= 1 + 4 + 0 + 0 + 4 + 0$$

$$= 9$$

$$\sum_{i=1}^{7}\left(x_i - \overline{x}\right)^2 = (5-5)^2 + (4-5)^2 + (6-5)^2 + (6-5)^2 + (6-5)^2 + (4-5)^2 + (4-5)^2$$

$$= 0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$$

$$= 6$$

$$\therefore R.C = \frac{9}{6} = 1.5$$

ملاحظة: عدد الأوساط المتحركة بطول (m) هو k=n-(m-1)

حيث n عدد مفردات السلسلة الأصلية

K عدد الأوساط المتحركة

مركبات السلاسل الزمنية

السلسلة الزمنية تتكون من أربع مركبات هي:

1- مركبة الاتجاه (Secular Trend): وتمثل الاتجاه للسلسلة ويكون التقدير الأفضل لها عن طريق معادلة خط انحدار قيمة الظاهرة x على الزمن t.

2- مركبة الدورة (Cyclical movements): تمثل فترة تغير البيانات لمدة طويلة قد تزيد عن السنة.

3- المركبة الفصلية (Seasonal movements): وهي التغيرات المنتظمة التي تظهر في الفصول والفصول قد تكون ربع سنوية أو شهرية أو أسبوعية.

4- مركبة الخطأ (أو المركبة العشوائية)(Irregular or random movements) : تصف ما تبقى من العوامل التي لم تدخل في المركبات السابقة كالرواج الاقتصادي غير المتوقع في إحدى سنوات السلسلة الزمنية أو الركود نتيجة لكوارث.

ويقصد بتحليل السلسلة الزمنية هو إظهار تأثير إحدى المركبات السابقة بعد إلغاء تأثير المركبات الأخرى.

تقدير مركبة الاتجاه **(Estimation of secular trend)**

تقدر مركبة الاتجاه بعدة طرق منها:

a- طريقة المربعات الصغرى (Least squares method)

وهي إيجاد معادلة خط انحدار قيمة الظاهرة (x) على الزمن (t) وتسمى معادلة الاتجاه العام (Equation of trend).

وهي

$$\mathbf{x = a\,t + b}$$

حيث

$$a=\frac{\sum_{i=1}^{n} t_i x_i - n\bar{t}\bar{x}}{\sum_{i=1}^{n} t_i^2 - n(\bar{t})^2}$$

$$b = \bar{x} - a\bar{t}$$

قيمة الظاهرة :x

الزمن : t

عدد قيم الظاهرة :k

وبعد إيجاد معادلة الاتجاه العام يمكن تقدير قيم الظاهرة عن طريقها.

مثال:

الجدول التالي يمثل إنتاج أحد المصانع بآلاف الدنانير في الفترة (1980-1989):

السنة	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989
الإنتاج	200	235	195	210	245	200	220	260	230	245

أوجد معادلة الاتجاه العام ثم اكتب الإنتاج التقديري للمصنع في جميع السنوات؟

الحل:

لسهولة التعامل نعطي السنوات ترقيم من 1 إلى 10 (أي نطرح 1979 من كل سنة) ونجد معادلة الاتجاه العام

x = a t + b

الزمن t	الإنتاج x	xt	t2
1	200	200	1
2	235	470	4
3	195	585	9
4	210	840	16
5	245	1225	25
6	200	1200	36
7	220	1540	49
8	260	2080	64
9	230	2070	81
10	245	2450	100
55	2240	12660	385

$$\bar{x} = 224 \ , \ \bar{t} = 5.5$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i t_i - k\bar{x}\bar{t}}{\sum_{i=1}^{k} t_i^2 - k(\bar{t})^2}$$

$$= \frac{12660 - 10(224)(5.5)}{385 - 10(5.5)^2}$$

$$= 4.12$$

$$b = \bar{x} - a\bar{t}$$

$$= 224-(4.12)(5.5)$$

$$= 201.34$$

وتكون معادلة الاتجاه العام هي:

$$x = 4.12(t) + 201.34$$

ولتقدير إنتاج المصنع نطبق في معادلة الاتجاه العام.

