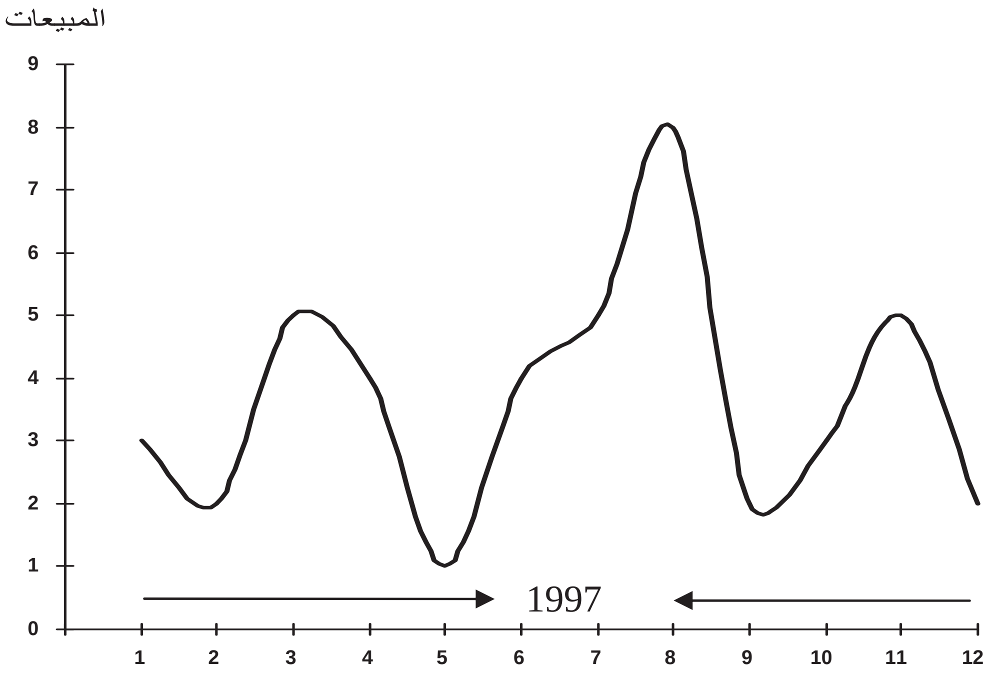

b- **أولاً: نجد المعدل الشهري (الفصلي) للمبيعات** لكل سنة على حدة والجدول التالي يبين مجموع المبيعات السنوي وكذلك معدل المبيعات الشهري لكل سنة:

المعدلات الشهرية	المجموع	السنة
3.5	42	1993
4	48	1994
3	36	1995
5	60	1996
4	48	1997

ثانياً: نجد الرقم القياسي الفصلي ويعطى بالعلاقة

$$\text{الرقم القياسي الفصلي} = \frac{\text{قيمة الظاهرة في سنة ما}}{\text{المعدل الفصلي لتلك السنة}} \times 100\%$$

وفي مثالنا هذا يكون:

$$\text{الرقم القياسي الشهري} = \frac{\text{قيمة المبيعات الشهرية في سنة ما}}{\text{المعدل الشهري لتلك السنة}} \times 100\%$$

وبتطبيق العلاقة على شهر (1) من سنة 1993 يكون:

الرقم القياسي الشهري = $\frac{4}{3.5} \times$ 100% = 114.3%

والجدول التالي يعطي الرقم القياسي للأشهر المختلفة لكل سنة:

الشهر	السنة				
	1993	1994	1995	1996	1997
1	114.3	150	166.7	140	75
2	57.1	125	100	120	50
3	171.4	75	66.7	80	125
4	28.6	50	133.3	60	100
5	85.7	200	166.7	140	25
6	114.3	125	133.3	120	100
7	57.1	100	100	100	125
8	142.9	25	33.3	80	200
9	171.4	100	66.7	100	50
10	85.7	125	133.3	120	75
11	114.3	50	33.3	60	125
12	57.1	75	66.7	80	150

ثالثاً: نجد معدل كل فصل لكافة السنوات.

