الحل:

1) $X(\Omega) = \{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$

2) $$E(X) = \sum_{x=2}^{12} Xf(x)$$

$$= (2)\left(\frac{1}{36}\right) + (3)\left(\frac{6}{36}\right) + (4)\left(\frac{3}{36}\right) + (5)\left(\frac{4}{36}\right)$$

$$+ (6)\left(\frac{5}{36}\right) + (7)\left(\frac{6}{36}\right) + (8)\left(\frac{5}{36}\right) + (9)\left(\frac{4}{36}\right)$$

$$+ (10)\left(\frac{3}{36}\right) + (11)\left(\frac{2}{36}\right) + (12)\left(\frac{1}{36}\right)$$

$$= 7$$

3) Exercise

تمرين:

في تجربة رمـي حجـري الـنرد، إذا عرّفنـا المتغـير العـشوائي X عـلى أنـه الفـرق المطلـق للـوجهين الظاهرين.

احسب $E(X)$ ، $\sigma^2(x)$

مثال:

محل لبيع الألبسة يربح في الأيام العادية عشرة دنـانير في اليـوم، وفي الأيـام شـديدة الـبرد يخـسر خمسة دنانير، وفي أيام المواسم يربح مائة ديناراً.

فإذا علمت أن النسبة المئوية للأيام العادية وشـديدة الـبرد والمواسـم هـي عـلى الترتيـب 60% ، 10%، 30% . فإذا اختير أحد الأيام عشوائياً (Randomly). احسب توقع ربحه في ذلك اليوم.

الحل:

X	10	-5	100	Total
F(x)	0.6	0.1	0.3	1

Xf(x)	6	-0.5	30	35.5

توقع ربحه في ذلك اليوم = 35.5 دينار

نظرية: إذا كان X متغيراً عشوائياً فإن

$$\boldsymbol{E(ax+b) = aE(x) + b}$$

حيث a,b عددان حقيقيان.

البرهان **(Proof)**

$$E(ax+b) = \sum_{x\in X(\Omega)} (ax+b) f(x)$$

$$= a \sum_{x\in X(\Omega)} Xf(x) + b \sum_{x\in X(\Omega)} f(x)$$

$$= aE(X) + b(1)$$

$$= aE(X) + b$$

مثال

إذا كان X متغيراً عشوائياً وكان E(X)= 5

احسب E (3X+1)

الحل:

$$E(3X+1) = 3E(x)+1$$

$$= 3(5) + 1$$

$$= 16$$

المتغير العشوائي المتصل **(Continuous Random Variable)**

تعريف: المتغير العشوائي المتصل X هو متغير عشوائي يكون مداه $X(\Omega)$ يحوي فترة .

ويدعى الاقتران f(x) اقتران كثافة احتمالية (Probability density function) للمتغير العشوائي X إذا كان.

1) $f(x) \geq 0 \qquad \forall x \in X(\Omega)$

2) $\int_{X(\Omega)} f(x)\, dx = 1$

مثال:

إذا كان X متغيراً عشوائياً مداه الفترة [0,4] وكان $f(x)=\frac{1}{8}x$. بين أن f(x) اقتران كثافة احتمالية (p.d.f).

الحل:

$f(x)\geq 0$ لكل x في الفترة [0,4]

$$\int_0^4 f(x)dx=\int_0^4 \frac{1}{8}xdx$$

$$=\frac{1}{16}X^2\Big]_0^4$$

$$=1$$

$\therefore$ f(x) هو اقتران كثافة احتمالية (p.d.f)

مثال:

إذا كان $f(x)=Ae^{-x}$ فجد قيمة A التي تجعل f(x) اقتران كثافة احتمالية (p.d.f) للمتغير العشوائي X الذي يأخذ قيم في $(0,\infty)$.