فمثلاً عندما $t = 1$ فإن $x = 4.12(1) + 201.34$

$$= 205.46$$

عندما $t=2$ فإن $x = 4.12(2) + 201.34$

$$= 209.58$$

ونستمر هكذا حتى نحصل على كل القيم المقرة لـ x فنحصل على العمود التالي:

قيمة x المقدرة	الزمن t
205.46	1
209.58	2
213.7	3
217.82	4
221.94	5
226.06	6
230.18	7
234.3	8
238.42	9
242.54	10

مثال:

الجدول التالي يمثل الإنتاج الصناعي لإحدى الدول بملايين الدولارات في الفترة (1974-1980)

السنة	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980
الإنتاج الصناعي	101	95	104	108	106	111	117

1- أوجد معادلة الاتجاه العام.

2- قدر الإنتاج الصناعي لكل سنة.

3- ما هو الإنتاج المتوقع للدولة سنة 1985.

الحل:

الزمن t	الإنتاج x	tx	t2
1	101	101	1
2	95	190	4
3	104	312	9
4	108	432	16
5	106	530	25
6	111	666	36
7	117	819	49
28	742	3050	140

1) $\bar{x} = \frac{742}{7} = 106$

$$\bar{t} = \frac{28}{7} = 4$$

$$a = \frac{\sum xt - k\bar{x}\bar{t}}{\sum t^2 - k(\bar{t})^2}$$

$$= \frac{3050 - (7)(106)(4)}{140 - 7(4)^2} = 2.93$$

$$b = \bar{x} - a\bar{t}$$

$=106 - (2.93)\ (4)$

$= 94.3$

∴ معادلة خط الانحدار (معادلة الاتجاه العام) هي

$$x = 2.93t+94.3$$

2- لإيجاد الإنتاج الصناعي المقدر نعوض في المعادلة السابقة للحصول على الجدول:

السنة	الزمن t	الإنتاج الصناعي المقدر
1974	1	97.23
1975	2	100.16
1976	3	103.09
1977	4	106.02
1978	5	108.95
1979	6	111.88
1980	7	114.81

3- سنة 1985 تقابل الترتيب $t = 12$

فيقدر الإنتاج $x = (2.93)\ (12) + 94.3$

$= 129.43$ million $

b- طريقة التمهيد باليد (Free hand method)

وتتم هذه الطريقة برسم خط مستقيم متوافق مع نقاط المنحنى التاريخي للسلسلة الزمنية، وهي طريقة تعتمد على مهارة الذي يرسم ذلك المستقيم، ولذلك تعتبر طريقة غير دقيقة.

وبعد رسم المستقيم نجد معادلته عن طريق نقطتين عليه.

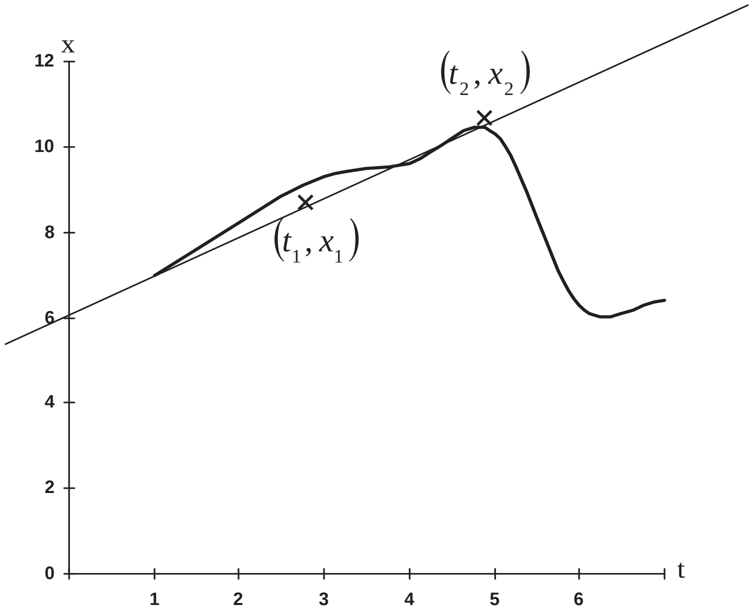
وتكون معادلة المستقيم هي معادلة الاتجاه العام.