أي في مثالنا نجد معدل مبيعات شهر (1) للسنوات 1997-1993 يكون:

$$\frac{114.3+150+166.7+140+75}{5}$$

$$=\frac{646}{5}$$

$$=129.2$$

والجدول التالي يبين مجموع الأرقام القياسية الشهرية لكل شهر من أشهر السنة للسنوات المختلفة ومعدلاتها:

الشهر	المجموع الشهري	المعدل
1	646	129.20
2	452.1	90.42
3	518.1	103.62
4	371.9	74.38
5	617.4	123.48
6	592.6	118.52
7	482.1	96.42
8	481.2	96.24
9	488.2	97.62
10	539	107.80
11	382.6	76.52
12	428.8	85.76
المجموع		1199.98

ملاحظات:

1- يجب أن يكون مجموع المعدلات الفصلية للسنوات المختلفة مساوياً عدد الفصول × 100 وفي مثالنا هذا كان عدد الفصول في السنة "عدد الأشهر" (12) فصلاً وبالتالي يجب أن يكون مجموع العمود الأخير =1200.

2- إذا اختلف مجموع المعدلات الفصلية للسنوات عن عدد الفصول × 100 يكون السبب في ذلك راجعاً إلى مركبة الخطأ. وإذا كان الاختلاف كبيراً يكون تأثير مركبة الخطأ كبيراً ولذلك يجب تعديل المعدلات الفصلية بضرب كل معدل في المقدار.

$$\frac{\text{عدد الفصول} \times 100}{\text{مجموع المعدلات الفصلية}}$$

وذلك حتى نقلل من تأثير مركبة الخطأ.

ففي مثالنا السابق نلاحظ أن الفرق بين 98. 1199، 1200، هو 0.02 وهو قيمة صغيرة جداً، أي يمكن إهمال تأثير مركبة الخطأ.

تمارين

-1 للسلسلة الزمنية التالية:

30، 39، 45 ، 47، 46 ، 43 ، 69 ، 57 ، 61 ، 67

أوجد ما يلي:

a) معامل الخشونة لهذه السلسلة.

b) سلسلة المعدلات المتحركة بطول 4.

c) معامل الخشونة للسلسلة الناتجة في b.

-2 الجدول التالي يمثل الكميات المصدرة لسلعة ما مقدرة بآلاف الدنانير، للفترة (1993-2002).

السنة	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
الكمية المصدرة بآلاف الدنانير	135	146	153	163	178	196	200	170	226	195

أوجد معادلة الاتجاه العام. بالطرق التالية:

a) المربعات الصغرى.

b) التمهيد باليد.

c) نصف السلسلة.

d) المتوسطات المتحركة.

-3 ما المقصود بما يلي:

1) السلسلة الزمنية.

2) معامل الخشونة.

3) تحليل السلسلة الزمنية.

4) مركبة الاتجاه العام.

4- الجدول التالي يمثل أرباح متجر ما بآلاف الدنانير في الفترة (2005-1998).

السنة	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
الأرباح	70	75	78	83	85	81	89	80

أوجد ما يلي:

a) معادلة الاتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى، ثم قدر الأرباح في الفترة (2005-1998).

b) قدر أرباح هذا المتجر في سنة 2007.

5- في السؤال السابق ارسم المنحنى التاريخي للسلسلة ثم قدر الأرباح بطريقة المتوسطات المتحركة.

6- إذا علمت أن القيمة الحقيقية لظاهرة ما هي (8) في عام 1995، 6 في عام 1998، وإذا كانت القيمة المقدرة في هذه السنوات هي 7.7 ، 5.7 على التوالي، فما هي معادلة الاتجاه العام للفترة (2000-1991)؟

7- سلسلة زمنية عدد عناصرها (157)، جد عدد الأوساط المتحركة بطول (15)؟

8- الجدول التالي يبين معدل درجات الحرارة للفصول الأربعة للسنوات 2000-1991.

السنة / الفصل	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
Spring	20	22	25	21	24	23	25	20
summer	35	32	40	33	30	37	34	38
Fall	22	20	24	27	23	30	25	26
winter	4	6	10	7	5	3	12	8

حلل مركبة الفصل باستخدام طريقة النسب المئوية للمعدل.

9- إذا كانت معدلات الأرقام القياسية الفصلية لمركبة الفصل للفصول الأربعة للسنوات (1985-1995) معطاة بالجدول التالي:

الفصل	spring	summer	Fall	winter
المعدل	150	90	125	85

قلل من تأثير مركبة الخطأ. على هذه المعدلات؟

10- الجدولان التاليان يبينان المعدل الشهري لإنتاج مصنع بآلاف القطع للسنوات (1996 – 1989)..