الحل:

$$\int_0^\infty Ae^{-x}dx=1$$

$$\Rightarrow \lim_{L\to\infty}\int_0^L Ae^{-x}dx=1 \quad \text{(improper integral)}$$

$$\Rightarrow \lim_{L\to\infty}\left(-Ae^{-x}\Big]_0^L\right)=1$$

$$\Rightarrow \lim_{L\to\infty}\left(-Ae^{-L}+A\right)=1$$

$$\Rightarrow 0+A=1 \quad \Rightarrow \quad A=1$$

تعريف:

إذا كان X متغير عشوائياً لا متصلاً مداه X(Ω) واقتران كثافته الاحتمالية f(x) فإن

1) توقع المتغير العشوائي X هو:

$$E(X) = \int_{x(\Omega)} X f(x) dx$$

2) العزم (K) للمتغير العشوائي X هو

$$E(X^k) = \int_{\Omega} X^k f(x) dx$$

التباين (Variance) للمتغير العشوائي المتصل (X) هو

$$\sigma^2_{(x)} = E\left(X^2\right) - \left(E(x)\right)^2$$

والجذر التربيعي للتباين $\sigma = \sqrt{E\left(X^2\right) - \left(E(x)\right)^2}$ يسمى الانحراف المعياري.

مثال:

إذا كان X متغيراً عشوائياً اقتران كثافته الاحتمالية

$$f(x) = \frac{1}{8} x \ , \ x \in [0,4]$$

احسب:

1) $E(x)$

2) $E(x^2)$

3) $\sigma^2 (x)$

الحل:

1)
$$E(X) = \int_0^4 x . \frac{1}{8} x dx$$

$$= \frac{1}{8} \int_0^4 x^2 dx$$

$$= \frac{1}{24}\int_0^4 x^3 \Big]_0^4$$

2)
$$E(X^2) = \int_0^4 x^2 . \frac{1}{8} X dx$$

$$= \frac{1}{8}\int_0^4 x^3 dx$$

$$= \frac{1}{32}\int_0^4 x^4 \Big]_0^4$$

$$\therefore E(x^2) = \frac{256}{32}$$

$= 8$

3)
$$\sigma^2(x) = E(X^2) - E^2(X)$$

$$= 8 - \left(\frac{8}{3}\right)^2$$

$$= 8 - \frac{64}{9}$$

$$= \frac{8}{9}$$

تمريـــن:

للمتغير العشوائي X والذي يأخذ قيمة في الفترة $(0,\infty)$ واقتران كثافة الاحتمالية $f(x)=e^{-x}$. احـسب:

variance (x)

نظرية:

إذا كان X متغيراً عشوائياً متصلاً فإن

$E(aX+b) = aE(X) + b \quad \forall a,b \in R$

مثال:

إذا كان X متغيراً عشوائياً متصلاً حيث E(X) = 3

احسب E(Y) حيث Y = 5X-1

الحل:

$$E(Y) = E(5X - 1)$$

$$= 5\,E(X) - 1$$

$$= (5)\,(3) - 1$$

$$= 14$$

تعريف:

إذا كان X متغيراً عشوائياً متصلاً، اقتران كثافـة الاحتماليـة f(x) (p.d.f) فـإن احـتمال أي فـترة مـن الفترات [a,b] ، [a,b) ، (a,b] ، (a,b)

يساوي

$$P(a \le X \le b) = \int_a^b f(x)dx$$

أي أن

$$P(a \le X \le b) = P\,(a < X \le b)$$

$$= P(a \le X < b)$$

$$= P(a < X < b)$$

ملاحظة:

احتمال أي مجموعة منتهية لمتغير عشوائي متصل يساوي صفراً.

مثال:

إذا كان X متغيراً عشوائياً متصلاً يأخذ قيمة في الفترة $[0,\infty)$ واقتران كثافته الاحتمالية هو

$f(x) = e^{-x}$

احسب:

1. $P(0 \leq X < 1)$

2. $P(\left| X \right| < 2)$

3. $P\ \{0,1,2\}$

الحل:

1) $$P(0 \leq X < 1) = \int_0^1 e^{-x} dx$$

$$= -e^{-x} \Big]_0^4$$

$= -e^{-1} + 1$

$= 0.632$

2) $$P(\left|X\right| < 2) = P(-2 < x < 2)$$

$= P(0 \leq x < 2)$

$$= \int_0^2 e^{-x} dx$$

$= 0.865$

3) $P\{0,1,2\} = 0$

تمارين

-1 إذا كان $P(E_1)=\frac{2}{15}$ ، $P(E_2)=\frac{4}{15}$ وكان E_1 ، E_2 حادثين منفصلين (disjoint event).
جد $P(E_1 \cup E_2)$ ؟

-2 إذا كـــان E_1 ، E_2 حـــادثين مـــستقلين (Independent events) $P(E_1)=0.15$ ، $P(E_2)=0.4$ فجد

a) $P(E_1 \cap E_2)$ b) $P(E_1 \cup E_2)$

c) $P(\overline{E}_1 \cap \overline{E}_2)$ d) $P(\overline{E}_1 \cup E_2)$

-3 كيس يحتوي (9) كرات سوداء، (6) كرات حمراء.سحب من الكيس كرة واحدة عشوائياً. احسب

a- احتمال أن تكون حمراء.

b- احتمال أن تكون سوداء.

c- احتمال أن تكون بيضاء.