مثال:

الجدول التالي يمثل ميزانية التعليم العالي بملايين الدنانير للفترة (1992-1986)

الزمن t	موازنة الوزارة	السنة
1	7	1986
2	8.2	1987
3	9.3	1988
4	9.6	1989
5	10.3	1990
6	6.3	1991
7	6.4	1992

a) جد معادلة الاتجاه؟
b) قدر ميزانية الوزارة في كل سنة من سنوات الجدول؟



نجد في البداية ميل الخط المستقيم وهو:

$$m = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{10-8}{4.5-2.3} = \frac{2}{2.2} = 0.91$$

وتكون معادلة خط المستقيم هي:

(x-x1) = m (t-t1)

(x-8) = 0.91(t-2.3)

x-8 = 0.91t-2.09

$\therefore$ x=0.91t + 5.91 (معادلة الاتجاه العام)

السنة	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992
الميزانية المقدرة	6.82	7.73	8.64	9.55	10.46	11.37	12.28

C- طريقة نصف السلسلة(Semi-averages method)

وتتم هذه الطريقة بقسم السلسلة إلى نصفين متساويين نجد الوسط الحسابي للنصف الأول بحيث تشكل نقطة في المستوى البياني، الإحداثي الأفقي لها هو الوسط

الحسابي لقيم الزمن $(\bar{t}_1)$ والإحداثي العمودي هو الوسط الحسابي لقيم الظاهرة $(\bar{x}_1)$ في ذلك النصف، ونقوم بنفس العملية للنصف الآخر فنحصل على نقطتين هما $(\bar{t}_1,\bar{x}_1),(\bar{t}_2,\bar{x}_2)$ ثم نجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطتين السابقتين وتكون هي معادلة الاتجاه العام.

مثال:

الجدول التالي يمثل أعداد الطلبة بآلاف والذين يدرسون خارج الأردن خلال الفترة (1993-1988).

السنة	1988	1989	1990	1991	1992	1993
عدد الطلبة بالآلاف	36	35.6	32.8	35.8	35	31.9

الحل:

السنة	أعداد الطلبة	الزمن t	متوسط الزمن t	متوسط أعداد الطلبة x
1988	36	1		
1989	35.6	2	$\bar{t}_1=2$	$\bar{x}_1=34.8$
1990	32.8	3		
1991	35.8	4		
1992	35	5	$\bar{t}_2=5$	$\bar{x}_2=34.23$
1993	31.9	6		

نجد ميل الخط المستقيم

$$m=\frac{\bar{x}_2-\bar{x}_1}{\bar{t}_2-\bar{t}_1}=\frac{34.23-34.8}{5-2}$$

$$= -0.19$$

معادلة الخط المستقيم

$$x-\bar{x}_1 = m(t-\bar{t}_1)$$

$$x - 34.8 = -0.19\ (t-2)$$

$$x - 34.8 = -0.19t + 0.38$$

$x = -0.19t + 35.18$

وتكون معادلة الاتجاه العام هي: $x = 35.18 - 0.19t$

سؤال: في المثال السابق اكتب أعداد الطلبة المقدرة لكل سنة من السنوات 1993-1988.

ملاحظة:

إذا كان عدد عناصر السلسلة فردي فإننا نحذف القيمة الموجودة في منتصف السلسلة ونأخذ الأوساط للقيم المتبقية، فمثلاً إذا كان عدد عناصر السلسلة (9) فإننا نأخذ المتوسط لأول أربع قيم والمتوسط لآخر أربع قيم ونحذف القيمة الخامسة.

d- طريقة المتوسطات المتحركة (Moving averages method)

تتلخص هذه الطريقة بإيجاد الأوساط (المتوسطات) المتحركة بطول مناسب للسلسلة الزمنية فينتج لدينا سلسلة زمنية أخرى من المتوسطات المتحركة.

ويكون أثر الاتجاه العام فيها ظاهراً بشكل أفضل من السلسلة الزمنية الأصلية. ثم نقدر الاتجاه العام بإحدى الطرق آنفة الذكر.

