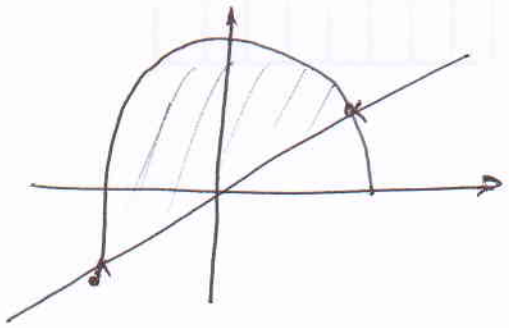
ايجاد المساحة المحصورة بين منحنيين

مثال: جد المساحة المحصورة بين $y = 4 - x^2$ و $y = 3x$

$$\int_a^b f(x) - g(x)\, dx$$

* تقطع الدالتين في بعضهما وساداتها بـ صفر لاستخراج حدود التكامل (أو حساباتها)
* اجراء عملية التكامل لايجاد المساحة المحصورة بين المنحنيات.



$$4 - x^2 - 3x = 0 \quad \times(-1)$$
$$x^2 + 3x - 4 = 0$$
$$(x+4)(x-1) = 0$$
$$\therefore x = -4, \quad x = +1 \longrightarrow \text{حدود التكامل}$$

$$A = \left| \int_{-4}^{1} [(4 - x^2) - 3x]\, dx \right| = \left[4x - \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} \right]_{-4}^{1} = \left[4 - \frac{1}{3} - \frac{3}{2} \right] - \left[-16 + \frac{64}{3} - \frac{48}{2} \right]$$
$$= \frac{24 - 2 - 9}{6} - \frac{-96 + 128 - 144}{6} = \left| \frac{13}{6} - \frac{-112}{6} \right| = \frac{16 - 50}{}$$

مثال: جد المساحة المحصورة بين منحنيات الدوال التالية:-

1) $y = x^2 - 2x$, $y = x$
2) $y = x^4 - 2x^2$, $y = 2x^2$
3) $x = y^2$, $x = y + 2$
4) $x = -2y^2 + 3$, $x = y^2$
5) $y = 2 - (x - 2)$, $y = x$

Sol^{n}. 1:

$$x = x^2 - 2x \Rightarrow 0 = x^2 - 2x - x$$
$$x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x^2 = 3x \Rightarrow x = 3$$
$$\therefore x = 0, \quad x = 3$$

$$\int_0^3 [(x^2 - 2x) - x]\, dx = \left| \left[\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} \right]_0^3 \right| = \left| 9 - \frac{27}{2} \right| - |0| = 4\frac{1}{2}$$

($9 = \frac{27}{3}$)

Sol^{n}. 4:

$$x = y^2 \;,\; x = -2y^2 + 3 \Rightarrow y^2 = -2y^2 + 3 \Rightarrow 3y^2 = 3 \Rightarrow y^2 = 1$$
$$\therefore y = -1, \quad y = +1$$

$$\int_{-1}^{+1} [y^2 - (-2y^2 + 3)]\, dy = \left| \int_{-1}^{1} (3y^2 + 3)\, dy \right| = \left| \left[\frac{3y^3}{3} - 3y \right]_{-1}^{1} \right|$$
$$= |(1 - 3) - (-1 + 3)| = |1 - 4| = 4$$