السنوات / الشهر	1989	1990	1991	1992
كانون الثاني	55	85	90	120
شباط	60	90	105	110
آذار	70	95	100	150
نيسان	65	120	130	140
أيار	80	100	120	140
حزيران	100	85	70	120
تموز	95	125	135	155
آب	105	120	140	150
أيلول	110	95	120	100
تشرين أول	100	60	70	65
تشرين ثاني	90	100	120	140
كانون أول	85	80	115	130

الشهر / السنوات	1993	1994	1995	1996
كانون الثاني	88	150	125	200
شباط	170	130	98	185
آذار	140	100	85	140
نيسان	135	150	140	200
أيار	190	110	123	170
حزيران	135	160	155	190
تموز	200	165	160	200
آب	195	170	165	195
أيلول	85	125	120	95
تشرين أول	80	100	95	105
تشرين ثاني	90	110	200	190
كانون أول	105	100	150	170

حلل مركبة الفصل باستخدام طريقة النسب المئوية للمعدل.

ملحق
(1)

ملحق ...رمز الجمع

رمز المجموع

(Sigma Notation)

تعريف:

إذا كان f(x) اقتران فيمكن التعبير عن

$$f(1) + f(2) + \ldots + f(n)$$

بالرمز

$$\sum_{r=1}^{n} f(r)$$

مثال:

اكتب ما يلي باستخدام رمز المجموع

a) $2 + 4 + \ldots + 20$

b) $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots+\frac{1}{128}$

c) $-1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1$

الحل:

a) $\sum_{r=1}^{10} 2r$

b) $\sum_{r=1}^{7} \left(\frac{1}{2}\right)^{r}$

c) $\sum_{r=1}^{8} (-1)^{r}$

مثال:

جد قيمة $\sum_{r=1}^{4} r^2$

الحل:

$$\sum_{r=1}^{4} r^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2$$

$$= 30$$

خصائص رمز المجموع

1) $$\sum_{r=1}^{n}\left[f(r) \mp g(r)\right] = \sum_{r=1}^{n} f(r) \mp \sum_{r=1}^{n} g(r)$$

2) $$\sum_{r=1}^{n} a\, f(r) = a\sum_{r=1}^{n} f(r)$$

3) $$\sum_{r=m}^{n} f(r) = \sum_{r=1}^{n} f(r) - \sum_{r=1}^{m-1} f(r)$$

4) $$\sum_{r=m}^{n} f(r) = \sum_{r=m-s}^{n-s} f(r+s) - \sum_{r=m+s}^{n-s} f(r-s)$$

5) $$\sum_{r=1}^{n} a = na$$

6) $$\sum_{r=m}^{n} a = (n - m + 1)a$$

مبدأ العد

إذا أمكن إجراء عملية على مرحلتين بحيث تتم الأولى بـ (n) من الطرق والثانية بـ (m)من الطرق فإن:

1- العملية تتم بـ (n×m) من الطرق.

2- المرحلة الأولى أو الثانية تتم بـ (n+m) من الطرق.

مثال:

محل تجاري لديه ثلاث أنواع من القمصان وأربعة أنواع من البنطلونات فبكم طريقة يمكن أن يختار شخص:

a) قميصاً وبنطلوناً.

b) قميصا أو بنطلوناً.

الحل:

a) $3\times4 = 12$ طريقة.

b) $3 + 4 = 7$ طرق

مضروب العدد والتوافيق

تعريف: إذا كان ن عدد طبيعياً فإن

a) مضروب العدد n هو $n! = n(n-1)\ (n-2)\ (n-3)\ \dots\ (2)\ (1)$

b) $0! = 1$

مثال:

a) $5!$ b) $\frac{9!}{7!}$ c) $(5+3)\,!$ d) $5! + 3!$

الحل:

a) $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

b) $\frac{9!}{7!} = \frac{9\times8\times7!}{7!}$

$= 72$

c) $(5+3)! = 8! = 8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1$

$= 40320$

d) $5! + 3! = 120+6$

$= 126$

تعريف: توافيق n من الأشياء مأخوذة r في كل مرة يرمز له بالرمز

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \qquad r \leq n$$

مثال: جد

a) $\binom{5}{2}$ b) $\binom{7}{3}$

الحل:

a) $$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!\times 3!}$$

$=10$

b) $$\binom{7}{3} = \frac{7!}{3!\times 4!} = 35$$

خصائص التوافيق

1) $$\binom{n}{0} = 1 \ , \ \binom{n}{n} = 1$$

2) $$\binom{n}{1} = n \ , \ \binom{n}{n-1} = n$$

3) $$\binom{n}{a} = \binom{n}{b} \Leftrightarrow a = b \ \text{ or } \ a + b = n$$