مثال:

الجدول التالي يمثل أعداد الطلبة بآلاف والمسجلين في إحدى كليات المجتمع خلال الفترة 1985-1994.

السنة	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994
عدد الطلاب بآلاف	2	3	1	4	6	3	2	3	1	2

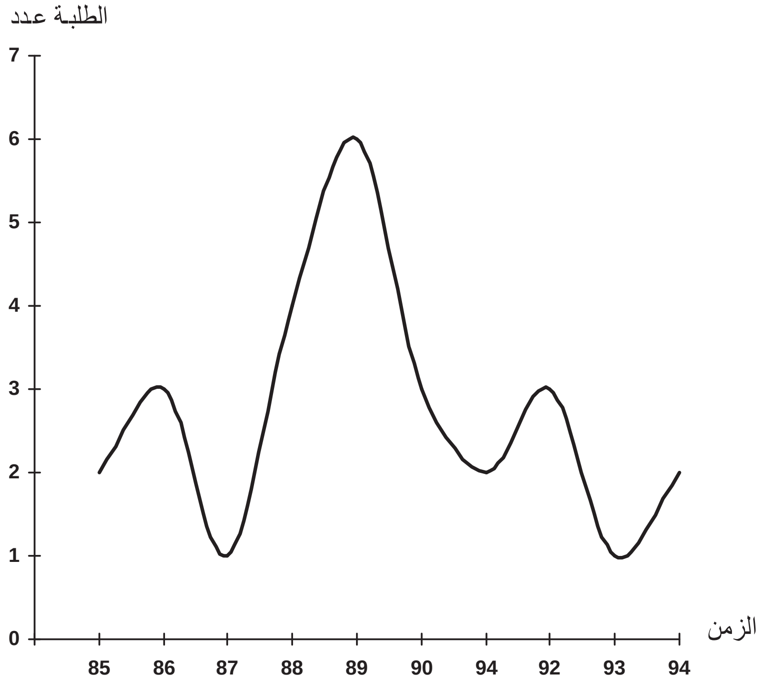
1- ارسم المنحنى التاريخي للسلسلة الزمنية.
2- أوجد معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية.

3- أوجد سلسلة المعدلات المتحركة بطول(3). وأرسم المنحنى التاريخي لها.

4- أوجد معادلة الاتجاه العام لسلسلة المعدلات المتحركة.

الحل:

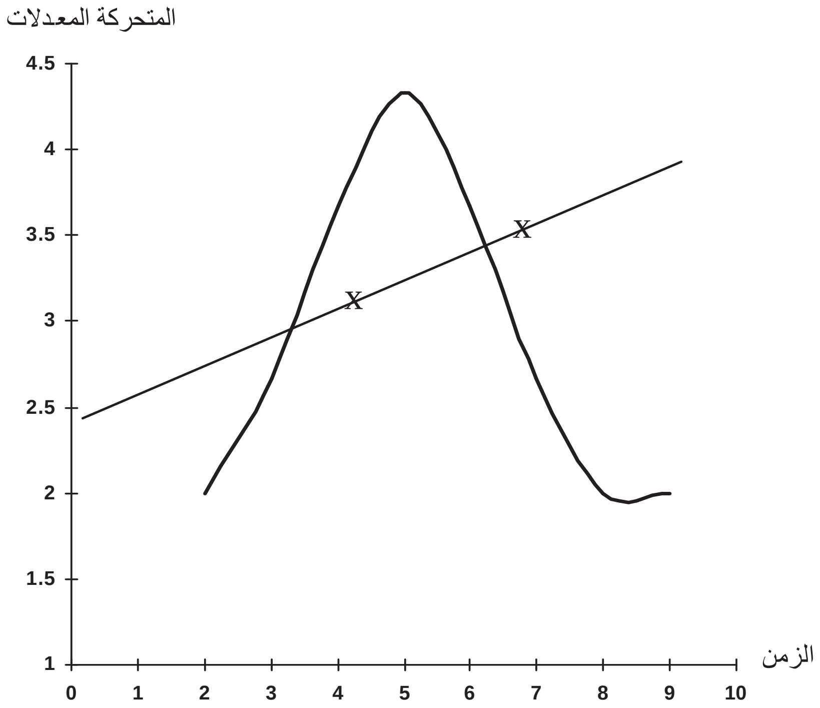
1-



2- تمرين.