-4 كيس يحوي (9) كرات بيضاء، (11) كرة حمراء. سحب من الكيس كرتان على التوالي دون إرجاع(without replacement) عشوائياً. احسب احتمال أن تكون:

a- الكرتان حمراوتان.

b- الكرتان مختلفتان في اللون.

-5 إذا كانت E_1 ، E_2 ، E_3 حوادث متباعدة وشاملة وكان $P(E_1) = 0.2$ ،$P(E_2) = 0.3$ ،احسب $P(E_2)$؟

-6 إذا كانت E_1 ، E_2 ، E_3 ، E_4 حوادث متباعدة وشاملة وكان

$P(E_1) = P(E_2) = 2P(E_3) = 2P(E_4)$

فأوجد $P(E_1), P(E_2), P(E_3), P(E_4)$

7- تقدم موظفان لأحد البنوك فإذا كان احتمال قبول الأول (0.7) واحتمال قبول الثاني (0.6) احسب

a- قبول الاثنين معا.

b- قبول الأول أو الثاني.

c- قبول الأول وعدم قبول الثاني.

d- عدم قبول الاثنين.

8- إذا كان ، $P(A) = 0.65$ ، $P(B)= 0.8$، $P(A \cap B) = 0.55$

a) $P(A/B)$ b) $P(B/A)$

c) $P(\overline{A}/B)$ d) $P(A \cap \overline{B})$

e) $P(A-B)$ f) $P(A/A \cup B)$

g) $P(\overline{A}/\overline{B})$

9- صندوق يحوي 9 كرات حمراء، 6 كرات سوداء، 5 كرات بيضاء، سحب من الكيس كرتان على التوالي بشكل عشوائي مع الإرجاع (with replacement) ما احتمال:

أ- أن تكون الكرة الأولى حمراء والثانية بيضاء.

ب- أن تكون الكرتان من نفس اللون.

ج- أن تكون الكرتان مختلفتان في اللون.

د- أن تكون إحدى الكرتين ليست سوداء.

10- أعد حل السؤال السابق إذا كان السحب دون إرجاع؟

11- صندوقان A، B يحوي A خمس كرات حمراء وسبع كرات سوداء. ويحوي B ثلاث كرات حمراء وأربع كرات سوداء. سحبت كرة من الصندوقA عشوائياً

ووضعت في الصندوق B، ثم سحب من الصندوق B كرتان عشوائياً دون إرجاع احسب احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان من الصندوق B:

a- حمراء ثم سوداء.

b- من نفس اللون.

12- إذا كان E_1 ، E_2 حادثين مستقلين، $P(E_1)=2P(E_2)$ ، $P(E_1 \cup E_2)=\frac{5}{8}$ احسب $P(E_1)$

13- في رحلة لطائرة من عمان إلى جدة. إذا كان احتمال نفاد تذاكر الدرجة السياحية 80% واحتمال نفاد تذاكر الدرجة الأولى 70%. واحتمال نفاد تذاكر الدرجتين معا 65%. فإذا نفدت تذاكر الدرجة الأولى فما احتمال نفاد تذاكر الدرجة السياحية؟

14- تقدم طالب لامتحانين في الرياضيات والعلوم، فإذا كان احتمال نجاحه في الرياضيات 0.7، واحتمال نجاحه في العوم إذا نجح في الرياضيات 0.8، احسب احتمال نجاحه في المادتين معا؟

