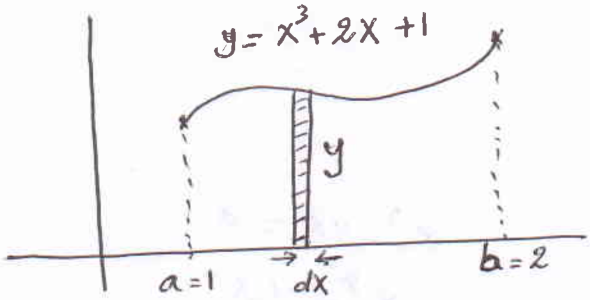
ايجاد المساحة اسفل المنحنى



مساحة الشريحة = $y\,dx$ (مستطيل)

$$\int_a^b y\,dx = \int_1^2 (x^3+2x+1)\,dx = \left[\frac{x^4}{4} + x^2 + x\right]_1^2$$

نعوض عن y بالمعادلة

$$= (4+4+2) - \left(\frac{1}{4}+1+1\right)$$

$$= 10 - 2\tfrac{1}{4} = 10 - \frac{9}{4} = \frac{40-9}{4} = \frac{31}{4} = 7.75$$

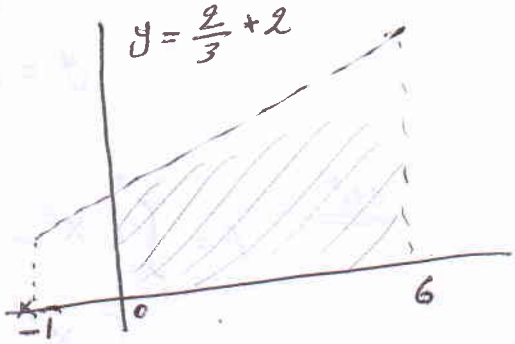
قانون عام

$$\boxed{\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a) \;,\; F'(x) = f(x)}$$ Area under the curve

EX.1 عندما تكون حدود التكامل معلوم

$$A = \int_0^6 \left(\frac{2}{3}x + 2\right)dx = \left[\frac{2}{3}\cdot\frac{x^2}{2} + 2x\right]_0^6$$

$$= (12+12) - 0 = 24$$



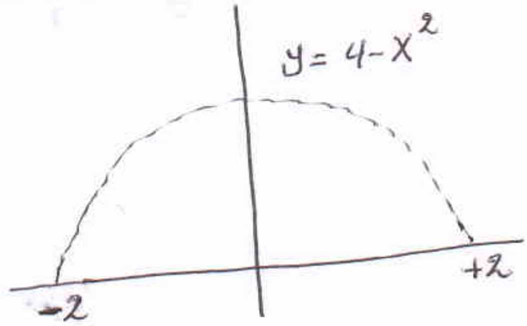
EX.2 في حالة عدم وجود حدود التكامل

$$y = 4 - x^2$$

* نعوض عن y بـ(صفر) لاستخراج الحدود

$$0 = 4 - x^2$$

$$x^2 = 4 \;,\; x = -2, +2$$



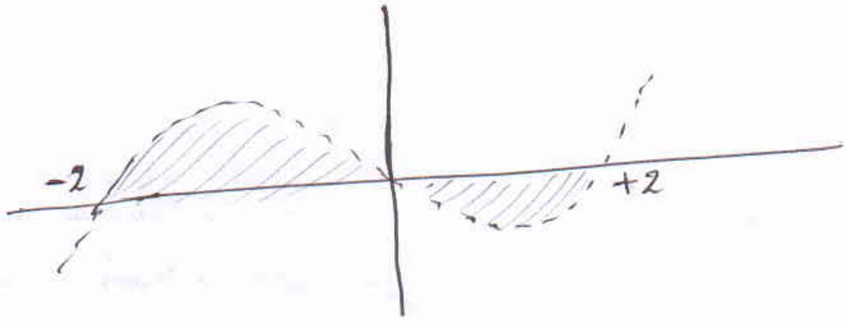
$$\int_{-2}^{2} y\,dx = \int_{-2}^{2} (4-x^2)\,dx = \left[4x - \frac{x^3}{3}\right]_{-2}^{2}$$

$$= \left(8 - \frac{8}{3}\right) - \left(-8 + \frac{8}{3}\right) = 16 - \frac{16}{3} = \frac{32}{3} = 10.66$$

Ex. واجب

(١) جد المساحة المحصورة بين محور السينات ومنحنى الدالة $y = 6 - x - x^2$

(٢) جد المساحة المحصورة بين محور السينات ومنحنى الدالة $y = x^3 - 4x$

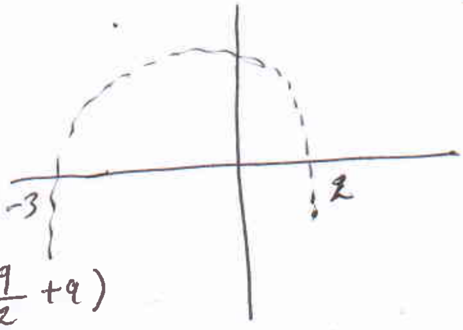


جواب س١ :

$$0 = 6 - x - x^2 = (2-x)(3+x)$$

$$x = 2$$

$$x = -3$$



$$\int_{-3}^{2}(6 - x - x^3)\,dx = \left[6x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right]_{-3}^{2}$$

$$= \left(12 - 2 - \frac{8}{3}\right) - \left(-18 - \frac{9}{2} + 9\right)$$

جواب س٢

$$A = \int_{-2}^{0}(x^3 - 4x)\,dx + \left|\int_{0}^{2}(x^3 - 4x)\,dx\right| = \left[\frac{x^4}{4} - 2x^2\right]_{-2}^{0} + \left|\left[\frac{x^4}{4} - 2x^2\right]_{0}^{2}\right|$$

$$= |-(4-8)| + |[4-8]| = 4 + 4 = 8$$

Quis:

جد المساحة المحصورة بين المنحنيا :

$$y = 4 - x^2$$

$$y = 3x$$

Solution

$4 - x^2 - 3x = 0 \quad \times(-1)$

$x^2 + 3x - 4 = 0$

$(x+4)(x-1) = 0$

$\therefore x = 4$

$x = 1$

$$A = \left|\int_{-4}^{1}[(4 - x^2) - 3x]\,dx\right|$$

$$= \left[4x - \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2}\right]_{-4}^{1}$$

$$= \left[4 - \frac{1}{3} - \frac{3}{2}\right] - \left[-1 - \frac{64}{3} - \frac{48}{2}\right]$$