3- نجد المعادلات المتحركة بطول (3) للسلسلة الزمنية.

المعدلات المتحركة	عدد الطلبة بالآلاف	السنة	الزمن t
-	2	1985	1
2	3	1986	2
2.67	1	1987	3
3.67	4	1988	4
4.33	6	1989	5
3.67	3	1990	6
2.67	2	1991	7
2	3	1992	8
2	1	1993	9
-	2	1994	10



4- نجد معادلة الاتجاه العام بطريقة التمهيد باليد ويكون أفضل خط مستقيم "يمـر بـالنقطتين (3.5,7) , (4,3) " لذلك تكون معادلة الاتجاه العام هي:

$$\frac{x-3}{t-4}=\frac{3.5-3}{7-4}$$

$$\frac{x-3}{t-4}=\frac{0.5}{3}$$

$$\frac{x-3}{t-4}=\frac{1}{6}$$

بالضرب التبادلي ينتج أن

$$6x - 18 = t - 4$$

$$6x = t + 14$$

$$\therefore \quad x = \frac{1}{6}(t+14)$$

سؤال: جد معادلة الاتجاه لسلسلة المتوسطات المتحركة بطريقة أخرى؟

ملاحظة: عند إيجاد سلسلة المتوسطات المتحركة بطول m يكون أول وسط متحـرك مقابـل وسـيط أول m من الأزمنة.

ففي مثالنا السابق لو كان الطول المتحرك 4 فيكون الوسط الحسابي المتحرك الأول مقابل وسـيط السنوات 1985، 1986، 1987، 1988 أي منتصف عام 86.

تقدير المركبة الفصلية: **Estimating Seceonal movement**

هنالك أربع طرق لتقدير مركبة الفصل وهي:

أ- طريقة النسبة المئوية للمعدل (Average percentage method)

ب- طريقة النسبة إلى الاتجاه العام (Ratio to trend method)

ج- طريقة النسبة إلى المتوسطات المتحركة (Ration to moving averages method)

د- طريقة الوصل النسبية (the link relative method)

وسنكتفي في هذا الكتاب بعرض الطريقة الأولى والتي سنوضحها في المثال التالي:

مثال:

الجدول التالي يبين المبيعات الشهرية لأحد المتاجر بمئات الدنانير للسنوات (1993-1997):

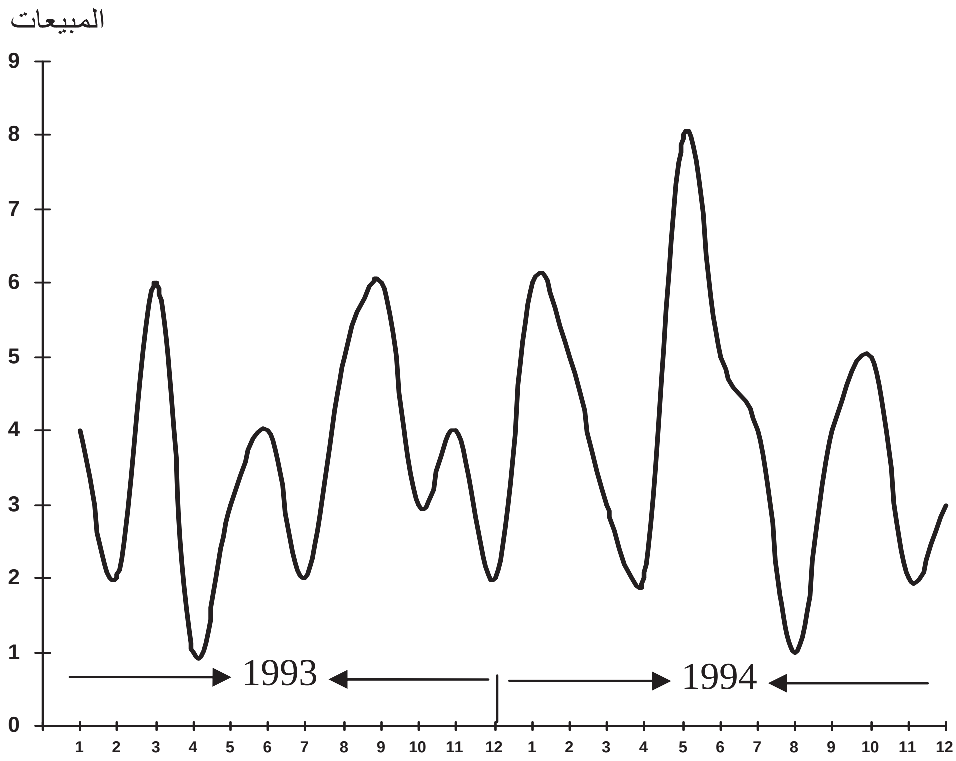
الشهر / السنة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1993	4	2	6	1	3	4	2	5	6	3	4	2
1994	6	5	3	2	8	5	4	1	4	5	2	3
1995	5	3	2	4	5	4	3	1	2	4	1	2
1996	7	6	4	3	7	6	5	4	5	6	3	4
1997	3	2	5	4	1	4	5	8	2	3	5	6