15- لتحديد النسل يصف الأطباء من خلال أحد مراكز الأمومة ثلاث وسائل A، B، C لمنع الحمل. فإذا كانت نسبة اللاتي تستخدمن هذه الوسائل هي 40%، 35%، 25% على الترتيب، وكانت نسبة الفشل في استخدام هذه الوسائل (كما حددها الأطباء) هي 5%، 2%، 1% على الترتيب. اختيرت إحدى النساء عشوائياً وكانت تستخدم إحدى هذه الوسائل . احسب احتمال أن تكون قد استخدمت الوسيلة B إذا علمت أنها حامل؟

16- متحف 60% من رواد عرب والباقي أجانب. فإذا كانت نسبة الرواد الذكور من العرب 95%، ونسبة الرواد الذكور من الأجانب 20%، فإذا اختير أحد الرواد وكان عربياً فما احتمال أن تكون أنثى؟

17- سائق تكسي يحمل في جعبته ثلاثة دنانير قطع معدنية فإذا كان الدينار الأول مـن فئـة الخمـسة قروش والدينار الثاني من فئة العشرة قروش أما الثالث فكانت من فئـة الربـع دينـار. إذا سـحب السائق من الجعبة قطعتان نقديتان معا ودل المتغير العشوائي X على قيمة القطعتين، احسب:

a- مدى X.

b- التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي.

c- E(x).

اعتبر جميع الفئات النقدية لها نفس فرصة الاختيار.

18- إذا كان جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي x.

X	1	2	3
$P(X=x)$	a	2a	b

وكان E(x)= 2.2 احسب قيمة كل من a , b؟

19- إذا كان توقع ربح شخص في مسابقتين له نفس القيمة، وكانت قيمة الجـائزة الأولى (250) دينـاراً واحتمال الحصول عليها $\left(\frac{2}{5}\right)$ مما مقدار الجائزة الثانية إذا كان احتمال الحصول عليها $\frac{4}{5}$ ؟

20- إذا كـان X متغـيراً عـشوائياً يأخـذ قيمــه في المجموعــة {0,1,2} وكــان اقــتران احتمالــه هــو $f(x) = \frac{1}{5}x^2$. احسب E(x)؟

21- إذا كان X متغيراً عشوائياً يأخذ قيمه في الفترة [0,2] وكان اقتران كثافته الاحتمالية f(x)=bx-2. جد E(X)؟

22- إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X هو {(-4,a), (3,4a), (0,7a)} فجد قيمة a؟

23- صف به (10) أولاد (5) بنات. إذا اختير عشوائياً (Randomly) ثلاثة طلاب على التوالي. احسب احتمال:

a- أن يكون الأول والثاني ولدين والثالثة بنتاً.

b- أن يكون الأول والثالث ولدين والثانية بنتاً.

c- أن يكون الأول والثالث من الجنس نفسه والثاني من الجنس الآخر.

24- الصندوق A يحوي (5) كرات حمراء، (3) بيضاء، (8) زرقاء. أما الصندوق B فيحوي (3) كرات حمراء، (5) بيضاء. إذا ألقي حجر نرد منتظمة فإننا نسحب كرة من صندوق B إذا ظهر الوجه (3) أو (6). وغير ذلك نسحب كرة من الصندوق A.

a- احسب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء.

b- إذا كانت الكرة المسحوبة حمراء فما احتمال أن تكون من الصندوق A.

25- صندوق يحوي قطعتي نقد إحدهما منتظمة والأخرى على وجهيها صور. فإذا سُحب عشوائياً قطعة منها وألقيت، فإنه إذا ظهر صورة نلقي القطعة الأخرى، أما إذا ظهر كتابة فنلقي نفس القطعة مرة أخرى. احسب احتمال :

a- ظهور صورة في الرمية الثانية.

b- إذا ظهر في الرمية الثانية صورة. فما احتمال أن تكون قد ظهرت صورة في الرمية الأولى.

26- في تجربة رمي حجري النرد، إذا دلّ المتغير العشوائي X على أنه العدد الأكبر للوجهين الظاهرين، أو أحدهما إذا كانا متساويين. احسب توقع X.

27- عند إلقاء حجر نرد مرة واحدة يربح شخص مبلغاً من الدنانير مساوياً لعدد نقط الوجه الظاهر إذا كان الوجه الظاهر عدد أولي، ويخسر دنانير مساوية لعدد النقط الظاهرة على وجه حجر النرد إذا ظهر عدد غير أولي. احسب توقع ربح هذا الشخص.