مثال:

جد حل المعادلة

$$\binom{5}{4} = \binom{5}{x^2}$$

الحل:

$\chi^2 = 4$

$\Rightarrow x = \pm 2$

$\chi^2 + 4 = 5 \qquad \Rightarrow \qquad x^2 = 1$

$\Rightarrow \qquad x = \pm 1$

الوسط التوافقي والوسط الهندسي

تعريف: إذا كانت $x_1, x_2, \ldots , x_n$ مجموعة من المشاهدات فإن:

a) الوسط الهندسي لهذه المشاهدات

$$\overline{X}_g = \sqrt[n]{x_1 x_2 \ldots x_n}$$

b) الوسط التوافقي لهذه المشاهدات

$$\overline{X}_h = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \ldots + \frac{1}{x_n}}$$

$$= \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i}}$$

ملاحظة: باستخدام قوانين اللوغريتمات يمكن كتابة العلاقة الموجودة في الفرع a من التعريف على الصورة

$$Ln\ \overline{X}_g = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \ln x_i$$

مثال:

جد الوسط الهندسي والوسط التوافقي للمشاهدات

2 ، 4 ، 8

الحل:

$$\overline{X}g = \sqrt[3]{2 \times 4 \times 8}$$

$= 4$

$$\overline{X}_h = \frac{3}{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}}$$

$$= \quad \overline{X}g = \sqrt[3]{2\times4\times8}$$

= 3.43

العمليات على المجموعات وقوانينها

إذا كانت A ، B مجموعتين فإن

a) $A \cup B = \{x: x \in A \quad \text{or} \quad x \in B\}$

b) $A \cap B = \{x: x \in A \text{ and } x \in B\}$

c) $A - B = \{x: x \in A \text{ and } x \notin B\}$

d) $\overline{A} = U - A$

حيث U هي المجموعة الكلية وهي أكبر مجموعة قيد الدراسة.

تعريف:

a) A مجموعة جزئية من المجموعة B ويرمز لذلك بالرمز $(A \subset B)$إذا كان كل عنصر في A موجودا في B.

b) $A = B \Leftrightarrow A \subset B \text{ and } B \subset A$

c) المجموعة الخالية هي تلك المجموعة التي لا يوجد فيها أي عنصر ويرمز لها بالرمز ϕ أو $\{\ \}$.

مثال:

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$A = \{1,2,4\}$, $B = \{4,5,6\}$

أوجد

1) $A \cup B$ 2) $A \cap B$ 3) $A - B$

4) $\overline{A}$ 5) $\overline{A} \cap \overline{B}$ 6) $\overline{A \cap B}$

الحل:

1) $A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 6\}$

2) $A \cap B = \{4\}$

3) $A - B = \{1,2\}$

4) $\overline{A} = \{3,5,6\}$

5) $\overline{A} \cap \overline{B} = \{3,5,6\} \cap \{1,2,3\}$

$= \{3\}$

6) $\overline{A \cap B} = \{\ \}$

أهم قوانين المجموعات

1) $A \cup A = A$

2) $A \cap A = A$

3) $A \cup B = B \cup A$

4) $A \cap B = B \cap A$

5) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

6) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

نظرية:

إذا كانت A ، Bمجموعتين ، $A \subset B$ فإن

a) $A \cap B = A$

b) $A \cup B = B$

تعريف: مجموعة القوى للمجموعةA يرمز لها بالرمز P(A) وتكون

$P(A) = \{X : X \subset A\}$

ويكون

$\#(P(A)) = 2^{\#(A)}$

مثال:

إذا كانت $A = \{1,2,3\}$

الحل:

$$P(A) = \{\phi , \{1\} ,\{2\} , \{3\} , \{1,2\} , \{1,3\}, \{2,3\} , A\}$$

مجموعات الأعداد

1- مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbf{N} = \{1,2,3,\ldots\}$

2- مجموعة الأعداد الصحيحة $\mathbf{Z} = \{\ldots,-2,-1,0,1,2,\ldots\}$

3- مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbf{R} = (-\infty,\infty)$