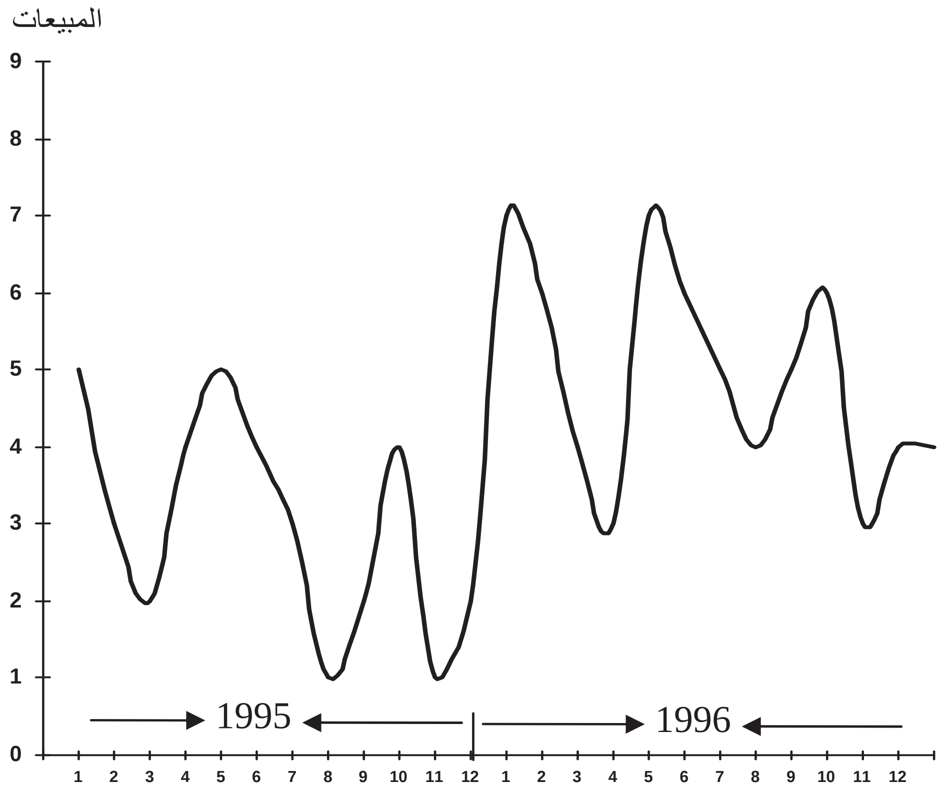
a) أرسم المنحنى التاريخي للسلسلة.

b) حلل مركبة الفصل بطريقة النسبة المئوية للمعدل.

الحل:

a- (لاحظ أن الفصل هنا عبارة عن شهر)


المبيعات
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
1993
1994
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12


المبيعات
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
1995
1996
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12