28- إذا كان X متغيراً عشوائياً، اقتران كثافته الاحتمالية $f(x)=\frac{1}{6}x+a \;,\; x\in[0,3]$ احسب

a- قيمة a   b -$P(1\le X\le 2)$

c -E(X)   d -$P(X^2<4)$

e -P{1,2}   f -E(16X)

29- إذا كـان الفـضاء العينـي لتجربـة عـشوائية $\Omega=\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$، p اقـتران احـتمال بحيـث

$$P(\{a_2\})=\frac{1}{3} \text{ ، } P(\{a_2,a_4\})=\frac{1}{2} \text{ ، } P(\{a_2,a_3\})=\frac{2}{3}$$

احسب $P(\{a_1\})$

30- ستة رجال وزوجاتهم في غرفة، اختير منهم شخصين عشوائياً. احسب احتمال أن يكون الشخصين:

a- زوج وزوجته   b- مختلفين في الجنس

31- في السؤال السابق، إذا اختير أربعة أشخاص، احسب احتمال أن يكون

a- هؤلاء عائلتين "كل عائلة مكونة من زوج وزوجته".

b- لا يوجد أية عائلة بينهم.

c- بينهم عائلة واحدة فقط.

32- إذا كان A ، B مستقلين بحيث أن $P(A)=k$ ، $P(B)=k+0.2$ ، $P(A\cap B)=0.15$

a- احسب قيمة k.

b- $P(A\cup B)$

c- $P(\overline{A}/\overline{B})$

6

الوحدة السادسة

التوزيعات الاحتمالية

Probability Distributions

التوزيعات الاحتمالية

Probability Distributions

المقدمة

يسمى التوزيع الاحتمالي الذي متغير العشوائي منفصلاً توزيع احتمالي منفصل أما التوزيع الذي متغيره العشوائي متصلاً فيسمى توزيعاً احتمالياً متصلاً.

وسنتعرف في هذه الوحدة على توزيعات احتمالية مهمة منها ما هو منفصل ومنها ما هو متصل.

التوزيعات الاحتمالية المنفصلة **Discrete Probability distributions**

1- توزيع ذات الحدين **Binomial distribution**

تعالج نظرية ذات الحدين ذلك النوع من التجارب التي تتكرر عدد محدود من المرات وتكون نتيجتها في المرة الواحدة أما نجاح أو فشل.

نظرية:

إذا أجريت تجربة (n) مرة، وكان احتمال نجاحها في المرة الواحدة هو (p)، ودل المتغير العشوائي x على عدد مرات النجاح فإن احتمال نجاح التجربة في x مرة هو

1. $P(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \quad , \; x = 0,1,2,...n$

2. $E(X)=np$ توقع المتغير العشوائي X هو

3. $\sigma^2(X) = npq$ تباين المتغير العشوائي X

مثال:

إذا كان احتمال نجاح عملية جراحية هو (0.9) فإذا أجريت العملية لعشرة مرضى احسب ما يلي:

a- احتمال نجاح العملية لسبعة مرضى.

b- احتمال نجاح العملية لجميع المرضى.

c- احتمال نجاح العملية لثمانية مرضى على الأقل.

d- احتمال نجاح العملية لثمانية مرضى على الأكثر.

e- توقع عدد المرضى الذين سيجرون العملية بنجاح.

f- تباين عدد المرضى الذين سيجرون العملية.

الحل:

n=10 , p=0.9

$$P(x)=\binom{10}{x}(0.9)^x(0.1)^{10-x},\ x=0,1,2,\ldots,10$$

a) $$P(7)=\binom{10}{7}(0.9)^7(0.1)^3$$

b) $$P(10)=\binom{10}{10}(0.9)^{10}(0.1)^0$$

$$=(0.9)^{10}$$

c) $$P(X\geq 8)=[P(8)+P(9)+P(10)]$$

$$=\sum_{x=8}^{10}\binom{10}{x}(0.9)^x(0.1)^{10-x}$$

d) $$P(X\leq 8)=P(0)+P(1)+\ldots+P(8)$$

$$=\sum_{x=0}^{8}\binom{10}{x}(0.9)^x(0.1)^{10-x}$$

حل آخر:

$$P(x\leq 8)=1-[P(x=9)+P(x=10)]$$

$$=1-\sum_{x=9}^{10}\binom{10}{x}(0.9)^x(0.1)^{10-x}$$

e) E(X)= np

= (10) (0.9)

= 9

f) $\sigma^2(\text{f}) = npq = (10)(0.9)(0.1)$

= 0.9

مثال:

ألقي حجر نرد إحدى وخمسون مرة، إذا كان المتغير العشوائي X هو عـدد مـرات الحـصول عـلى عدد يقبل القسمة على (3). احسب

a) احتمال نجاح التجربة (الحصول على عدد يقبل القسمة على (3)) عدد مـن المـرات لا يقـل عن (20) ولا يزيد عن (30).

b) احتمال عدم نجاح التجربة.

c) E(X)

d) σ(X)

الحل:

$$n = 51, P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow P(x) = \binom{51}{x}\left(\frac{1}{3}\right)^x\left(\frac{2}{3}\right)^{51-x}$$

a) $$P(20 \le x \le 30) = \sum_{x=20}^{30}\binom{51}{x}\left(\frac{1}{3}\right)^x\left(\frac{2}{3}\right)^{51-x}$$

b) $$P(0) = \binom{51}{0}\left(\frac{1}{3}\right)^0\left(\frac{2}{3}\right)^{51} = \left(\frac{2}{3}\right)^{51}$$

c) $$E(X) = 51 \times \frac{1}{3} = 17$$

d) $$\sigma(X) = \sqrt{npq} = \sqrt{(51)\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)} = \sqrt{11.3} = 3.36$$

2- توزيع بواسون **Poisson Distribution**

يهتم توزيع بواسون في تلك التجارب التي تحدث خلال فترة زمانيـة أو مكانيـة محـددة كدراسـة عدد المكالمات التي تصل مقسم ما خلال ساعات الدوام. أو دراسـة عـدد حـوادث الـسير عنـد تقـاطع معين خلال أسبوع معين. فإذا كان معـدل النجـاح في فـترة زمانيـة (مكانيـة) محـددة هـو (λ) فيكـون احتمال بواسون معطى بالعلاقة

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}\ , \ \ x = 0,1,2,\ldots$$

ويكون توقع بواسون $E(x) = \lambda$

وتباين بواسون $\sigma^2 = \lambda$

ويمكن تقريب توزيع ذات الحديث إلى توزيع بواسون بوضع $\lambda = np$ إذا كان (n) كبيرة جداً و (p) صغيرة جداً.

مثال:

إذا كان متوسط عدد الأيام التي تمطر فيها في شهر شباط هي ثلاثة أيام في الأسبوع. فما احـتمال أن تمطر خمسة أيام في الأسبوع في ذلك الشهر.

الحل:

$$\lambda = np$$

x= 5

λ=3

$$\therefore P(5) = \frac{e^{-3}5^{3}}{5!} = \frac{(0.05)(729)}{120} = 0.3$$

التوزيعات الاحتمالية المتصلة

Continuous Probability distributions

1- التوزيع الطبيعي: **Normal distribution**

قبل البدء بموضوع التوزيع الطبيعي لنتعرف على مفهوم العلامة المعيارية.

العلامات المعيارية Standard mark

تعريف: إذا كان لدينا مجموعة من المفـردات وسـطها الحـسابي $\overline{X}$ وانحرافهـا المعيـاري σ وإذا كانت X مفردة ما "تسمى العلامة الخام Row mark" فإن العلامة المعياريةZ المناظرة لها هي:

$$\boldsymbol{Z = \frac{X - \overline{X}}{\sigma}}$$

وتستخدم العلامات المعيارية لمقارنة علامتين من توزيعين مختلفين، فتكون المقارنة أكثر عدالة.

مثال:

إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من المفردات (50) والانحراف المعياري (10) فأوجد:

1- العلامة المعيارية المناظرة للعلامة الخام60.

2- العلامة المعيارية المناظرة للعلامة الخام45.

3- العلامة المعيارية المناظرة للوسط الحسابي.

4- العلامة الخام المناظرة للعلامة المعيارية 1.5.

الحل:

$$\overline{X} = 50 \ , \ \sigma = 10$$

1) $$Z = \frac{X - \overline{X}}{\sigma}$$

2) $$= \frac{60 - 50}{10} = 1$$